

**İKİ LAZER DEMETİ İLE ETKİLEŞEN TAM
TUZAKLANMIŞ ÜÇ DÜZEYLİ İYONUN
KUANTUM DOLAŞIKLIK VE KUANTUM
LİNEERLİĞİNİN İNCELENMESİ**

Kemal KARA
DANIŞMAN
Yrd. Doç. Dr. Rasim DERMEZ
FİZİK ANABİLİM DALI

OCAK, 2014

AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**İKİ LAZER DEMETİ İLE ETKİLEŞEN TAM TUZAKLANMIŞ
ÜÇ DÜZEYLİ İYONUN KUANTUM DOLAŞIKLIK VE
KUANTUM LİNEERLİĞİNİN İNCELENMESİ**

Kemal KARA

DANIŞMAN

Yrd. Doç. Dr. Rasim DERMEZ

FİZİK ANABİLİM DALI

OCAK, 2014

TEZ ONAY SAYFASI

Kemal KARA tarafından hazırlanan “İKİ LAZER DEMETİ İLE ETKİLEŞEN TAM TUZAKLANMIŞ ÜÇ DÜZEYLİ İYONUN KUANTUM DOLAŞIKLIK VE KUANTUM LİNEERLİĞİNİN İNCELENMESİ” adlı tez çalışması lisansüstü eğitim ve öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Fizik Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : YRD. DOÇ. DR. RASİM DERMEZ

Başkan : Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÖZKAN İmza
(Afyon Kocatepe Üniversitesi)

Üye : Doç. Dr. Suat PAT İmza
(Eskişehir Osmangazi Üniversitesi)

Üye : Yrd. Doç. Dr. Rasim Dermez İmza
(Afyon Kocatepe Üniversitesi)

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun

...../...../..... tarih ve

..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

Prof. Dr. Mevlüt DOĞAN

BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

12/03/2014

Kemal KARA

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

İKİ LAZER DEMETİ İLE ETKİLEŞEN TAM TUZAKLANMIŞ ÜÇ DÜZEYLİ İYONUN KUANTUM DOLAŞIKLIK VE KUANTUM LINEERLİĞİNİN İNCELENMESİ

Kemal KARA

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Rasim DERMEZ

Bileşik kuantum sistemlerin tamli bir özelliği olan dolaşıklık, alt sistemler arasında yerel-olmayan etkileri açıklar. Bu, kuantum bilişim kuramında enerji kadar gerçek yeni bir kaynak olarak kullanılır.

Bu tezde tam tuzaklanmış iyon-fonon sistemindeki kuantum dolaşıklık ve kuantum lineerlik, ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresinin içinde teorik olarak incelenmiştir. Tam iyon-fonon sisteminde bulunmuş kuantum lineerlik 10 figür aracılığıyla analiz edilmiştir.

Bu grafiklerde birinci ve ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresi aracılığıyla kuantum lineerlik karşılaştırılmıştır. Dolaşıklığın bir derecesi olan kuantum entropinin uzun yaşamlı olduğu gösterilmiştir. Kuantum dolaşıklığın değeri bir ile sıfır arasında değiştiği görülmüştür.

2014, vii+41 sayfa

Anahtar kelimeler: Kuantum Dolaşıklık, Tam Tuzaklanmış İyon, Dolaşıklık Ölçüm Miktarı, Kuantum Lineerlik.

ABSTRACT

M.Sc Thesis

QUANTUM ENTANGLEMENT AND QUANTUM DYNAMICS OF A THREE LEVEL FULL TRAPPED ION UNDER A TIME-DEPENDENT INTERACTION WITH TWO LASER BEAMS

Kemal KARA

Afyon Kocatepe University

Institute for Natural and Applied Sciences

Department of Physics

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Rasim DERMEZ

Entanglement that is a holistic property of compound quantum systems manifests nonlocal correlations between subsystems. It is used as a new resource as real as energy in quantum information theory.

In this thesis, the quantum entanglement and quantum linearity in full trapped ion-phonon system are theoretically explained in second order terms of the Lamb-Dicke parameter. In this analyzed quantum linearity created in the full ion-phonon system with respect to 10 figures.

We have compared the quantum linearity via first and second order terms of Lamb-Dicke parameter. It is shown by quantum entropy that the entanglement degree has long survival. The quantum entanglement reaches the value 1 and drops to zero.

2014,vii+41 Pages

Keywords: Entanglement, Full Trapped Ion, Amount of Entanglement, Quantum Linearity.

TEŞEKKÜR

Çalıőmam süresince bilimsel desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, tavsiyeleriyle yol gösteren, çalıőmalarım için her türlü imkânı sağlayan Sayın Yrd. Doç. Dr. Rasim DERMEZ'E teőekkürler ediyorum.

Ayrıca çalıőmalarım boyunca takıldığım her konuda yardımcı olan, vaktinin büyük bir kısmını harcayan lisans ve yüksek lisans arkadaşım Bekir DEVECİ ve Gül den N. GÜNAYDIN'a, tez ve makale çalıőmasını destekleyen Michigan Technological University'den Yrd.Doç.Dr. Ö. Durdu GÜNEY'e ve Koç Üniversitesi Fizik Bölümünden Prof.Dr. E.Özgür MÜSTECAPLIOğLU'na bilimsel desteği için teşekkür ediyorum. Mathematica programı kurma ve diğer benzer destekler için Tarık T. DERMEZ'e teşekkür ederim.

Ayrıca her türlü maddi ve manevi desteğini esirgemeyen aileme, eőim Ayőe Gül KARA'ya ve kızım İkra KARA' ya sonsuz teşekkür ediyorum.

Kemal KARA

AFYONKARAHİSAR 2014

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	ii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	v-vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Klasik Fizikten Kuantuma	1
1.2 Kuantum Mekanikinin Temelleri	1
1.2.1 Heisenberg Belirsizlik İlkesi	1
1.2.2 Schrödinger Dalga Denklemi	2
1.2.3 Süperpozisyon (Üst Üste Gelme) İlkesi	5
1.2.4 Schrödinger'in Kedisi.....	6
1.3 Kuantum Mekanikte Matris Gösterimi	7
1.4 Tensör Çarpım	8
1.5 Einstein Kuantuma Karşı.....	9
2. LİTERATÜR BİLGİLERİ	11
2.1 Kuantum Bilgi Kuramındaki Temel Kavramlar	11
2.1.1 Kübit (Kuantum Bit).....	11
2.1.2 Kübitin Matris Gösterimi	12
2.1.3 Kübitin Yoğunluk Matrisi	14
3. MATERYAL ve METOT	16
3.1 İki Fotonla Etkileşen Tam Tuzaklanmış Üç Düzeyli Atomun Kuantum Sistemi	16
4. BULGULAR	24
4.1 Kuantum Dolaşıklığın Ölçümü.....	24
4.1.1 Kuantum Entropi	24
5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	35
6. KAYNAKLAR.....	37
ÖZGEÇMİŞ.....	41

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler

ρ_s	İndirgenmiş yoğunluk matrisi
ψ	Dalga fonksiyonu
H	Hamiltoniyen işlemcisi
F_n	Fock durum genliği
ν	Harmonik tuzaklama frekansı
$ \rangle, \langle $	Ket, Bra
E	Kuantum entropi
η	Lamb Dicke Parametresinin sembolü
x,y,z	Normalizasyon katsayıları
α, β	Olasılık genlikleri
h, \hbar	Planck sabiti, Planck sabitinin 2π 'de biri

Kısaltmalar

EPR	Einstein Podolsky Rosen
KAD	Kuantum Anahtar Dağıtımı
BB84	Bennett ve Brassard'ın 1984 yılı makalesi
GHZ	Greenberger-Horne-Zeilinger
Kübit	Kuantum Bit
LDP	Lamb-Dicke Parametresi
PPE	Pozitif parçalı evrik

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1	Kuantum mekaniksel bir sistemin durumu tüm olası durumların lineer bileşimi olan Süperpozisyon ilkesinin gösterimi.....	6
Şekil 1.2	Schrödinger'in kedisinin Süperpozisyon ilkesine göre gösterimi.....	7
Şekil 3.1	İki foton ile üç düzeyli tuzaklanmış iyonun etkileşiminin gösterimi.....	16
Şekil 4.1	a) İki kübitin gösterimi b) İki küdritin gösterimi c) İki kuadritin gösterimi .	24
Şekil 4.2	Normalize olmuş dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	26
Şekil 4.3	Normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	27
Şekil 4.4	Normalize olmuş dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	28
Şekil 4.5	Normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	28
Şekil 4.6	Normalize ve normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$ ve $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	29
Şekil 4.7	Normalize olmuş dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	29
Şekil 4.8	Normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	30
Şekil 4.9	Normalize olmuş dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	31
Şekil 4.10	Normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	31
Şekil 4.11	Normalize ve normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$ ve $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	32
Şekil 4.12	Tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde kuantum entropinin zamana göre değişimi (Lamb-Dicke parametresi ikinci mertebededir), bazı parametreler $LDP=0.4$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	33
Şekil 4.13	Tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde kuantum entropinin zamana göre değişimi (Lamb-Dicke parametresi birinci mertebededir), bazı parametreler $LDP=0.4$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$	34

GİRİŞ

1.1 Klasik Fizikten Kuantuma

Kuantum ile klasik fizik arasındaki farklılıklar 1905'ten 2005 yılına kadar tartışıldı. Bu yüzden 2005 yılı fizik yılı olarak ilan edilmiştir. Kuantum dünyasının felsefesi ve matematiğinin anlaşılması son derece önemlidir (Pospiech 2000). 1927 Solvey Fizik Konferansına kadar birçok kuantum temel kavramları bulunmuştur. Albert Einstein ve Niels Bohr otuz yıl kuantum fiziğinin normalizasyon ve süper pozisyon gibi ilkeleri üzerinde makaleler üzerinden tartışmıştır. Bohr ve Einstein bu yeni fiziğin en garip özelliklerini kısa zamanda benimseyerek fiziksel gerçekliğin öğelerini anlamaya çalışmışlardır. Fiziksel gerçeklik (Physical Reality) kavramını 1935'teki ünlü EPR makalesinde ilk kez bahsetmiştir. Kuantum kuramı (Quantum Theory) Heisenberg, Schrödinger, Pauli ve de Broglie keşifleriyle daha kullanışlı hale gelmiştir.

Kuantum mekanik dalga fonksiyonu pisi (yunanca ruh anlamına gelir) anlamından da anlaşılacağı gibi düşünce düzeyinde klasik fiziğe göre hayal edilmesi ve zihnimizde canlandırılması zordur (Bozdemir ve Eker 2007). 1996 yılından sonra Physics Today'deki bir makalede bu kuantum fiziğine büyükbabamızın kuantum fiziği denmiştir. Yeni kuantum fizik bu yıldan sonra kuantum dolaşıklık üzerine çalışmalarla genişlemiştir (Terhal et al. 2003) (Quantum Entanglement: It is Not Grandfather's Quantum Mechanics).

1.2 Kuantum Mekanikinin Temelleri

1.2.1 Heisenberg Belirsizlik İlkesi

Heisenberg Belirsizlik Prensibi kuantum mekaniğinin temelini oluşturur. Buna göre “atom içinde elektronların yerini veya momentumunu tam olarak belirlemek imkânsızdır.” Bir başka deyişle, bir elektronun konumunu tam olarak belirlediğiniz zaman momentumunu ancak belirli aralıkta belirleyebilirsiniz. Heisenberg belirsizlik ilkesinin matematiksel formalizasyonu şu şekildedir:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad \text{veya} \quad \Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi} \quad (1.1)$$

Enerji-zaman belirsizlik bağıntısı ise

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h \quad (1.2)$$

şeklinde ifade edilir. Atomda elektronların yerleri Bohr'un dediği gibi net bir şekilde ifade edilemez. Kuantum mekaniksel olarak belirsizlik ilkesinin, Born'nun Schrödinger dalga fonksiyonu hakkındaki olasılık yorumuyla birlikte determinizm kavramına karşı güçlü bir anlamı vardı. Bunun yanında belirsizlik prensibi ve olasılık yorumuna göre atom altı dünya artık belirsiz görünmektedir. Bohr'a göre bir tanecik, ölçülene kadar gerçek olamazdı her şey olasılık ilkesine dayanıyordu. Bohr dalga, tanecik ikililiği sorununu çözmeye çalıştı. Yıllarca bunu Albert Einstein ile bilimsel anlamda tartıştı. Elektronun dalga ya da parçacık olasılığını göstermesi seçilecek deneye bağlıydı. Işık içinde benzer şeyler söylenebilir. Fotoelektrik etkiye göre ışık tanecik, kırınım olaylarına bakıldığında da ışık dalgadır. Bunun yanında, hiçbir deney dalga ve tanecik özelliğini aynı anda gösteremedi. Bu hal, superpozisyon ilkesinin kuantum mekaniksel olduğunu ispat etmektedir. Bohr'un düşüncesine göre dalga tanecik olasılık ikileminin iki yanı vardır Einstein'ın makalesinde belirttiği gibi birbirini tamamlamaktadır (Einstein, Podolsky, Rosen 1935). Dalga-tanecik olasılık ikileminde, tek yönlü gözlemlendiğinde özelliklerden birini, mesela tanecik özelliği gözlenir (Jennewein 2002).

1.2.2 Schrödinger Dalga Denklemi

De Broglie'nin kuramından hareketle Erwin Schrödinger, modern kuantum kuramının temellerini oluşturan bir diferansiyel denklem sunmuştur. Schrödinger'in dalga mekaniği, ilk bakışta çok farklı görünen başka bir kuramın oluşumuyla aynı zaman dilimine denk gelir. Kuantumun matris mekaniği denen bu ikinci kuramın gerçekleşmesinde bağımsız katkılarıyla tanınan bilimciler arasında bir yanda W. Heisenberg, M. Born ve P. Jordan, öte yandan P. Dirac vardır. Kuantum mekaniksel gelişmelerin 1925–1926 yılları arasında gerçekleştiğini görmekteyiz. Bu sürede fizikçilerin önüne, başarıyla uygulamaları için matematiksel bir teori konmuş olmaktadır. P.A.M. Dirac, 1930'da kuantum mekaniğinin “soyut vektör uzayı formalizmini” inşa etti. Bu üç formalizmin de kuşkusuz birbirine eşdeğer oldukları gösterilebilir. Nitekim yaklaşık 25 yıl sonra gerekli matematikçi Riesz tarafından gerçekleştirilinceye kadar bunların eşdeğerliği uygun biçimde gösterilememiştir. 1932'de von Neumann kuantum teorisini kesin bir temele oturtmuştur. Önceki

çalışmaların bazıları matematiksel olarak eksikti, fakat von Neumann bütün teoriyi operatör cebirinin kurulmasını sağladı. Bu entropi yardımıyla çalışmamızda kuantum dolaşıklık ölçümü yapılmıştır.

Schrödinger kuantum denkleminin çözümü olan $\Psi(x, y, z; t)$ dalga fonksiyonu, sistemi tüm yönleri ile tanımlar. Kuantum mekaniğinde m kütleli serbest bir parçacık

$$\Psi(r, t) = Ae^{i(kr - \omega t)} = Ae^{i(pr - Et)} \quad (1.3)$$

şeklinde bir düzlem dalga ile ifade edilir. Bu ifade parçacığın herhangi bir t anında fiziksel durumunu gösterir. Bu ifadenin zamana göre türevi alınırsa,

$$\frac{\partial \Psi(r, t)}{\partial t} = -i \frac{E}{\hbar} \Psi(r, t) \quad (1.4)$$

ve buradan,

$$E\Psi(r, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(r, t)}{\partial t} \quad (1.5)$$

elde edilir.

Benzer şekilde Eşitlik 1.3'ün konuma göre iki defa türevi alındığında,

$$\nabla^2 \Psi(r, t) = \frac{p^2}{\hbar^2} \Psi(r, t) \quad (1.6)$$

elde edilir. Kinetik enerji momentum arasındaki $E = \frac{p^2}{2m}$ ilişki kullanılırsa

$$\nabla^2 \Psi(r, t) = -\frac{2mE}{\hbar^2} \Psi(r, t) \quad (1.7)$$

elde edilir. Bu denklem yeniden düzenlenirse

$$E\Psi(r, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(r, t) \quad (1.8)$$

elde edilir. (1.5) ve (1.8) denklemlerinde eşitliğin solundaki terimin aynı olduğu dikkate alınırsa,

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(r,t) \quad (1.9)$$

elde edilir. $U(r,t)$ potansiyel alanı içerisinde hareket eden m kütleli bir parçacık için ise

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r,t) \right] \Psi(r,t) \quad (1.10)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \Psi(r,t) \quad U(r,t) \rightarrow V(r) \quad (1.11)$$

dir. Bu denklem değişkenlerine ayırma metodu ile daha anlamlı hale getirilebilir. Kuantum mekaniğine göre eğer Hamiltonyen operatörü birbirinden bağımsız değişkenlerin fonksiyonu olan terimlerin toplamı şeklinde yazılabilir.

$$H = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right) = H(r) + H(t) \quad (H(t) = 0) \quad (1.12)$$

Dalga fonksiyonları da aynı değişkenleri temsil eden fonksiyonların çarpımı şeklinde

$$\Psi(r,t) = \Psi(r) \cdot \Psi(t) \quad (1.13)$$

ifade edilebilir. Bu ifade (1.11) denkleminde yerine yazılıp her iki taraf $\Psi(r)\Psi(t)$ 'ye bölünürse

$$\frac{i\hbar \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t}}{\Psi(t)} = \frac{\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \Psi(r)}{\Psi(r)} \quad (1.14)$$

elde edilir. Bu eşitliğin her r ve t için sağlanabilmesi ancak her iki tarafın aynı sabite eşit olması ile mümkün olabilir. Böylece,

$$\left[\frac{i\hbar \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t}}{\Psi(t)} \right] = E \Rightarrow i\hbar \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = E\Psi(t) \quad (1.15)$$

ve

$$\frac{\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \Psi(r)}{\Psi(r)} = E \Rightarrow \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \Psi(r) = E\Psi(r) \quad (1.16)$$

denklemleri bulunur. Bu denklemlerde E toplam enerji olup, kuantum mekaniğinde Hamiltonyen operatörü (H) ile temsil edilmektedir. Bu durumda (1.15) ve (1.16) denklemleri sırasıyla

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t} = H\Psi(r,t) \quad (1.17)$$

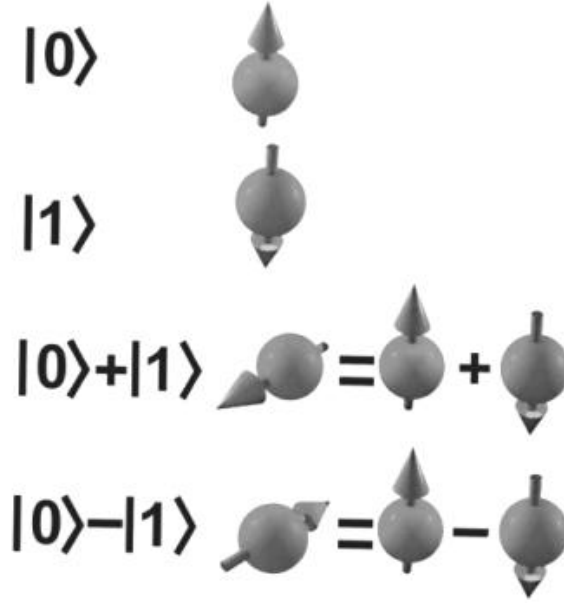
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \Psi(r) = E\Psi(r) \quad (1.18)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemlerden (1.17) zamana bağlı Schrödinger dalga denklemi, (1.18) ise zamandan bağımsız Schrödinger dalga denklemi olarak adlandırılır.

1.2.3 Süperpozisyon (Üst Üste Gelme) İlkesi

Kuantum kuramında bizi en çok şaşırtan özelliklerden biri sistemin aynı anda birkaç farklı durumda birden bulunabilmesidir. Elektron tek bir noktada değil de farklı noktalarda aynı anda bulunuyormuş gibi davranabilir. 1926 yılında Max Born, De Broglie dalgalarının olasılık dalgaları olarak yorumlanması gerektiği düşüncesini ortaya attı. Bu düşünceyle parçacıklar De Broglie dalgalarının bulunduğu her yerde aynı anda bulunuyor, birçok değişik hızla hareket ediyor ve birden fazla enerji durumunda bulunuyor olabilir. Elektronun bir noktada bulunma olasılığı ise dalgaların güçlü veya zayıf olmasıyla doğru orantılı olarak; dalgaların güçlü olduğu yerde yüksek olasılıkla, zayıf bulunduğu yerlerde düşük olasılıkla bulunur. Bu ifadeden de anlaşılacağı gibi parçacığın konumu belirsizlik taşır. Bir fiziksel sistem için Schrödinger dalga denkleminin birden fazla çözümü olabilir ve her bir çözümün lineer toplamı da yine bir çözümdür. Bu ifade kuantum mekaniğin üst üste binme ya da Süperpozisyon ilkesinin matematiksel anlatımıdır (Türkpençe 2006)

Kuantum kuramında bir fiziksel sistemin tüm olası durumları bir dalga ile temsil edilebilir. Bu fiziksel sistem hakkında tüm bilgileri veren dalga fonksiyonu ise tüm olası durumları temsil eden dalgaların süperpozisyonudur.



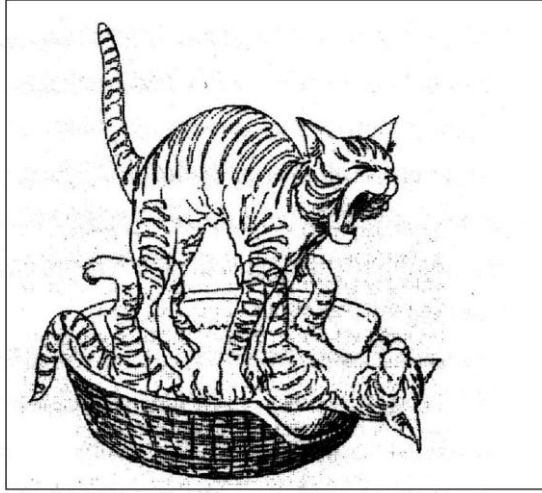
Şekil 1. 1 Kuantum mekaniksel bir sistemin durumu tüm olası durumların lineer bileşimi olan Süperpozisyon ilkesinin gösterimi.

Sistemi anlayabilmek için gerekli olan şey ölçüm ve gözlem. Ancak yapılan ölçümler bizim için yeterli kesin sonucu vermez. Her ölçüm sonucu elimize bir değer geçer ama bu olası değerlerden sadece bir tanesidir ve hangi olası sonucu elde edeceğimizi de kesinlikle belirlemek mümkün değildir. Kısacası yapılan ölçüm sistemin bilgisini tek bir değere indirgemıştır ve diğer tüm bilgiler silinmiştir. Ayrıca aynı sistem üzerinde yeniden bir ölçme sansı yoktur çünkü sistem aynı sistem değildir. Bu duruma dalga fonksiyonunun ‘indirgenmesi’ denir. Bu durum, bir gözlenebilirliğe karşılık gelen işlemcinin dalga fonksiyonuyla etkileşip onu başka bir fonksiyona taşıması anlamına gelir. Gözlem ya da ölçüm sonucu elde edilen değerler ‘özdeğer’ olarak adlandırılır.

1.2.4 Schrödinger’in Kedisi

Schrödinger, bulduğu (1.17) ve (1.18) denklemleriyle ilgili yapılan yorumlara akademik açıdan farklı baktı. Schrödinger dalga fonksiyonunu klasik bir yorumla bağdaştırabilmeyi amaçladı. Daha sonra bu denklemlerle ilgili yapılan yorumlar belirginleştikçe Schrödinger’de çalışmalarını hızlandırıp 29 Kasım 1935’te bir makale yayımladı. Makalede ilginç olansa Schrödinger’in ‘kedi paradoksu’ olarak bilinen bir

paradoksu anlatan kısımdı. Bu paradoksta atom altı ölçeğinde bir kedi, içinde radyoaktif bir kaynak ve bir dedektör bulunan çelik bir kafese kapatılmıştır Şekil (2.2)'de. Dedektör radyoaktif bir parça algırsa açığa çıkan zehirli bir gaz kediyi öldürür. Radyoaktif kaynak açılıp 1 dakika beklendikten sonra kedi ölmüş müdür yoksa hayatta mıdır? Süperpozisyon ilkesine göre Schrödinger'in kedi düzeneğinde 1 dakika sonunda kedinin hayatta olup olmadığını görmek için kutu açılıp gözlem yapıldığında %50 olasılıklarla ya canlı ya da ölü olduğu gözlemlenecektir.



Şekil 1. 2 Schrödinger'in kedisinin Süperpozisyon ilkesine göre gösterimi

Kopenhag yorumlarına göre bu kabul edilemez bir durumdur. Bu durum gözlemlenene dek kedi ne ölü ne de canlıdır. Çoğu kişi için bu kabul edilmesi güç bir durumdur (Türkpençe 2006).

1.3 Kuantum Mekanikte Matris Gösterimi

Burada iki vektörün $|\alpha\rangle, |\beta\rangle \in V$, iç çarpımı bir karmaşık sayıdır ve şu şekilde gösterilir:

$$\left(|\alpha\rangle, |\beta\rangle \right) = \langle \alpha | \beta \rangle \quad (1.19)$$

Burada $\langle \alpha |$ sembolü ayrı bir vektör uzayındaki bir vektör gibi algılanabilir. Bunlara bra adı verilir. $\langle \alpha |$ 'ya ket vektör $|\alpha\rangle$ 'nın dual vektörü de denir. Matris formda, ket $|\alpha\rangle$ bir sütun vektörü iken bra $\langle \alpha |$ bir satır vektörüdür.

“Ket”in matris gösterimi

“Bra”nın matris gösterimi;

$$|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_n \end{pmatrix} \quad \langle\alpha| = (a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (1.20 \text{ a, b})$$

İç çarpımı ise;

$$\langle\alpha|\beta\rangle = (a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*) \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{pmatrix}$$
$$\langle\alpha|\beta\rangle = a_1^* b_1 + a_2^* b_2 + \dots + a_n^* b_n \quad (1.21)$$

olur.

1.4 Tensör Çarpım

Vektör uzaylarını bir araya getirerek daha geniş bir vektör uzayı oluşturmak için kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem kuantum mekaniğinde çoklu parçacıkları anlamak için oldukça önemli bir yöntemdir. m boyutlu bir H_1 ve n boyutlu H_2 iki Hilbert uzayının tensör çarpımı;

$$H = H_1 \otimes H_2 \quad (1.22)$$

$m \times n$ boyutlu bir uzaydır. Her $|\alpha\rangle \in H_1$ ve $|\beta\rangle \in H_2$ için $H = H_1 \otimes H_2$ içinde tanımlı $|\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle$ şeklinde gösterilen bir vektör vardır. Vektörlerin tensör çarpım özellikleri ise;

$$i) \quad c(|\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle) = (c|\alpha\rangle) \otimes |\beta\rangle = |\alpha\rangle \otimes (c|\beta\rangle)$$

- ii) $|\alpha_1\rangle, |\alpha_2\rangle \in H_1$ ve $|\beta\rangle \in H_2$ için
 $(|\alpha_1\rangle + |\alpha_2\rangle) \otimes |\beta\rangle = |\alpha_1\rangle \otimes |\beta\rangle + |\alpha_2\rangle \otimes |\beta\rangle$
- iii) $|\alpha\rangle \in H_1$ ve $|\beta_1\rangle, |\beta_2\rangle \in H_2$ için
 $|\alpha\rangle \otimes (|\beta_1\rangle + |\beta_2\rangle) = |\alpha\rangle \otimes |\beta_1\rangle + |\alpha\rangle \otimes |\beta_2\rangle$
- iv) $\langle \alpha \otimes \beta | \alpha' \otimes \beta' \rangle = \langle \alpha | \alpha' \rangle \langle \beta | \beta' \rangle$

şeklindedir. Kısa gösterim olarak $|\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle = |\alpha\rangle |\beta\rangle = |\alpha \otimes \beta\rangle = |\alpha, \beta\rangle = |\alpha\beta\rangle$ bu gösterimlerden herhangi birisi kullanılabilir.

1.5 Einstein Kuantuma Karşı

Kuantum Fiziğinin gidişatından endişe duyan Albert Einstein olasılık yorumlarından sonra birde belirsizlik ilkesinin yayınlanmasından sonra rahatsızlığını iyice belli eder olmuştur. Einstein her fırsatta her konferansta kuantumun için sinmeyen yönleriyle ilgili zekice hazırlanmış düşünce deneyleri sunuyor, Bohr ise hepsinde kuantum kuramını haklı çıkarmayı başarıyordu. Bu düşünce deneylerinden biri oldukça ilginçtir.

1927 Solvay konferansında Einstein radyasyonla dolu bir kutu ve radyasyonu serbest bırakabilecek bir kapak tasarladı. Ayrıca kutuda kapağa iliştirilmiş bir saat vardır ve kapağın açıldığı her an tam bir kesinlikle ölçülebilir. Eğer kutu açılmadan önce ve açıldıktan sonra tartılırsa ne kadar radyasyon yaydığı belirlenebilir. Tartım sonucu bulunacak kütle $E = mc^2$ bağıntısı ile enerjiye çevrilir. Zamanda kesin olarak ölçülebildiğinden, bir kuantum mekaniksel sistemde enerji ve zamanı tam bir kesinlikle ölçmüş oluruz.

Bohr'un verecek cevabı yoktu. Ancak ertesi sabah çıkış yolunu bulmuştu. Cevap Einstein için utanç vericiydi. Çünkü Bohr'a göre tartım işlemi için kutu bir süre yerçekimsel alandaki yayda asılı kalacaktı. Kutunun ağırlığı azaldığında yayla birlikte yavaşça hareket edecek ve konumdaki bu değişime Einstein'ın genel görelilik ilkesine göre saatin çalışma hızını etkileyecek, yani saatin çalışma hızında bir belirsizliğe yol açacaktır.

Bu denemeden sonra Einstein, bir daha kuantum teorisinin temellerini hedef almadı. Artık kuantum kuramının eksik ya da tamamlanmamış bir kuram olduğunu ispatlamaya çalışacaktı. 1935 EPR makalesinden sonra kuantum fiziği hakkında başka makalesi yoktur. Kuantumun orijinal teorisine bu kadar katkısı bulunan Einstein'ın kuantum mekaniğinin bazı kusurları olduğunu göstermek için bu kadar çaba sarf etmesi ilginç gelebilir. Ancak yıllardır yaptığı çalışmalarda klasik mekanik determinizmi onun iliklerine kadar işlemiştir ve dünyanın olasılıklar ve istatistikler üzerine kurulu olduğunu kabul etmek istemiyordu.

Einstein'ın "Tanrı zar atmaz" söyleyişi tarihe geçmiştir. Bu söyleme karşı Bohr'un da "Tanrıya ne yapacağını söyleme" dediği iddia edilir (Alastair 1986).

Solvay konferansında Bohr'un Einstein'a verdiği yanıt Einstein'ı yıldırmadı. 5 yıl sonra son bir hamle daha yapacaktı. Fakat bu kez Bohr'un işi çok daha zordu.

LİTERATÜR BİLGİLERİ

1.3 Kuantum Bilgi Kuramındaki Temel Kavramlar

1.3.1 Kübit (Kuantum Bit)

Bit, klasik hesaplama ve klasik bilginin temel birimidir, fiziksel manada ise karşılığı aldığı değerdir. Ya 0 değerini alır ya da 1. spin olarak düşünürsek spin aşağı ve spin yukarı olarak belirtilebilir. Kübit ise kuantumun ilk iki harfi ile bit ifadesinin birleşiminden oluşan kuantum bitin kısa tanımıdır. Kübit klasik anlamda bit'in tüm özelliklerini taşır ancak bit'e göre ufak bir fark vardır. Bit gibi kübitte de iki olasılık değeri vardır. Bit sıfır veya bir değerinden birini alabiliyorken kübit bu her iki değer in süperpozisyonunu alır. Bu manada kübit, 0 ve 1 in lineer birleşimi olarak tasvir edilebilir. Kübit, gerçek fiziksel sistemi ortaya çıkaran, bit benzeri kuantum bilgiye karşılık gelen birimdir (Dermez 2005).

<i>Bit</i>	<i>Kuantum Bit</i>
0	$ 0\rangle$
1	$ 1\rangle$
	$ \psi\rangle = \alpha 0\rangle + \beta 1\rangle$ (Kübit ara değerler alabilir.)

Burada α ve β olasılık genlikleridir.

$|\psi\rangle = \alpha|\alpha\rangle + \beta|1\rangle$ 'de θ ve φ kompleks sayılar olup normalizasyon koşulu gereği;

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad |\psi_{\text{kübit}}\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle + |1\rangle) \quad (2.1 \text{ a, b})$$

olmalıdır. İki-boyutlu Hilbert uzayında fiziksel sistemi gösteren $\{0, 1\}$ vektörleri birbirine diktir ve bu vektörler ortonormal baz oluştururlar. Kübit için 0 ve 1 özel durumları, hesapsal baz durumları olarak da bilinir. Klasik 0 ve 1 bitlerini temsil etmek için bu uzayda, normalize ve birbirlerine dik kuantum durumlar seçilebilir,

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

1.3.2 Kübitin Matris Gösterimi

Vektör uzaylarını bir araya getirerek daha geniş bir vektör uzayı oluşturmak için kullanılan bir yöntem de tensör çarpım yöntemidir. Bu yöntem çok parçalı kuantum sistemleri daha kolay anlamamıza sağlayan bir yöntemdir. K ve L sırasıyla m ve n boyutlu Hilbert uzayları olsun. $K \otimes L$ tensör çarpımı mn boyutlu vektör uzayı olur. $K \otimes L$ 'nin elemanları; K 'nin $|k\rangle$ ve L 'nin $|l\rangle$ elemanları arasındaki tensör çarpımlarının lineer kombinasyonları olur. Matris gösterimleri *Kronecker* çarpım olarak adlandırılır. $A; m \times n$, $B; p \times q$ matrisleri ve tensör çarpımı;

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mm} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B_{n1} & B_{n2} & \dots & B_{nn} \end{pmatrix}$$

$$A \otimes B = A = \begin{pmatrix} A_{11}B & A_{12}B & \dots & A_{1n}B \\ A_{21}B & A_{22}B & \dots & A_{2n}B \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{m1}B & A_{m2}B & \dots & A_{mn}B \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilir. Çoklu kübitte öncelikle iki kübiti göz önüne almak gerekir. İki tane klasik bitten $00, 01, 10$ ve 11 yazılımı ile dört mümkün durum oluşur. Bunun iki kübitli sistemde karşılığı, $|00\rangle_{AB}, |01\rangle_{AB}, |10\rangle_{AB}$ ve $|11\rangle_{AB}$ tensör çarpımlarıyla gösterilen hesapsal baz durumlarına sahiptir. Bu dört bazın tensör çarpımı;

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle \otimes |1\rangle = |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|1\rangle \otimes |0\rangle = |10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |0\rangle \otimes |1\rangle = |01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)(a,b,c,d)$$

olur. Kübitlerin bir çifti bu durumlardan herhangi iki durumun üst üste binmesi (süperpozisyon) durumunda var olabilir. İki kübitli kuantum durumunda, her bir hesapsal baz durumunun ayrı ayrı bulunma olasılık genlikleri vardır (Dermez 2005). İki kübitli tanımlayan durum vektörü;

$$|\psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle \quad (2.5)$$

formunda yazılabilir. Burada ise;

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1 \quad (2.6)$$

durum vektörlerinin olasılık yoğunlukları normalizasyon gereği bir olur. Hilbert uzayında tanımlı olan yukarıdaki baz vektörlerinin dışında farklı baz vektörleriyle tasvir etmek de mümkündür. Bu baz vektörlerinin en yaygın olarak kullanılanı Bell durumu olarak adlandırılan vektörlerdir. A ve B ile adlandırılmış iki kubitin oluşturduğu bir sistem için tanımlı dört Bell durumu mevcuttur. Bu dört Bell kuantum durumunun her biri dolaşık bir durumu açıklar. Bunlar;

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB}) \quad (2.7)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} + |10\rangle_{AB}) \quad (2.8)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{AB} - |11\rangle_{AB}) \quad (2.9)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} - |10\rangle_{AB}) \quad (2.10)$$

vektörleridir. Bell durumlarından herhangi birinde bulunması halinde durumu alt sistemlerin durum vektörlerinin çarpımı formunda yazılma ihtimali olamaz. Bu tip

durumlara *dolaşık* durum denir. Yukarıdaki bu dört durum literatüre geçen iki kubit için mevcut dört dolaşık durumlar (entangled state) denir (Yıldız 2010).

1.3.3 Kübitin Yoğunluk Matrisi

Kübiti daha önce;

$$|\psi_{kubit}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \quad (2.11)$$

olarak tanımlandığını göstermiştik. $|\psi_{kubit}\rangle = |+\rangle$ yoğunluk matrisi;

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi|_{kubit} = |+\rangle\langle+| \quad (2.12)$$

olarak tanımlanır. Eğer kübitin matrisini bu şekilde tanımlayabilirsek “saf durumdadır” denir. ρ Hermityen bir matristir. Yoğunluk matrisi $\rho = \rho^\dagger$ özdeşleniktir. Buna göre kübitin saf veya karışık durumda olduğunu belirlemek için izine ($iz\rho$) bakılır.

$$\begin{aligned} iz(\rho)^2 &= 1 \text{ saf durum} \\ iz(\rho)^2 &< 1 \text{ karışık durum} \end{aligned} \quad (2.13 \text{ a, b})$$

koşulu sağlanır. Kübitin saf durumunu incelediğimizde;

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle 0| + \langle 1|) \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|) \\ &= \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

elde edilir. Bu durumda ρ 'nın izi alınmaz ve köşegenleştirilmesi gereklidir. Bu 2x2 boyutundaki yoğunluk matrisinin öz değerleri;

$$\det|\rho - \lambda I| = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} - \lambda & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad \left(\frac{1}{2} - \lambda\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0, \quad \lambda_{1,2} = 0, 1$$

olarak elde edilir. Köşegenleştirilmiş matris ise;

$$\rho(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$iz(\rho)^2 = iz \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

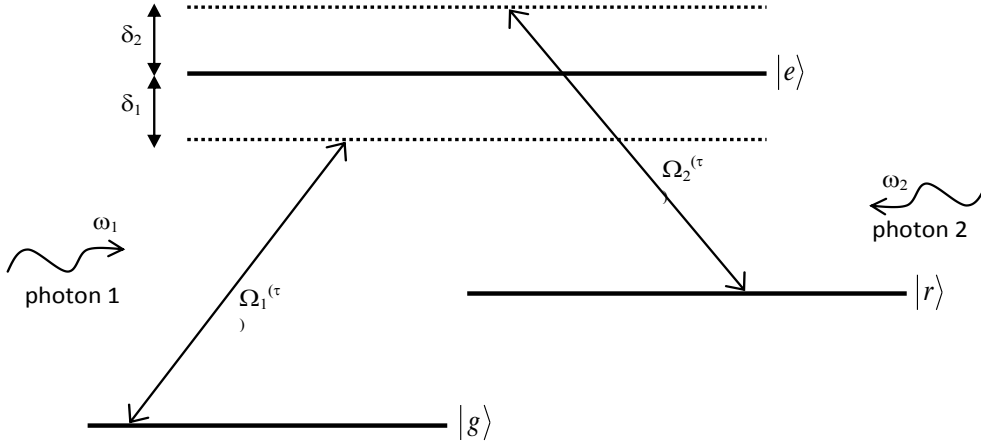
$$iz(\rho)^2 = 1$$

olarak bulunur. Bu durum kübitin saf durumda olduğunu gösterir. İşlemlerde kullandığımız yoğunluk matrisi, olasılık dağılımlarının kuantum karşılığıdır (Dermez 2005).

1.4 İki Fotonla Etkileşen Tam Tuzaklanmış Üç Düzeyli İyonun Kuantum Sistemi

Üç düzeyli tam tuzaklanmış iyonun dolaşık olmadan önceki hali;

$$\psi_{\text{qurit}}(\text{ion}) = \frac{1}{\sqrt{3}} (|e\rangle + |r\rangle + |g\rangle) \quad (3.1)$$



Şekil 0.1 İki foton ile üç düzeyli tuzaklanmış iyonun etkileşiminin gösterimi.

İki klasik lazer alanı tarafından harmonik potansiyelde iyon tuzaklanması düşünülmektedir. Bu tuzaklamada lineer tuzaklama yöntemi düşünülmektedir. Tuzaklama x-ekseni boyunca tasarlanmaktadır (Müstecaplıoğlu 2003). Tam tuzaklanmış iyonun her iki lazer ışınıyla etkileşimi sonucu tüm sistemin toplam Hamiltonyeni,

$$H = H_{CM} + H_{ion} + H_1 + H_2 \quad (3.2)$$

$$H_{CM} = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2} m \nu^2 x^2 \quad (3.3)$$

$$H_{ion} = \omega_{eg} R_{ee} + (\omega_{eg} - \omega_{er}) R_{rr} \quad (3.4)$$

burada H_1 ve H_2 soldan ve sağdan gelen iki lazer ışınının iyon ile etkileşimi ile toplam Hamiltonyene ek olarak gelen etkileşim Hamiltonyenleridir. ω_{eg} ; uyarılmış seviye ve

temel seviye arasındaki frekans, ω_{er} ; uyarılmış seviye ile raman seviyesi arasındaki frekansıdır. Ω ise zamana bağlı olmayan Rabi frekansı olarak adlandırılır. Bu katsayı Abdel Aty (2005) makalesinde zamana bağlı yeni kapling parametresi (new time-dependent coupling parameter) olarak alınmıştır (Abdel-Aty 2005).

$$H_1 = \frac{\Omega_1}{2} e^{i(\pm k_1 x - \omega_1 t)} R_{eg} + H.c \quad (3.5)$$

$$H_2 = \frac{\Omega_2}{2} e^{i(\pm k_2 x - \omega_2 t)} R_{er} + H.c \quad (3.6)$$

a ve b temel, uyarılmış ve raman seviyeleri olarak iyonik geçiş operatörleri $R_{ab} = |a\rangle\langle b|$ bilinmektedir ve $R_{gg} + R_{rr} + R_{ee} = 1$ dir. İki lazer ışını ω_i frekansı ve $k_i > 0$ dalga sayısı tarafından karakterizedir. “i” ifadeleri kompleks olduğunu değil fonon sayısını belirtir (i=1,2 -1 birinci lazer ışını, 2 ikinci lazer ışını-).

İyonik kütle merkezi hareketinin kuantum mekaniksel incelemesi $p_x = i\sqrt{\frac{m\nu}{2}}(a^\dagger - a)$

ve $x = \sqrt{1/2m\nu}(a + a^\dagger)$ yolu ile H_{CM} 'nin standart harmonik osilatör niceliğince temsil edilebilir. Harmonik tuzaklama frekansı “ ν ” bütün seviyeler için aynı varsayılmaktadır. Bozonik operatörler a ve a^\dagger olağan Eyl-Heisenberg cebirine uyan titreşimli fononların yaratma ve yok etme operatörleridir. Yaratma operatörü $a = \sqrt{\frac{m\nu}{2\hbar}} \left(\frac{x + ip}{m\nu} \right)$ ve yok etme

operatörü $a^\dagger = \sqrt{\frac{m\nu}{2\hbar}} \left(\frac{x - ip}{m\nu} \right)$ dir. Lamb-Dicke parametreleri (η) olarak bilinen

$\eta_i = k_i \sqrt{1/2m\nu}$ sistemin Hamiltonyeninde yazılırsa,

$$H = H_0 + V \quad (3.7)$$

$$H_0 = \nu a^\dagger a - \delta_1 R_{ee} - (\delta_1 - \delta_2) R_{rr} \quad (3.8)$$

$$V = \frac{\Omega_1}{2} e^{\pm i\eta_1(a^\dagger + a)} R_{eg} + \frac{\Omega_2}{2} e^{\pm i\eta_2(a^\dagger + a)} R_{er} + H.c \quad (3.9)$$

Toplam Hamiltonyenini yazarken $H_{CM} + H_{ion}$ 'un H_0 olarak ve $H_1 + H_2$ 'nin ise V olarak yazıldığına dikkat edilmelidir. $\delta_1 = \omega_1 - \omega_{eg}$ ve $\delta_2 = \omega_2 - \omega_{er}$ dir.

$$H = \nu a^\dagger a - \delta_1 R_{ee} - (\delta_1 - \delta_2) R_{rr} + \frac{\Omega_1}{2} e^{\pm i\eta_1(a^\dagger + a)} R_{eg} + \frac{\Omega_2}{2} e^{\pm i\eta_2(a^\dagger + a)} R_{er} + H.c \quad (3.10)$$

$U_0 = e^{[-i\omega_1 R_{ee} - i(\omega_1 - \omega_2) R_{rr}]}$ potansiyelince bir döner kafes dönüşümü uygulanmaktadır.

Glauber yer değiştirme operatörü olan $D(\alpha) = e^{(\alpha a^\dagger - \alpha^* a)}$ 'nın biçiminde bozonik serbestlik derecesinin V etkileşimine girmektedir. Yer değiştirme operatöründe $\alpha = \pm i\eta$ dir. Her iki lazer ışınının frekanslarının eşit oldukları varsayılırsa; Glauber yer değiştirme operatörünü η cinsinden yazarsak; $D(\eta) = e^{i\eta(a + a^\dagger)}$ olacaktır. Dönüşüm matrisi U bazı ara işlemlerden sonra

$$U = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2}D(\eta) & D(\eta) & -D(\eta) \\ \sqrt{2}D(-\eta) & D(-\eta) & -D(-\eta) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

matrisini vermektedir (Dermez ve Müstecaplıoğlu 2009). Dönüştürülmüş Hamiltonyen (The transformed Hamiltonian), U matrisi yardımı ile bulunur.

$$\tilde{H} = U^\dagger H U = \tilde{H}_0 + \tilde{V} \quad (3.12)$$

$$\tilde{H}_0 = \nu a^\dagger a + \eta \nu^2 + \nu (R_{rr} - R_{gg}) \quad (3.13)$$

$$\tilde{V} = -i\mu (a^\dagger R_{er} - a^\dagger R_{ge} + h.c.) \quad (3.14)$$

μ ile tanımlı değerin karşılığı $\mu = \frac{\nu\eta}{\sqrt{2}}$ dir. Titreşimli fononların koherens yer değiştirme genliği α ile tanımlanmaktadır ve $\eta < \frac{1}{\alpha}$ eşitsizliği, rotasyon dalga

yaklaşımı altında saptanan Hamiltonyen için tutarlılık gösterir (Müstecaplıoğlu 2003, Dermez ve Müstecaplıoğlu 2009).

Başlangıç durum fonksiyonunun zamanla değişim fonksiyonu;

$$|\psi(t)\rangle = U_0^\dagger U e^{-i\tilde{H}_0} K(t) U^\dagger |\psi(0)\rangle \quad (3.15)$$

$$|\psi(0)\rangle = (x|g\rangle + y|r\rangle + z|e\rangle) \otimes \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \quad (3.16)$$

Burada $|\psi(0)\rangle$, iyon-lazer kuantum sisteminin dalga fonksiyonudur. F_n ise titreşimli fononların Fock durumlarının genliğidir. Etkileşimin görüntü değişimi $e^{-i\tilde{H}_0}$ dir. Fotonların üç seviyeli iyon ile etkileşimi sonrası oluşan son dalga fonksiyonu,

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (u_n(t)|e,n\rangle + v_n(t)|r,n\rangle + w_n(t)|g,n\rangle) \quad (3.17)$$

ile tanımlanır.

$$\begin{aligned} \psi_{final}(\text{özel}) &= \sum_{n=0}^3 (u_n|e,n\rangle + v_n|r,n\rangle + w_n|g,n\rangle) \\ &= u_0|e,0\rangle + u_1|e,1\rangle + u_2|e,2\rangle + u_3|e,3\rangle + \\ &\quad v_0|r,0\rangle + v_1|r,1\rangle + v_2|r,2\rangle + v_3|r,3\rangle + \\ &\quad w_0|g,0\rangle + w_1|g,1\rangle + w_2|g,2\rangle + w_3|g,3\rangle \end{aligned} \quad (3.18)$$

aldık. Tam tuzaklanmış iyon seviyelerinin matrisle gösterimi,

$$|e\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |r\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |g\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

şeklindedir.

Fotonların matris gösterimi,

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |2\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |3\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

şeklindedir. Matris gösterimleri yerine yazıldığında $|\psi\rangle$, 12 terim içeriyor. $\langle\psi|$ 'de 12 terim içereceğinden dolayı;

$$\rho = |\psi_{final}\rangle\langle\psi_{final}| = 12 \times 12 \text{ (yoğunluk matrisi)} \quad (3.21)$$

olacak. Bu matrisi hesaplamak zor olacağından dolayı biz bu çalışmada bunu

$$Tr_{iyon}(\rho_{iyon-foton}) = \rho_{foton} = (3 \times 3) \quad (3.22)$$

matrisine indiriyoruz (reduced density matrix).

İndirgenmiş yoğunluk matrisi (ρ_s) kuantum mekaniğinde kullanışlı bir yöntemdir. İndirgenmiş yoğunluk matrisi, bilgi entropisi ve matrisin PPE gibi yöntemlerle mümkün olmaktadır. Son birkaç yıldır bu yöntemlere ilaveten, kuantum kuantum dolaşıklık tomografisi, atomik ve fotonik dolaşık durumları nitelendirmek için kullanılmaktadır. Tek foton Fock durumlarını kullanarak, optiksel kubitleri değerlendirmek için kuantum durum tomografisi kullanılmıştır (Kwiat et al. 2003). Ayrıca iki ve üç spinli sistemler için elde edilen 8×8 boyutundaki yoğunluk matrisi sonuçları, durum tomografisi ile nitelendirilmiştir (Nielsen and Chuang 2000). Bu sonuca göre genel sonucu özel sonuca indirgeyip kuantum entropi yardımıyla sistemde kuantum dolaşıklık olup olmadığına baktık ve bir sonraki bölümde yapılan ölçümler detaylı olarak verilmiştir. Eşitlik (3.18) 'daki iyon-fonon sisteminin 12 tane katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$A_0(t, \eta) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-it(\omega-\eta)} (M_{r0}(t) + M_{g0}(t)) \quad (3.23)$$

$$A_1(t, \eta) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-it(\omega-\eta)} (M_{r1}(t) + M_{g1}(t)) \quad (3.24)$$

$$A_2(t, \eta) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-it(\omega-\eta)} (M_{r2}(t) + M_{g2}(t)) \quad (3.25)$$

$$A_3(t, \eta) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-it(\omega-\eta)} (M_{r3}(t) + M_{g3}(t)) \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} B_0(t, \eta) = & \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e0}(t) + \frac{1}{2} (M_{r0}(t) - M_{g0}(t)) \\ & + i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e1}(t) + \frac{1}{2} (M_{r1}(t) - M_{g1}(t)) + \sqrt{2} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e2}(t) \\ & + \frac{1}{2} (M_{r2}(t) - M_{g2}(t)) + \sqrt{\frac{3}{2}} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e3}(t) + \frac{1}{2} (M_{r3}(t) - M_{g3}(t)) \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} B_1(t, \eta) = & i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e0}(t) + \frac{1}{2} (M_{r0}(t) - M_{g0}(t)) \\ & + \sqrt{2} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e2}(t) + \frac{1}{2} (M_{r2}(t) - M_{g2}(t)) \\ & + \sqrt{6} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e3}(t) + \frac{1}{2} (M_{r3}(t) - M_{g3}(t)) \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} B_2(t, \eta) = & \sqrt{2} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e0}(t) + \frac{1}{2} (M_{r0}(t) - M_{g0}(t)) \\ & + \sqrt{2} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e1}(t) + \frac{1}{2} (M_{r1}(t) - M_{g1}(t)) \\ & + \sqrt{3} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e3}(t) + \frac{1}{2} (M_{r3}(t) - M_{g3}(t)) \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} B_3(t, \eta) = & \sqrt{\frac{3}{2}} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e0}(t) + \frac{1}{2} (M_{r0}(t) - M_{g0}(t)) \\ & + \sqrt{6} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e1}(t) + \frac{1}{2} (M_{r1}(t) - M_{g1}(t)) \\ & + \sqrt{3} i\eta \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e2}(t) + \frac{1}{2} (M_{r2}(t) - M_{g2}(t)) \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} C_0(t, \eta) = & \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e0}(t) + \frac{1}{2} (M_{r0}(t) - M_{g0}(t)) \\ & + i\eta \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e1}(t) + \frac{1}{2} (M_{r1}(t) - M_{g1}(t)) \\ & + \sqrt{2} i\eta \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e2}(t) + \frac{1}{2} (M_{r2}(t) - M_{g2}(t)) \\ & + \sqrt{\frac{3}{2}} i\eta \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) M_{e3}(t) + \frac{1}{2} (M_{r3}(t) - M_{g3}(t)) \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}
C_1(t, \eta) = i\eta \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) M_{e0}(t) + \frac{1}{2} (M_{r0}(t) - M_{g0}(t)) \right) \\
+ \sqrt{2} i\eta \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) M_{e2}(t) + \frac{1}{2} (M_{r2}(t) - M_{g2}(t)) \right) \\
+ \sqrt{6} i\eta \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) M_{e3}(t) + \frac{1}{2} (M_{r3}(t) - M_{g3}(t)) \right)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
C_2(t, \eta) = \sqrt{2} i\eta \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) M_{e0}(t) + \frac{1}{2} (M_{r0}(t) - M_{g0}(t)) \right) \\
+ \sqrt{2} i\eta \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) M_{e1}(t) + \frac{1}{2} (M_{r1}(t) - M_{g1}(t)) \right) \\
+ \sqrt{3} i\eta \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) M_{e3}(t) + \frac{1}{2} (M_{r3}(t) - M_{g3}(t)) \right)
\end{aligned} \tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}
C_3(t, \eta) = \sqrt{\frac{3}{2}} i\eta \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) M_{e0}(t) + \frac{1}{2} (M_{r0}(t) - M_{g0}(t)) \right) \\
+ \sqrt{6} i\eta \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) M_{e1}(t) + \frac{1}{2} (M_{r1}(t) - M_{g1}(t)) \right) \\
+ \sqrt{3} i\eta \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) M_{e2}(t) + \frac{1}{2} (M_{r2}(t) - M_{g2}(t)) \right)
\end{aligned} \tag{3.34}$$

İyonun açısal frekansı $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$, Lamb-Dicke parametresi (Lamb-Dicke parameter) $\eta(t) = \frac{k}{\sqrt{2mv(t)}}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ λ ise her iki fotonun da dalga boyunu gösterir ve

$\alpha = 0.01$ 'dir. α bu küçük değer de alınarak normalizasyon koşulu "1" sağlanır.

$|\psi_k(t)\rangle = \sum_{ip} (M_{ip}(t)) |i, p\rangle$ buradaki kuantum durumunda i , elektronik düzeyler olan (e, r, g) 'yi gösterirken p , ise titreşim kuantum numaraları olan $(0, 1, 2, 3)$ 'ü temsil etmektedir. α ve $\eta(t)$ terimlerinin birinci mertebeleri için $M_{ip}(t)$ olasılık genlikleri;

$$M_{e0}(t) = \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{2}}t\right) - \frac{1}{\sqrt{6}} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{2}}t\right) \alpha + \frac{i\eta}{\sqrt{3}} \sin\sqrt{\frac{1}{2}} \right] \exp[-it\eta] \tag{3.35}$$

$$M_{e1}(t) = \left[-\frac{1}{\sqrt{18}} \sin(\sqrt{\frac{3}{2}}t) + \sqrt{\frac{2}{3}} \alpha \cos(\sqrt{\frac{3}{2}}t) \right] \exp\left[\frac{-it}{\eta}\right] \quad (3.36)$$

$$M_{e2}(t) = \left[-\frac{\alpha}{\sqrt{15}} \sin(\sqrt{\frac{5}{2}}t) - i\eta \sqrt{\frac{2}{15}} \sin(\sqrt{\frac{5}{2}}t) \right] \exp\left[\frac{-2it}{\eta}\right] \quad (3.37)$$

$$M_{r0}(t) = \left[\alpha \sqrt{\frac{2}{3}} \sin(\sqrt{\frac{3}{2}}t) + \frac{2}{\sqrt{54}} + \frac{1}{\sqrt{54}} \cos(\sqrt{\frac{3}{2}}t) \right] \exp\left[\frac{-it}{\eta}\right] \quad (3.38)$$

$$M_{r1}(t) = \left[\alpha \left(\frac{3}{\sqrt{150}} + \frac{2}{\sqrt{150}} \cos(\sqrt{\frac{5}{2}}t) \right) + i\eta \left(\frac{3 + 2 \cos(\sqrt{\frac{5}{2}}t)}{\sqrt{75}} \right) \right] \exp\left[\frac{-2it}{\eta}\right] \quad (3.39)$$

$$M_{g0}(t) = \frac{1}{\sqrt{6}} \exp[-it\eta] \quad (3.40)$$

$$M_{g1}(t) = \left[\alpha \frac{1}{\sqrt{6}} \cos(\sqrt{\frac{1}{2}}t) + \sqrt{\frac{2}{3}} \sin(\sqrt{\frac{1}{2}}t) - \frac{i\eta}{\sqrt{3}} \cos(\sqrt{\frac{1}{2}}t) \right] \exp[-it\eta] \quad (3.41)$$

$$M_{g2}(t) = \left[-\frac{1}{\sqrt{27}} + \frac{1}{\sqrt{27}} \cos(\sqrt{\frac{3}{2}}t) + \alpha \frac{2}{3} \sin(\sqrt{\frac{3}{2}}t) \right] \exp\left[\frac{-it}{\eta}\right] \quad (3.42)$$

$$M_{g3}(t) = \alpha \left[\left(-1 + \frac{\cos(\sqrt{\frac{5}{2}}t)}{5} \right) + i\eta \sqrt{\frac{2}{25}} \left(-1 - \cos(\sqrt{\frac{5}{2}}t) \right) \right] \exp\left[\frac{-2it}{\eta}\right] \quad (3.43)$$

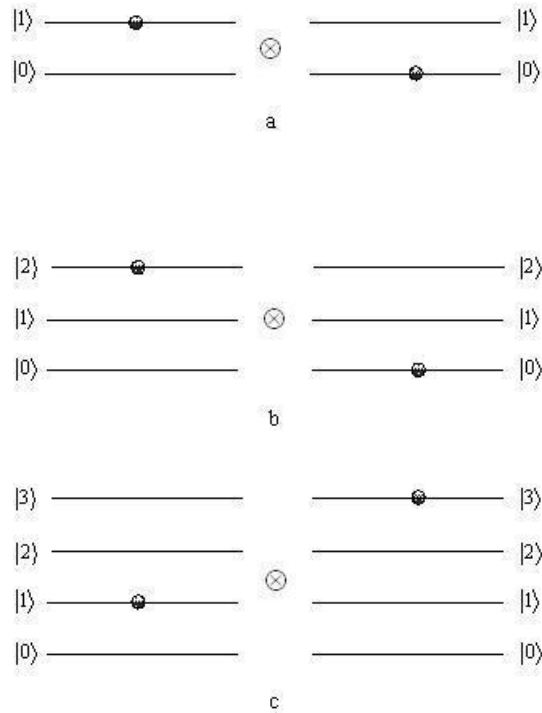
şeklindedir. $M_{e3} = M_{r2} = M_{r3} = 0$ birinci mertebeden terimleri yoktu.

BULGULAR

1.5 Kuantum Dolaşıklığın Ölçümü

1.5.1 Kuantum Entropi

Kuantum dolaşıklık bu zamana kadar yapılan çalışmalarda iki kubit için çok daha iyi anlaşılmaktadır. İki parçacıklı dolaşık durum Erwin Schrödinger tarafından matematiksel olarak formüle edilmiştir. İki seviyeli sistemler kubit, üç seviyeli sistemler kütrit, dört seviyeli sistemler kuadrit olarak adlandırılırlar. Kütrit ve kuadrit sistemlerinin çözümü ve kuantum dolaşıklık hesapları daha karmaşıktır. Bu çalışmadaki iyon-fonon sistemimiz $3 \times 4 = 12$ boyutlu Hilbert uzayında kütrit-kuadrit şeklinde tanımlanmıştır. Şekil 4.1' deki (a) ile (b)'nin karıştırılmış şeklidir.



İki kubitin temel durumun Schmidt formunda ifadesi,

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^2 k_i |ii\rangle \quad (4.1)$$

ile gösterilir ve k_1, k_2 Schmidt katsayılarıdır (Rai and Luthra 2005). Schmidt katsayıları normalizasyon şartına uyarlar.

$$k_1^2 + k_2^2 = 1 \quad (4.2)$$

A ve B ile adlandırılmış iki kubitin oluşturduğu bir sistem için tanımlı dört EPR-Bell durumu mevcuttur. Bu 4 EPR-Bell matematiksel gösterimi Eşitlik (2.7 - 2.10)'de verilmiştir. İki parçacıklı sistemin en küçük boyutu “d” ile tanımlıdır. d boyutunun değerleri 0 ve 1 alındığında AB sisteminin Schmidt formunda ifadesi,

$$|\psi\rangle = \sqrt{p_0} |\phi_0^A\rangle |\phi_0^B\rangle + \sqrt{p_1} |\phi_1^A\rangle |\phi_1^B\rangle \quad (4.3)$$

şeklinde formüle edilir. Burada p_0 ve p_1 indirgenmiş yoğunluk matrisin özdeğerleridir. $|\psi\rangle$ ifadesinin normalizasyon koşuluna uyması beklenir ki $p_0 + p_1$ ifadesi her zaman “1” e eşittir. Matris olarak ifade edilecek EPR-Bell durum fonksiyonlarını ayrı ayrı eşlenikleri ile çarptığımızda AB sisteminin yoğunluk matrisini elde ederiz.

$$\rho_{AB} = |\psi_i\rangle \langle \psi_i| \quad (4.4)$$

EPR-Bell durumlarının her birinin yoğunluk matrisi hesap edilip indirgenmiş yoğunluk matrisleri bulunduğu her birinin aynı matris sonucunu verdiği görülür.

$$\rho_A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

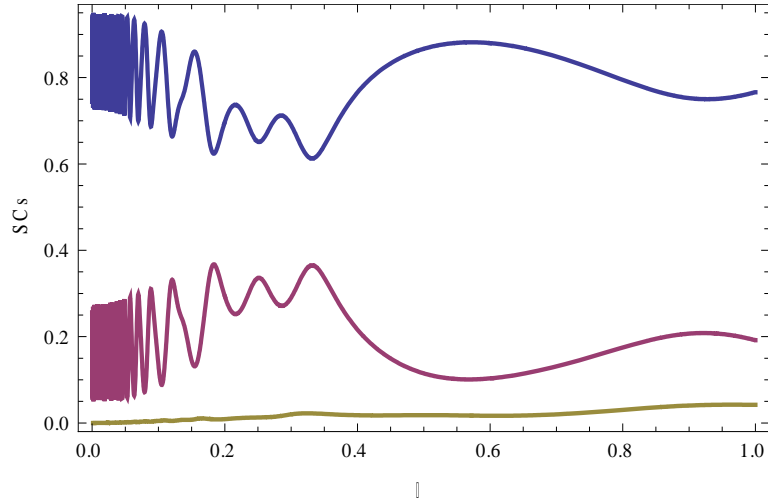
İndirgenmiş yoğunluk matrisi $\rho_A = Tr_B(\rho_{AB})$ şeklinde tanımlıdır. Tr_B B üzerinden kısmi iz olarak tanımlanır. Schmidt katsayıları ρ_A 'nın özdeğerlerinin kareköküdür. ρ_A 'nın özdeğerleri “1/2” dir. Böylece Schmidt katsayıları,

$$k_1, k_2 = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

değerlerini almıştır. Kuantum dolaşıklık ölçüsü kuantum entropi ile bulunur, matematiksel fomülü;

$$E = -\mu_1 \ln \mu_1 - \mu_2 \ln \mu_2 - \mu_3 \ln \mu_3 \quad (4.7)$$

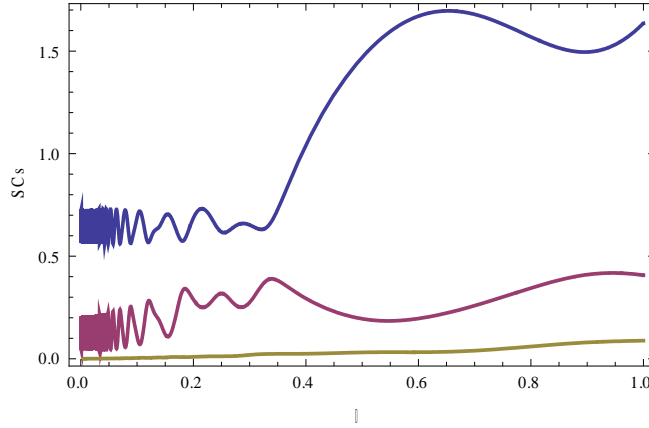
şeklindedir. Matematiksel formüldeki μ katsayıları 12 boyutlu tüm iyon-fonon sisteminin 3 boyuta indirgenmiş yoğunluk matrisinin üç özdeğerleridir. Frekansı zamanla değişen tam tuzaklanmış iyon-fonon kuantum sistemi için, bu denklemler kullanılarak mathematica programında zamana bağımlı olarak grafikler çizdirilmiştir.



Şekil 0.2 Normalize olmuş dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

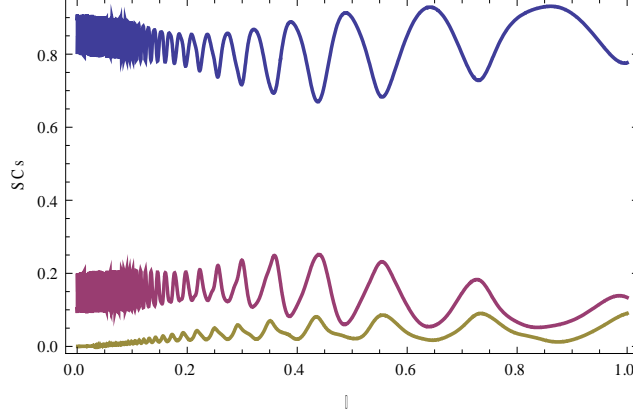
Şekil 4.2’de, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Verilen iki foton Şekil (3.1) de gösterildiği gibi tam tuzaklanmış üç-düzeyle iyonla kuantum mekaniksel olarak etkilemiştir. Bu etkileşim sonucu iyon-fonon kuantum sisteminin 12 özel kapling katsayıları Eşitlik (3.23) ile Eşitlik (3.34) arasında verilmiştir. Ö. E. Müstecaplıoğlu’nun Physical Review A 2003 makalesinde sistem 0-sonsuz arasında titreşim fonunlu olarak gözlemlenen bir kuantum sistemdi. Schrödinger dalga

denkleminin çözümünde sistem, bu çalışmada 12x12 Hilbert uzayı boyutuna sınırlandı. Sınırlı Hilbert uzaylı bu boyuttaki özel kapling katsayıları yardımıyla indirgenmiş yoğunluk matrisi mathematicada hesaplanmıştır. Normalize olmuş dalga fonksiyonu için Şekil (4.2) de normalizasyonun korunduğu görülmüştür. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$ olarak alınmıştır.



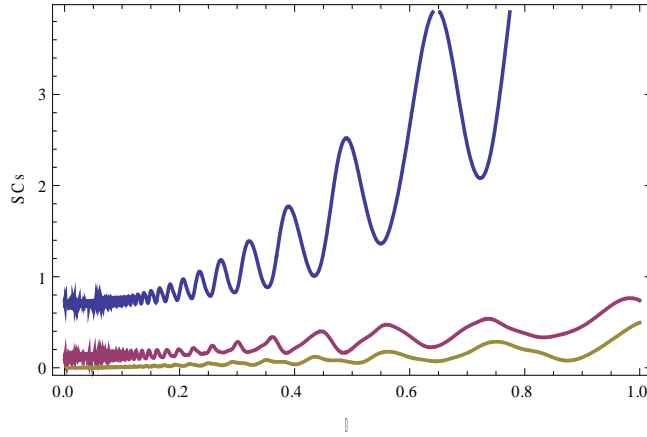
Şekil 0.3 Normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$.

Şekil 4.3'de, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Normalize olmamış dalga fonksiyonu için Şekil (4.3) de normalizasyonun korunmadığı görülmüştür. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$ olarak alınmıştır.



Şekil 0.4 Normalize olmuş dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

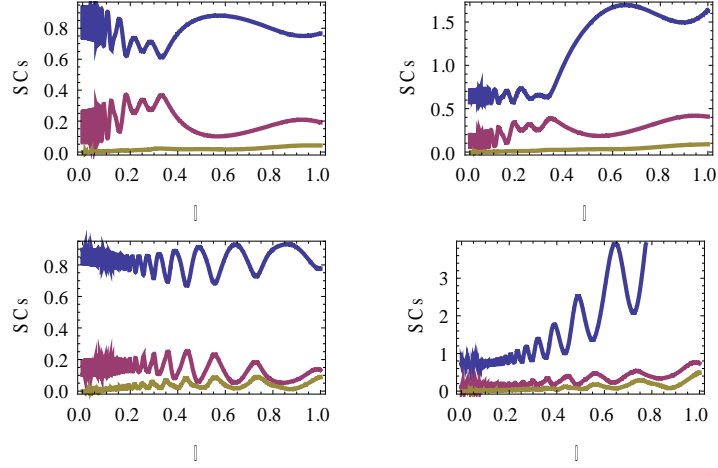
Şekil 4.4’de, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Normalize olmuş dalga fonksiyonu için Şekil (4.4) de normalizasyonun korunduğu görülmüştür. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ olarak alınmıştır.



Şekil 0.5 Normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

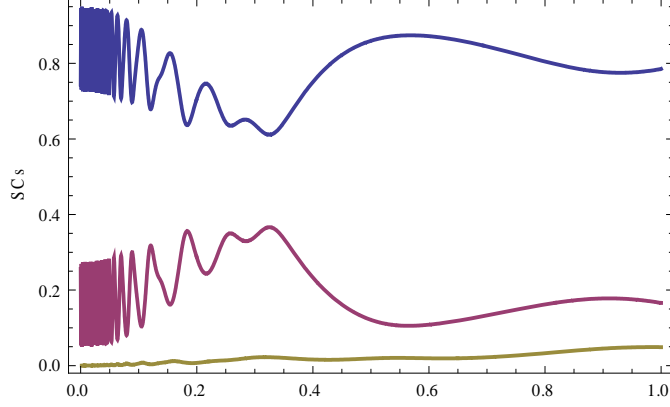
Şekil 4.5’de, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Normalize olmamış dalga fonksiyonu için Şekil (4.5) de normalizasyonun korunmadığı

görülmüştür. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14}$ Hz olarak alınmıştır.



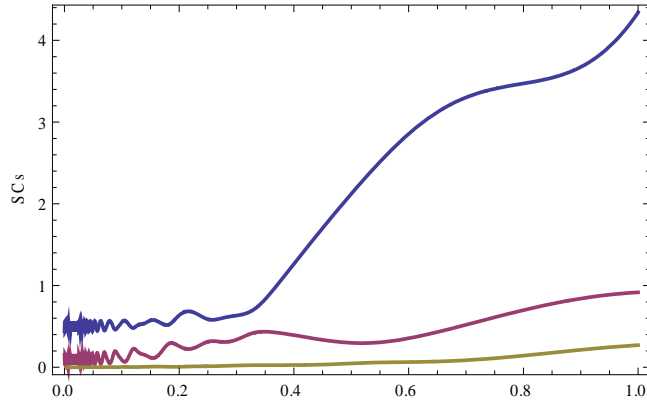
Şekil 0.6 Normalize ve normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$ ve $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14}$ Hz.

Şekil 4.6'da, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafikleri mathematica programında çizdirilmiştir. Normalize ve normalize olmamış dalga fonksiyonu için Şekil (4.6) da çizdirilen grafiklerin dört tanesi bir arada gösterilmiştir. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=2$ ve $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14}$ Hz olarak alınmıştır.



Şekil 0.7 Normalize olmuş dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

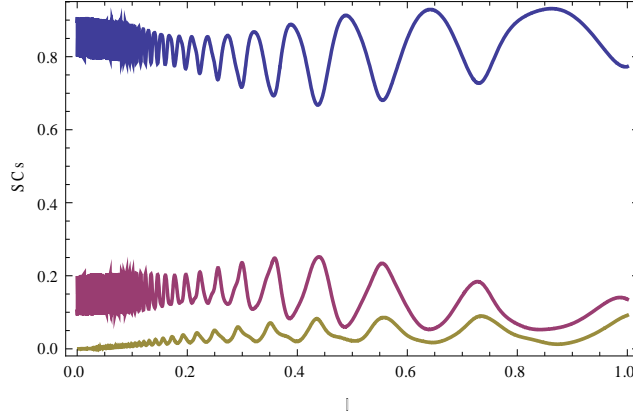
Şekil 4.7’de, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Normalize olmuş dalga fonksiyonu için Şekil (4.7) de normalizasyonun korunduğu görülmüştür. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ olarak alınmıştır.



Şekil 0.8 Normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

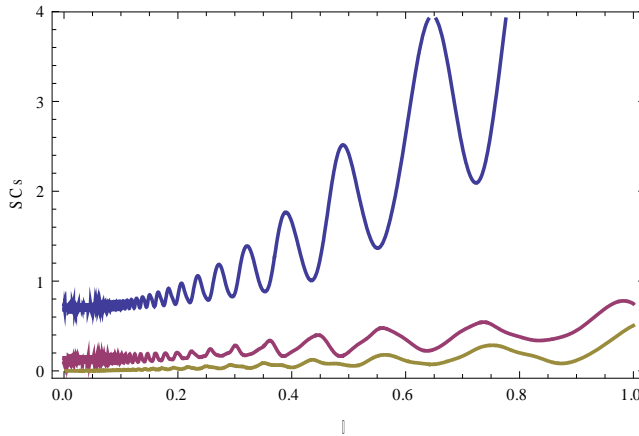
Şekil 4.8’de, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Normalize olmamış dalga fonksiyonu için Şekil (4.8) de normalizasyonun korunmadığı

görülmüştür. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=2$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$ olarak alınmıştır.



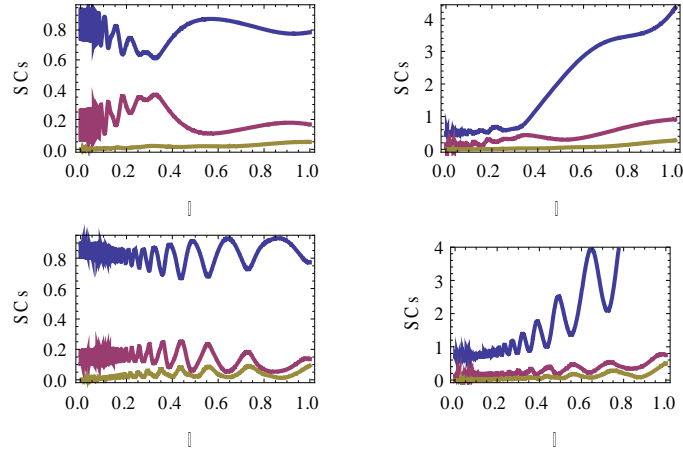
Şekil 0.9 Normalize olmuş dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$.

Şekil 4.9'da, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Normalize olmuş dalga fonksiyonu için Şekil (4.9) da normalizasyonun korunduğu görülmüştür. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$ olarak alınmıştır.



Şekil 0.10 Normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$.

Şekil 4.10’da, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Normalize olmamış dalga fonksiyonu için Şekil (4.10) da normalizasyonun korunmadığı görülmüştür. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$ olarak alınmıştır.

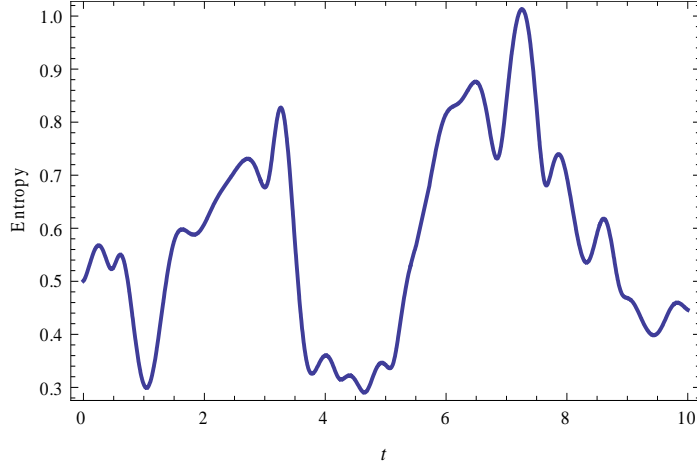


Şekil 0.11 Normalize ve normalize olmamış dalga fonksiyonu için, tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde Schmidt katsayılarının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişimi, bazı parametreler $t=2$ ve $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$.

Şekil 4.11’de, Eşitlik (4.8) ile üç Schmidt katsayısının birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresine göre değişim grafikleri mathematica programında çizdirilmiştir. Normalize ve normalize olmamış dalga fonksiyonu için Şekil (4.11) de çizdirilen grafiklerin dört tanesi bir arada gösterilmiştir. İyon-fonon sistemi için parametreler $t=2$ ve $t=10$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$ olarak alınmıştır. Grafikte renkli çizilmiş olarak görülen üç Schmidt katsayısının toplamı kuantum mekaniksel normalizasyon gereği “1” olmalıdır. Kuantum mekaniğin temel postülası Şekil 4.11’de açık olarak gözükmemektedir. Kuantum mekaniksel normalizasyon şartı

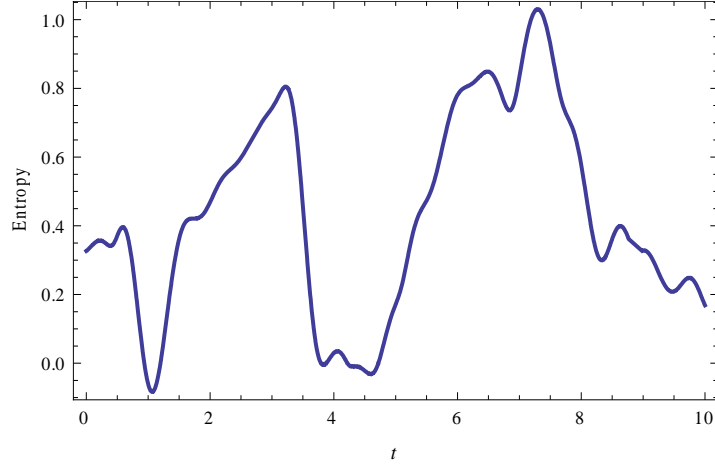
$$\sum_{n=1}^3 \mu_i = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 1 \quad (4.8)$$

şeklindedir.



Şekil 0.12 Tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde kuantum entropinin zamana göre değişimi (Lamb-Dicke parametresi ikinci mertebededir), bazı parametreler $LDP=0.4$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$.

Şekil 4.12’de, Eşitlik (4.7) ile kuantum entropinin ikinci mertebeden Lamb-Dicke parametresinde zamana göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Verilen iki foton Şekil (3.1) de gösterildiği gibi üç-düzeyle tuzaklanmış iyonla kuantum mekaniksel olarak etkileşmiştir. Bu etkileşim sonucu iyon-fonon kuantum sisteminin 12 özel kapling katsayıları Eşitlik (3.23) ile Eşitlik (3.34) arasında verilmiştir. Normalize olmuş dalga fonksiyonu için Şekil (4.12) de kuantum entropi değerinin $E=1.0$ değerine ulaştığı görülmüştür. İyon-fonon sistemi için parametreler $LDP=0.4$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{Hz}$ olarak alınmıştır.



Şekil 0.13 Tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde kuantum entropinin zamana göre değişimi (Lamb-Dicke parametresi birinci mertebededir), bazı parametreler $LDP=0.4$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

Şekil 4.13’de, Eşitlik (4.7) ile kuantum entropinin birinci mertebeden Lamb-Dicke parametresinde zamana göre değişim grafiği mathematica programında çizdirilmiştir. Bu etkileşim sonucu iyon-fonon kuantum sisteminin 12 özel kapling katsayıları Eşitlik (3.23) ile Eşitlik (3.34) arasında verilmiştir. Normalize olmuş dalga fonksiyonu için Şekil (4.13) de kuantum entropi değerinin Şekil (4.12) ile bazı pik farklılıkları olmasına rağmen $E=1.0$ değerine ulaştığı görülmüştür. Bu farklılığın LDP’nin birinci ve ikinci mertebeden oluştuğunu düşünüyoruz. İyon-fonon sistemi için parametreler $LDP=0.4$, $\alpha = 0.01$, $\omega = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ olarak alınmıştır.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Kuantum dolaşıklık, çoklu Hilbert uzayı içinde çözümlenir. Kuantum mekaniğinde, klasik fizikten farklı olarak, dolaşıklık, teleportasyon gibi uzaktan etkileşimler ortaya çıkar. Kuantum dolaşıklığı (quantum entanglement) ile tanecikler birbirinden ayrı-uzak, ancak yine de kuantum iletişim halinde buldukları bir kuantum durumu anlatır. Kuantum dolaşıklığın klasik fizikte lokal bir benzeri ya da eşiti herhangi bir makalede rapor edilmemiştir.

Kuantum kuramı, iki parçacığın spin ölçümünün ancak iki değer verebileceğini söyler: yukarı spin ve aşağı spin gibi olmalıdır. Toplam spinin sıfır olması için biri yukarı ise diğeri mutlaka aşağı spinli olmalıdır. Parçacık spinlerine ilişkin bir ölçüm yapılmamışsa, yukarı ve aşağı durumlu spinler üst üste binme durumunda olurlar. Birinin spinine yönelik bir ölçüm yapılırsa ve spini belirginleşirse (yukarı ya da aşağı) diğerrinin de spini, ilk ölçülen parçanın spiniyle toplanınca sıfır olacak şekilde belli olur. Bu uzaktan etki ya da kuantum dolaşıklık durumudur. Kuantum dolaşıklığın bu özelliği (nonlocal) yerel olmama olarak adlandırılır ve klasik fizikte yeri yoktur.

Kuantum dolaşıklık en iyi şekilde Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) düşünce deneyi ile ortaya konulmuştur. “Doğanın Kuantum Mekaniksel Betimlemesi Tamamlanmış Kabul Edilebilir mi?” adlı makalelerinde (EPR 1935), kuantum mekaniğinde mikro evrensel nesnelere dalga fonksiyonu çökmesini belirten ψ -psi fonksiyonunun, tamamlanmış bir betimleme olmadığı sonucuna varmışlardı. Tüm nesnelere birbiriyle ilişkilidir ve bu atomsal gerçeğin temel bir özelliğidir. Kuantum dolaşıklık kuantum mekaniğin temel argümanlarını test etmek için en güvenilir bir yol olduğu görülmüştür. Küdit dolaşık durumlar, tekli kuantum durumlarda ve tuzaklanmış iyonda fiziksel olarak modellenilebilir (Dermez and Özen 2008, Dermez and et al. 2012, Dermez and Khalek 2011).

Bu çalışmada tam tuzaklanmış üç düzeyli iyonla iki fotonun kuantum dolaşıklığını ve kuantum lineerliğini inceledik. Yani iyon-fonon sisteminin çözülmüş Schrödinger denklemi üzerinden kuantum Entropi aracılığı ile kuantum dolaşıklığın olup olmadığı üzerinde odaklandık. İki fotonla etkileşen iyonda kuantum dolaşıklık

durumların fiziksel ölçümleri ve sonuçları Mathematica paket programında hesapları yapıldı ve bu paket programın da iki boyutlu (Plot2D) çizdirildi. Grafiklerde $E=1$ kuantum dolaşıklık miktarı bulundu. Şekil 4.12 ve Şekil 4.13' de birçok güncel çalışma gibi maksimum kuantum dolaşıklık değeri tespit edildi.

Dolaşıklığın kuantum entropi-zaman ölçümü yapıldı. Tam tuzaklanmış iyonun bulunma olasılık genlikleri $x = \frac{1}{\sqrt{3}}, y = \frac{1}{\sqrt{3}}, z = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ve bu katsayılar ikinci mertebeden (second order) olarak alındı. Tam tuzaklanmış iyon-fonon sisteminde tespit edilmiş 1.0 ile 0,5 aralığındaki kuantum dolaşıklık ölçümleri başka tuzaklanmış iyon sistemleri için örnek olabilir. Tuzaklanmış iyon fiziğinde yapılacak çalışmalara örnek olabilir.

Lamb-Dicke parametresi ikinci merteye için Şekil 4.2 ve Şekil 4.4' de $t=2$ ve $t=10$ saniyede normalizasyon $N=1$ şeklinde korunmuştur. Şekil 4.3' de $t=2$ için $N=1.9$ ve Şekil 4.5' de $t=10$ için $N=3.6$ şeklinde korunmamıştır.

Lamb-Dicke parametresi birinci merteye için Şekil 4.7 ve Şekil 4.9' da $t=2$ ve $t=10$ saniyede normalizasyon $N=1$ şeklinde korunmuştur. Şekil 4.8' de $t=2$ için $N=4.5$ ve Şekil 4.10' da $t=10$ için $N=4.1$ şeklinde korunmamıştır.

Lamb-Dicke parametresi birinci ve ikinci mertebeden grafikleri karşılaştıralım. Şekil 4.3' de ikinci mertebeden $N=1.9$ iken Şekil 4.8' de birinci mertebeden $N=4.5$ ' e çıkıyor. Aynı şekilde Şekil 4.5' de ikinci mertebeden $N=3.6$ iken Şekil 4.10' da birinci mertebeden $N=4.1$ ' e çıkıyor. Burada kuantum lineerlik var. LDP' nin mertebesi arttıkça $N=1$ ' e yaklaşıyor. Terim sayısı artıyor ve bu da normalizasyona ulaşmayı sağlıyor. Bu da lineerliktir.

Tuzaklanmış iyon ve dolaşıklık çalışmaları kuantum bilgisayar, kuantum iletişim, kuantum tele aktarım gibi teknolojinin birçok alanında uygulama bulacaktır. Tuzaklanmış iyondaki kuantum dolaşıklık konusu deneysel ve teorik olarak son yıllarda önemini arttırmıştır.

KAYNAKLAR

Abdel-Aty, M. (2005). Information entropy of a time-dependent three-level trapped ion interaction with a laser field. *J. Phys. A*, **38**: 8589-8602.

Aspect, A., Grangier, P. and Roger, G. (1982). Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A new violation of Bell's inequalities. *Phys. Rev. Lett.*, **49**: 91-94.

Bell, J.S. (1964). On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics*, **1**: 195-200.

Bell, J.S. (1966). On the problem of hidden variables in quantum mechanics. *Rev. Mod. Phys.*, **38**: 447-452.

Bozdemir, S. ve Eker, S. (2007), Kuantum Kuramının Evrimi ve Klasik Kuantum Kuramı, *Bilim ve Ütopya*, **160**: 38-40.

Can, M.A. (2004). Entanglement in atom-photon systems. *PhD thesis. Bilkent University*, **88 p.**, Ankara.

Çelik, A. and Dermez, R. (2009). Kuantum Anahtar Dağıtımında Bell Eşitsizliğinin ihlalinin gösterilmesi. *26. Balkan Fizik Kongresi*, Bodrum, Türkiye.

Çakır, Ö. (2005). Robust Entanglement in Atomic System. *PhD Thesis. Bilkent University*, **107 p.**, Ankara.

Dermez, R. (2005). Kuantum bilgi teorisinde atomik ve fotonik dolaşıklık. *PhD tezi. Osmangazi Üniversitesi*, **116 p.**, Eskişehir.

Dermez R. and Ozen S. (2008). Higher dimensional entangled qudits in trapped three-level ion. *International Laser Physics Workshop (LPHYS'08), Norwegian University of Science and Technology (NTNU)*. Trondheim, Norway.

Dermez, R. and Müstecaplıoğlu, Ö.E. (2009). Long-lived entangled qudits in a trapped three-level ion beyond the Lamb-Dicke limit. *Phys. Scr.*, **79**: 015304.

Dermez R. and Özen S. (2010). Higher dimensional entangled qudits in a trapped three-level ion. *Eur. Phys. J. D.*, **57**: 431.

Dermez R. and Khalek S. A. (2011). *J. Russ. Laser Res.*, **32**: 287.

Dermez, R. (2005). Kuantum bilgi teorisinde atomik ve fotonik dolaşıklık. *PhD tezi. Osmangazi Üniversitesi*, **116 p.**, Eskişehir.

Dermez, R. and Günaydın, G.N. (2010). Characterization of quantum Entanglement with concurrence and negativity in a three-level trapped ion. *Adım Fizik Günleri, Kocatepe Univ., Afyonkarahisar* .

Dermez R. and Çağ, M.A. (2008). Negativity an Concurrence As Entanglement Measures for qubits, qutrits and quadrits. *Turkish phys. soc. 24th inter. phy. congress, Kocatepe Univ., Afyonkarahisar*.

Dermez R., S.A. Khalek, K. Kara, B. Deveci and G.N. Günaydin (2012). Full-Trapped Three-Level Ion In The Lamb-Dicke Limit: Analyzing and Comparing Quantum Entanglement Measures of Two Qudits. *Journal of Russian Laser Research* **33**: 42.

Dermez R., B. Deveci and D.Ö. Güney (2013). Quantum Dynamics Of A Three-Level Trapped Ion Under A Time-Dependent Interaction With Laser Beams. *The European Physics Journal D*.

Dermez R. and Özen S. (2012). Maximum quantum entanglement and linearity in the second-order terms of the Lamb-Dicke parameter. *Physica Scripta*, **055009**.

Dermez R. (2013). Quantification of Mixed-State Entanglement in a Quantum System Interacting with Two Time-Dependent Lasers. *Journal of Russian Laser Research*, **34**: 2

Dehlinger D. and Mitchell M. (2002). *Quant. Ph.I*

Duru, A. (2006). Intrinsic entanglement of photons. *M. Sc. thesis, Bilkent University*, **44 p.**, Ankara.

Einstein, A., Podolsky, B. and Rosen, N. (1935). Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, **47**: 777-780.

Gençten A. and Türkpençe D. (2006). Kuantum mekaniğine felsefî bakış. Yüksek lisans semineri. *19 Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Samsun.

Greenberger, D. M., Horne, M. A. and Zeilinger, A. (1989). Quantum theory and conceptions of the universe. *Kluwer Academic Publishers*, **107 p.**, Dordrecht.

Jennewein, T.D. (2002), Quantum communication and teleportation experiments using entangled photon pairs. *PhD thesis, Vienna University*, **141 p.**, Vienna.

Mandel, L. and Wolf, E. (1995). Optical coherence and quantum optics. *Cambridge University Press*, Cambridge, **310 p.**

Mustecaplioglu, O.E. (2003). Motional macroscopic quantum superposition states of a trapped three level ion. *Phys. Rev. A*, **68**: 023811.

Niels Bohr (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?. *Phys. Rev.*, **48**: 696-702.

Özen, S. and Dermez, R. (2009). Negativity and Concurrence computation of 4 EPR-Bell states for two qubits. *BPL*, **16**: 161046.

Özen S. and Dermez R. (2008). Negativity and Concurrence Computation of 4EPR-Bell States for Two-Qubits. *Balkan Physics Letters*, Bodrum-Turkey, **16**: 161046.

Pospiech, G. (2000). Uncertainty and Complementarity: The Heart of Quantum Physics. *Physics Education*, **35(6)**: 393-399.

Rai S. and Luthra J. R. (2005). Negativity and Concurrence as complete entanglement measures for two arbitrary qudits. *quant-ph.*, **1**: 0508045.

Robert Gilmore (2000). Alice in Quantumland. Bir kuantum alegorisi. Alice Kuantum Diyarında. Çeviren: Filiz Kaynak. *Güncel Yayıncılık*.

Schrödinger E. (1935). Discussion of probability relations between separated systems. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **31**: 555-562.

Schrödinger E. (1935). English translation in Quantum Theory of Measurement, edited by J.A. Wheeler and W.H. Zurek (1983). *Naturwissenschaften*, Princeton University Press, Princeton, **23**: 807, 823, 844.

Schrödinger E. (1935a). Die Gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik. *Naturwissenschaften*, **23 (49)**, pp: 807-812, 823-828, 844-849.

Schrödinger E. (1935b). Discussion of Probability Relations between Separated Systems. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **31**:555-563.

Terhal B. M., Wolf M. and Doherty A. C. (2003). Quantum Entanglement: A Modern Perspective. *Physics Today*, **56**: 4.

Zeilinger, A. (2000). Quantum teleportation. *Scientific American*, 32-41.

Zeilinger, A., Horne M.A., Weinfurter H. and Zokowsky, M. (1997). Three-particle entanglements from to entangled pairs. *Phys. Rev. Lett.*, **78**: 3031-3033.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Kemal KARA

Doğum Yeri : Ankara

Doğum Tarihi : 02.05.1986

Medeni Hali : Evli

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Keçiören Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi, 2000-2004

Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar 2006-2010

Yüksek Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar 2011-2014

Uluslararası konferans ve Sempozyumlardaki Tebliğler

1. R. Dermez , S.A. Khalek , K. Kara, B. Deveci and G.N. Günaydin (2012). Full-Trapped Three-Level Ion In The Lamb-Dicke Limit: Analyzing and Comparing Quantum Entanglement Measures of Two Qudits. *Journal of Russian Laser Research*, 33,42
2. K. Kara (2012). Quantifying Mixed State Entanglement of Time Dependent Two Lasers with Three-Level Trapped Ion System In Second Order Terms. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Bölüm Semineri*