

BİR SİSMİK KÜTLESİNİN TİTREŞİM ÜRETEEN CİSME GÖRE BAĞIL YERDEĞİŞİMİNİN MATEMATİKSEL MODELİ

Abdurrahman KARABULUT

Afyon Kocatepe Üniversitesi-Teknik Eğitim Fakültesi Makina Eğitimi Bölümü

ÖZET

Bu çalışmada, titreşim ölçme aleti olan sismometre incelenmiştir. Sismometre genelde deprem ölçen bir alet olarak bilinir. Depremi meydana getiren dünya kabuğundaki temel mekanizmalar tamamen anlaşılamamıştır. Bazı ölçümlerle deprem haritaları oluşturulmuştur. Deprem sırasında, deprem şiddetinin belirtilmesi için sismometreden faydalanılır. Bu ölçümler depremin yıkıcı gücünü ortaya çıkarır. Sismometre elemanlarının seçimi hassas bir titreşim ölçümü için çok önemlidir. Bu elemanların karakteristik özelliklerinin belirtilmesinde teorik bilgilerden faydalanılır.

Bu amaçla , sismiğin. newtonun hareket kanunu kullanılarak dış kuvvet, kütle, yay katsayısı ve sönüm elemanı parametrelerine göre matematiksel modeli ve fiziksel modeli oluşturulmuştur.

Bu aletin ölçme kapasitesi ve hassasiyetinin artırılması sönüm faktörünün değiştirilmesiyle mümkündür. Bununla birlikte geniş ölçme frekansına bağlı küçük genliklerin belirtilmesinde doğru sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Sismometre, Titreşim, Deprem, Titreşim ölçümü

A MATHEMATICAL MODEL FOR RELATIVE DISPLACEMENT A SEISMIC MASS OF WITH RESPECT TO VIBRATION SOURCE

ABSTRACT

In this study, seismometer, device of vibration measurement, is investigated. Seismometer is generally known as a device for measuring earthquake. Basic

mechanisms in the crust of earth that produce quake are not fully understood. Theories and suggestions regarding to these mechanisms have been discussed. Earthquake maps were prepared by measurements. Seismometers can be used to define the magnitude of an earthquake. These measurements give the destruction power of quake. Selection of elements of seismometer is very important for a very precise measurement of vibration. When defining the characteristics of these element, theoretical knowledge is necessary.

For this purpose, a physical model of seismic is developed. By the use of the Newton's law of motion, external force, mass, coefficient of spring and damping parameters are selected for the mathematical model.

Measuring capacity and improving the precision of this device is possible to improve by changing the damping factor. Moreover, accurate results are obtained for defining the small magnitudes related to wide measuring frequency.

Key Words: Seismometer, Earthquake, Vibration, Measurement of Vibration

1. GİRİŞ

Günümüz teknolojisinde titreşim konusu çok büyük bir öneme sahiptir. Dinamik kuvvet etkisi altında kalan her cisim belli bir oranda titreşim yapmaktadır. Çalışan bir makinanın üzerinde hareketli elemanların bir çoğu titreşim üretirler. Bunun dışında ani kuvvetler etkisi altında da titreşim meydana gelir. Bunun en açık bir örneği depremdir. Yeraltındaki fay kaymalarından dolayı yer kabuğunda oluşan büyük sarsıntılar meydana gelmektedir. İşte bu sarsıntılar titreşim olarak değerlendirilmektedir. Sismometre yardımıyla yer kabuğundaki sarsıntılar (titreşimler) ölçülür. Ayrıca sismometre aleti mantığı ile yapılan titreşim ölçen birçok sistem vardır. Bu tür sistemler kullanılarak makinaların üzerindeki titreşimlerin şiddeti de ölçülmektedir[1,2].

Makina ve tezgahların bulunduğu üretim alanlarında, çalışan sistemlerin sırasında sürekli titreşim durumları takip edilmesi ve gerekli koruyucu tedbirlerin alınması gereklidir. Makinaların ömrü, ekonomik bir işletmecilik açısından çok önemlidir. Bilhassa son senelerde koruyucu bakım ve kırıma öncesi, yorulma hasarı tespiti dinamik sistemlerin bulunduğu işletmelerde mühendislik hayatının bir parçası haline gelmiş bulunmaktadır.

Yüksek devirle çalışan gaz veya buhar türbinlerinin kullanıldığı pompa ve benzeri dinamik sistemlerin bulunduğu merkezlerde dengesizlikleri, dinamik kuvvet ve sistemlerin tahribatını anında tesbit etmek ve gerekli tedbirleri almak için sürekli titreşim ölçümü ve kontrolü yapılması gereklidir.

Bir sistemin dinamik analizini yaparken, dinamik karakteristikleri detaylı bir şekilde ortaya çıkarmak için, genelde bilinmesi gereken büyüklükler genlik, hız ve ivmedir. Her hangi bir sistemin zorlanmış titreşim analizi için, harmonik bir kuvvetle sistem tahrik edilmeli; serbest özelliklerinin belirtilmesi için de, sistem şok bir darbe ile tahrik edilmelidir.

Titreşimin zararından korumak için titreşim büyüklüğünün bilinmesi gerekir. Daha sonra bu ortamın uygun yalıtım elemanları yardımıyla titreşimini kontrol altına alarak titreşimin etkisi azaltılır. Hiçbir zaman titreşimin tamamını yok etmek mümkün değildir. Titreşimde en önemli değişken ivmedir. İvmenin değerini uygun sönüm elemanı kullanılarak çok küçük değerlere indirilebilir. Böylece belli oranda titreşim kontrol altına alınmış olacaktır.

Bu amaçla, birçok alet geliştirilmiştir. Bunlardan birisi de sismometre olarak bilinen sarsıntı ölçen alettir. Bu aletin karakteristik özellikleri üzerinde durulacaktır.

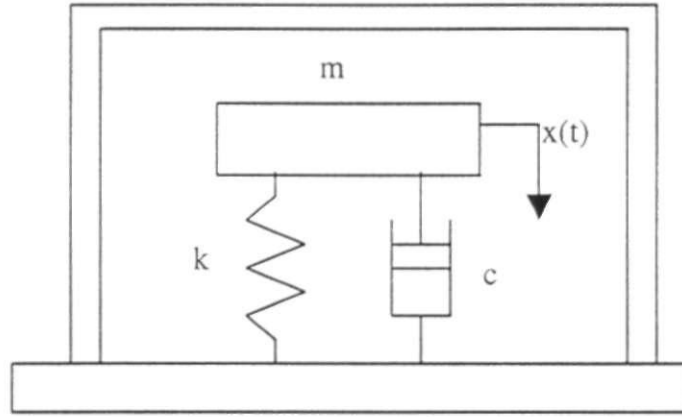
2. SİSTEMİN İÇ YAPISI

Bir sismik aleti kullanarak titreşimin genliği ve ivmesi bulunabilir. Sistemin içinde kütle, yay ve sönümleyici vardır. Şekil 2.1 de sismik aletin şematik diyagramında görüldüğü gibi, sismiğin kütlesi; yay ve sönümleyici yardımıyla gövdeye bağlanır.

Bu aleti oluşturan yay, sönüm elemanı ve kütle gösterilmiştir. Titreşimin dördüncü elemanı olan kuvvet bir dış etki olarak varlığını gösterir. Buda şok kuvveti veya periyodik bir kuvvet olabilir. Makinaları tahrik eden bazı dış kuvvetlerde titreşim oluştururlar.

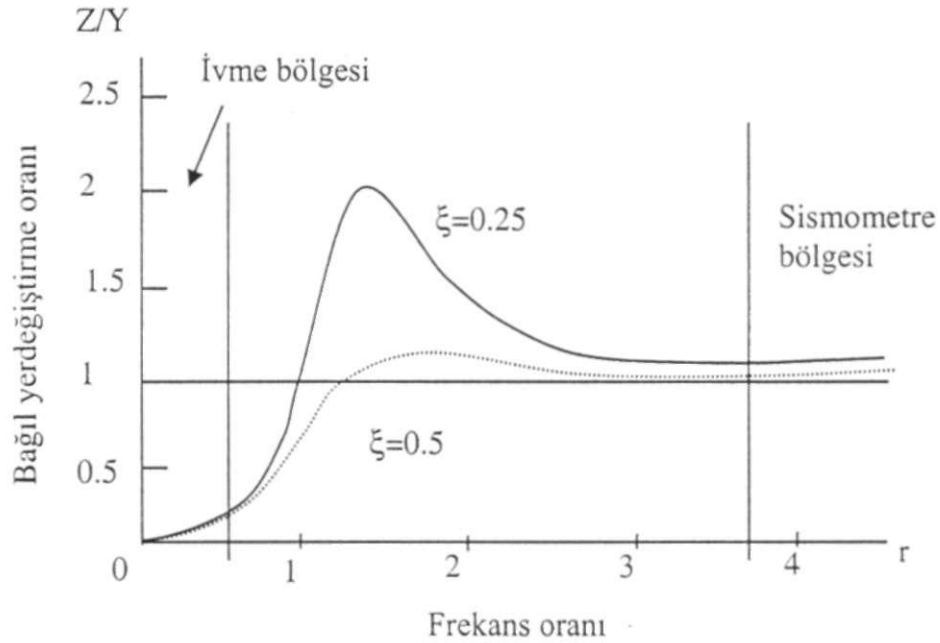
Pratikte sönümün daha iyi olması için gövdenin içi viskoz bir akışkanla doldurulur. Sismik aletin gövdesi alt yüzeyinden titreşimi ölçülecek cisme montaj edilir. Bu sismik x yönündeki hareketi ölçer. Cismin hareketi sonucu sismik kütlesi gövdeye göre bağıl hareket eder. Bu olay ivme alıcı

(transducer) ve filtre aracılığıyla osilografıye aktarılır. Kütlenin gövdeye.



Şekil 2.1 Sismik aletin şematik diyagramı

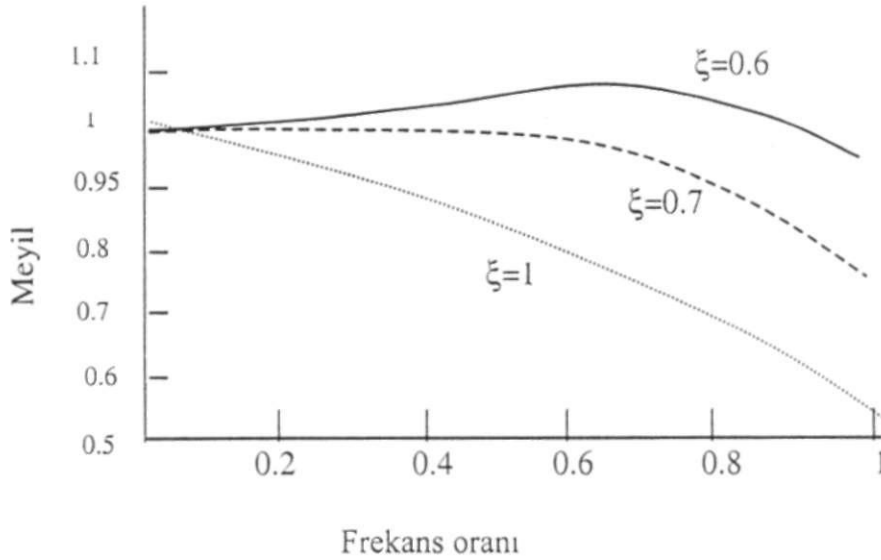
göre bağıl hareketi titreşim yapan sistem hakkında açık ve net bir bilgi verir. Osilografiden alınan grafikler üzerinde genlik, hız ve ivmelerin büyüklüğü gösterilir. Ayrıca ivme hız ve genlik dijital göstergeden de sayısal olarak elde edilir[1,3].



Şekil 2.2 Sismik ve ivme ölçümleri için kullanılan transyuserların bağıl yer değişimi ile frekans arasındaki değişimin şiddeti

Frekanslar oranının Z/Y değeri arasındaki değişmeyi yukarıdaki diyagram vermektedir. $r \geq 3$ eşit ve en büyük değeri için yer değişmeler oranı birbirine yaklaşmaktadır. $Z/Y=1$ veya $Z=Y$ de, değişmeler oranı ve temelin yer değişmesi aynı şiddettedir. Böylece Şekil 2.1 deki alet, temelin yer değişimi frekansı aletin tabi frekansının en az üç katı olması durumunda temelin harmonik yer değişimi ölçümünde kullanılabilir.

Gövdeye harmonik hareket sağlayan bir sistemi göz önüne alarak sismiğin kütlesinin hareketi analiz edilir. Sismik kütlesinin, cismin kütlesine göre çok küçük olmasından sismik kütlesinin cismin hareketine olumsuz bir etkisi görülmez. Sismik bir cisme bağlandığında, birden fazla serbestlik derecesine sahip titreşim yapan hareketleri algılamaz sadece tek serbestlik dereceli titreşim hareketlerini ölçer. Titreşim hareketinin yönüne göre sismik aleti cıvatalar yardımıyla yüzeye sıkıca bağlanır. Bağlantı arsında elastik herhangi bir elaman kullanılmaz. Çünkü titreşim yapan elemanın genliği ile sismometrenin genliğinin aynı olması gerekir.

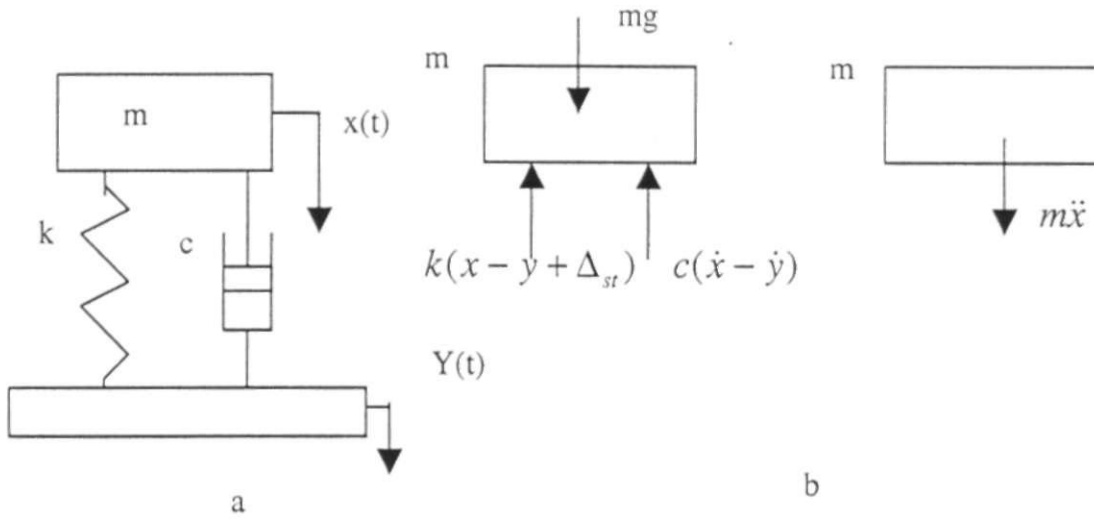


Şekil 2.3 bir ivme metre için bağıl yerdeğiştirme ve temelin ivmesinin arasındaki orana sönümün etkisi

Yer sarsıntısı ölçümünde kullanılan bir ivme-metrenin sönüm faktörü katsayısının en uygun değeri Şekil 2.3 de görüldüğü gibi $\xi=0.7$ olması gerekir. Bu değerde, alet geniş ölçme spektrumuna sahiptir. $r < 1$ için ξ nin değişik değerleri verilmiştir. İvme-metrenin bu değerler arasında en sıhhatli ölçüm yapacağı açık bir şekilde görülmektedir[7,8].

3. MATEMATİKSEL MODEL

Cismin yer değişimi $y(t)$, sismik kütlelinin yer değişimi $x(t)$ olsun, kütle, yay ve sönümleyici oynayabilir bir tabana Şekil 3.1a daki gibi bağlanır. Sistemin yer değişimi herhangi bir zaman aralığında serbest cisim diyagramı Şekil 3.1b deki gibi gösterilir.



Şekil 3.1 Sismik kütlelinin fiziksel modeli[4]

Newtonun hareket kanunu uygulanarak

$$-k(x - y + \Delta_{st}) - c(\dot{x} - \dot{y}) + mg = m\ddot{x} \dots \dots \dots (1)$$

eşitliği yazılır. Statik çökme yerçekimin yaptığı etkiye eşit olacağından,

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky \dots \dots \dots (2)$$

olur. Sismik kütlelinin cismin hareketine göre bağıl yer değişimi

$$z(t) = x(t) - y(t) \dots \dots \dots (3)$$

olarak ifade edilir. Burada ölçülmek istenen değer $z(t)$ dir. Eşitlik (2) de

değişkenlere bağlı z 'yi kullanarak[4,5]

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{y} \dots \dots \dots (4)$$

$$\ddot{z} + 2\xi\omega_n\dot{z} + \omega_n^2 z = -\ddot{y} \dots \dots \dots (6)$$

ayrıca (2) ve (4) eşitliği her ikisinde m 'e bölünür

$$\ddot{x} + z\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 2\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y \dots \dots \dots (5)$$

elde edilir, Eşitlik (5) sismik kütleinin ivmesini; eşitlik (6), cismin hareketine göre sismiğin bağıl ivmesini verir. Cismin yer değişimi farklı formlarda olabilir. Genelde bütün sistemler için çözümlenen hareket türü $y=Y\sin\omega t$ harmonik hareket formunda verilirse (5) ve (6) eşitlikleri ve

$$\ddot{x} + z\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 Y \cos \omega t + \omega_n^2 Y \sin \omega t \dots \dots \dots (7)$$

$$\ddot{z} + 2\xi\omega_n\dot{z} + \omega_n^2 z = \omega^2 Y \sin \omega t \dots \dots \dots (8)$$

kütle, yay ve sönümleyiciye sahip sistemin harmonik harekete maruz kaldığını eşitlik (8) gösterir. Harmonik hareketin şiddeti kendi frekansının karesiyle orantılıdır. Bu eşitlik sabit katsayılı sağ taraflı diferansiyel bir denklemdir. Özel çözümü,

$$z(t) = Z\sin(\omega t - \phi) \dots \dots \dots (9)$$

bulunur. Burada Z ve ϕ değerleri

$$Z = \frac{Y\omega^2}{[(k-m\omega^2)^2 + c^2\omega^2]^{1/2}} = \frac{r^2 Y}{[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]^{1/2}}$$

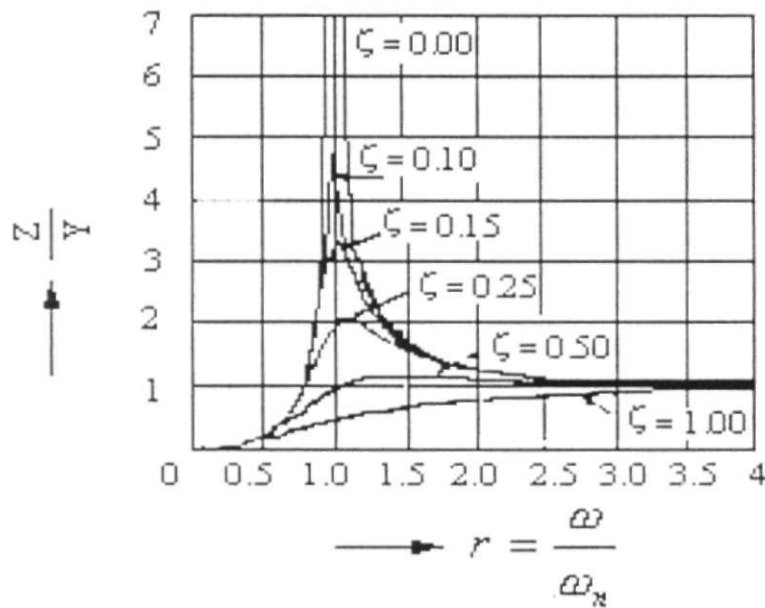
ve

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{c\omega}{k-m\omega^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\xi r}{1-r^2}\right)$$

elde edilir[2,4,5,6]. Burada;

- $x(t)$ = Sismik kütleinin yer değışimi
- $y(t)$ = Cismin yer değışimi
- Y = Cismin yer değışme genliği
- $z(t)$ = Sismik kütleinin bağıl yer değıştirmesi
- Z = Bağıl yer değışmenin genliği
- c = Sönüm katsayısı
- k = Yay katsayısı
- ω = Cismin frekansı
- ω_n = Sismik aletin tabi frekansı
- ξ = Sönüm faktörü
- r = Frekanslar oranı
- ϕ = Faz açısı olarak tanımlanır.

Z/Y oranı farklı sönüm faktörlerinde oluşan diyagram Şekil 3.2 de gösterilmiştir. Sönüm faktörüne bağı olarak genlik değeri artmakta veya azalmaktadır. Ölçümü yapılan sistemin sönüm faktörü $0 < \xi < 1$ arasında olması gerekir. $\xi=0$ için, Şekil 3.2 den görüldüğü gibi genlik aşırı büyümekte, $\xi=1$ için sistem üzerinde sönüm çok az görülmektedir. Böylece zayıf sönüm bölgesinde en uygun sönüm faktörü 0,3 olmalıdır.



Şekil 3.2 Genliğin frekans oranlarına göre değışimi[4]

$r = 1$ oranında sönüm faktörünün aldığı değerler ne olursa olsun genliğin maksimum olduğu görülmektedir. Bir sismik aleti büyük frekans oranlarında doğru bir ölçme yapıyorsa bu alet sismometre diye isimlendirilir.

Büyük frekans oranlarında çalışan bir aletin kütlesinin küçük olması gerekir. Diğer taraftan, kütlelerin büyük, yay katsayısının küçük olması sismometre cihazının kullanım alanını daraltır. Birçok uygulamada kullanılmaz. Sismometrenin ölçme sırasında hata yüzdesi

$$E = \frac{Y_{ger} - Y_{ölç}}{Y_{ger}} \times 100$$

eşitliğiyle bulunur.

4. SONUÇ

Titreşimlere maruz kalan sistemlerin kontrol altına alınması için titreşim büyüklüğünün belirtilmesi gerekir. Titreşimlerde etkili olan ivmedir. İvmenin elde edilmesi için iki yol vardır. Titreşim ölçen aletler yardımıyla veya matematiksel modeller kurularak ivmenin nominal değeri bulunur. Alet kullanılarak ölçme yapılamıyorsa Matematiksel modeller kullanılır.

Bu yolla daha fazla sistemin titreşiminin minimize edilmesi; titreşim izolasyonu için uygun parametrelerin oluşturulması konularında matematiksel model çok sık kullanılır. Mühendislik dalında üzerinde çalışılan titreşim modeli için sönüm faktörü $0 < \xi < 1$ arasında olması istenir. Sönüm faktörü bu sınırlar arasında ise dış kuvvetler belirli ölçüde kontrol altına alınabilir.

Titreşim ölçümü yapan bir alet için en ideal sönüm faktörü $\xi = 0.7$ olması gerekir. $r < 1.44$ değeri için, ξ nin küçük değerlerinde genlik oranları büyür; ξ nin büyük değerlerinde ise genlik oranları küçülür. İdeal sönüm faktörü her sistem için değişir. Doğru bir ölçüm için titreşim aletinin tabii frekansı büyük olmalıdır. Bunun içinde aletin kütlesi küçük, yay katsayısı büyük olmalıdır.

5. KAYNAKLAR

1. Plunkett, R., Shock and Vibration Instrumentation. Shock and Vibration Digest. Vol. 14, pp. 3-5, Sept.1982
2. Westermo, B. And Udvardia, F., Periodic Response of Sliding Oscillator System To Harmonic Excitation, Earthquake and Structural Dynamics. Vol. 11, pp. 135-146, 1989
3. Pretlove, A. J., Some Current Methods in Vibration Measurement, in B.O. Skipp (ed), Vibration in Civil Engineering pp. 96-112, Butterworth London, 1982.
4. Kelly, S. G., Fundumantal of Mechanical Vibration, McGraw-Hall, Singapore, 1993.
5. Holman, J. P., Experimental Methods For Engineers, 4th ed., Mc Graw-Hall, New York, 1984.
6. Wylie, C. R., and R. Barrett, Advanced Engineering Mathematics Mc Graw-Hill, New York, 1972.
7. Inman, D.J., and Virginia, B., Engineering Vibration, Prentice Hall, New York, 1996.
8. Matsuzaki, Y., and Tabaie S., Shock And Seismic Response Specra In Design Problems, Shock And Vibration Digest, Vol. 15, 1983 ,pp. 3-10.

AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ
DERGİSİ

Afyon Kocatepe University
Journal of Science

Cilt/Volume 2
Sayı/Number 1

2000

AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ DERGİSİ
Afyon Kocatepe University
Journal of Science

SAHİBİ/PUBLISHER

Prof. Dr. Şan ÖZ-ALP
(*Afyon Kocatepe Üniversitesi Rektörü*)

EDİTÖR/EDITOR

Prof. Dr. Ö. Faruk EMRULLAHOĞLU
(Teknik Eğitim Fakültesi Dekanı)

YAYIN KURULU/EDITORIAL BOARD

Prof. Dr. Hidayet YAVUZ
Prof. Dr. Fikri ŞENOL
Prof. Dr. Galip SAİD
Prof. Dr. Rıza AŞIKOĞLU
Prof. Dr. V. Kemal CEYLAN
Doç. Dr. Yaşar KİBİCİ

YAYIN KOORDİNATÖRLÜĞÜ/MANAGING

Y. Doç. Dr. Süleyman TAŞGETİREN
Arş. Gör. Abdullah KURT

ADRES/ADDRESS

Afyon Kocatepe Üniversitesi
Ali Çetinkaya Kampusü
Teknik Eğitim Fakültesi / AFYON

BU SAYININ HAKEMLERİ

Prof. Dr. Tevfik AKSOY
Prof. Dr. Soner ALANYALI
Prof. Dr. Eşref AVCI
Prof. Dr. M. Sabri ÇELİK
Prof. Dr. İ. Göktay EDİZ
Prof. Dr. Ö. Faruk EMRULLAHOĞLU
Prof. Dr. M. Yavuz KILIÇ
Prof. Dr. Zahit MECİTOĞLU
Prof. Dr. Fikri ŞENOL
Prof. Dr. Osman TUTKUN
Doç. Dr. Mehmet Emin AYDIN
Doç. Dr. Cuma BİNDAL
Doç. Dr. H. Rıza BÖRKLÜ
Doç. Dr. Hasan ERKAYA
Doç. Dr. Salih FADIL
Doç. Dr. Ferhat KARA
Doç. Dr. Hasan MANDAL
Doç. Dr. Faruk MENDİ
Doç. Dr. Muzaffer TOPÇU
Doç. Dr. Hasan TOZLUK
Doç. Dr. Sakin ZEYTİN