

Dairesel ve Prizmatik Makine Elemanlarında Oluşan Çatlağın Deneysel Modal Analiz Yöntemiyle Belirlenmesi

L. Dahil¹ A. Karabulut²

¹ Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (ardahil@hotmail.com)

² Afyon Kocatepe Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi (kbulut@aku.edu.tr)

Circular and Prismatic Elements of the Machine By Experimental Modal Analysis to Determine the Crack

Abstract—The machine is used as the elements of circular prismatic parts and vibration response was measured under external forces. Cracks formed on a sample of each solid sample were compared with their response. For this purpose, experimental modal analysis method was used. Frequencies of each sample was determined separately. Mode shapes were obtained with the help of FRF. Crack into the sample was lower than the resonance frequencies. The first mode was suffered by a large change in shape. Damping ratio was calculated.

Key Words—Experimental modal analysis, Frequency, Damping ratio, Mode shape

I. GİRİŞ

Deneysel modal analiz son yıllarda bilgisayar destekli ölçüm cihazlarının gelişmesiyle daha fazla araştırmalarda kullanılır hale gelmiştir. Bu yöntemle bir makine elemanının dinamik özellikleri olarak adlandırılan doğal frekanslar, mod şekilleri ve sönüm oranları deneysel çalışmalar sonucunda bulunabilmektedir.

Deneysel ölçüm metodlarına bağlı mühendislik yapılarının dinamik özelliklerinin belirlenmesi için deneysel modal analiz ve operasyonel modal analiz yöntemleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Deneysel modal analiz yönteminde yapı dıştan belli bir etkiyle titreşime maruz bırakılıp, (sarsma tablası, darbe çekici ve shaker), yapının bu etkiye verdiği tepki olarak ölçülmektedir. Operasyonel modal analiz yönteminde ise yapı bilinmeyen çevresel etkiler ile titreşime maruz kalmakta (rüzgar, insan hareketi, taşıt yükü) ve yapının bu etkiye verdiği tepki ölçülmektedir. Uygulama basitliği, ölçüm sırasında trafik akışının kesilmemesi, düşük maliyet gibi sebeplerden dolayı operasyonel modal analiz yöntemi köprülerin dinamik özelliklerinin belirlenmesinde daha yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bir makine tasarlamak için rezonans frekanslarının belirlenmesi gereklidir. Sisteme uygulanan kuvvetin tepkisini bu frekanslar yardımıyla bulunabilir. Mühendis sistemini tasarlamasına frekansın önemli derecede faydası olacaktır. Ayrıca, sistemin yapısının her bir rezonans frekansında, dinamik olarak nasıl hareket edeceğini anlayarak yapısal zayıflıkları bulmada yardımcı olur. Buna

ek olarak, gürültü ve titreşim problemlerinin giderilmesinde imkan sağlar.

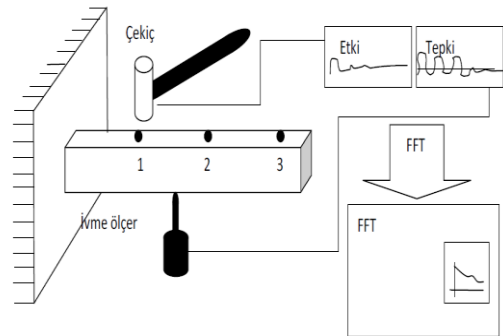
Günümüzde mühendislik yapılarının dinamik özelliklerinin çevresel titreşimler kullanılarak belirlendiği birçok çalışma mevcuttur. Çevresel titreşimin kullanıldığı deneysel modal analiz çalışmalarında; betonarme ve çelik binaların, köprülerin, barajların, siloların, stadyumların, tarihi yapıların ve nükleer santrallerin dinamik özellikleri belirlenmiştir. Ayrıca, çelik taşıyıcı sisteme sahip konsol kiriş, düzlem çerçeve ve üç boyutlu çerçeve modeller üzerinde de gerçekleştirilen ölçümlerden dinamik özellikler belirlenmiş ve teorik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır [1].

Dinamik olarak zorlanan elemanların modal analiz yöntemi ile doğal frekansları ve mod şekilleri elde edilmektedir. Bu bilgilerle modal parametreler malzeme özelliklerine bağlı olarak farklılık göstermektedir [2].

Bu çalışmada, dairesel ve prizmatik kesitli makine elemanlarının sağlam ve hasarlı iki tipi deneysel çalışmada kullanılacak ve rezonans frekansları ölçülüp daha sonra matematiksel modeli oluşturularak mod şekilleri bulunmuştur.

II. DONANIM ve ANALİZ

Bu çalışmada prizmatik ve dairesel makine elemanlarının hasarlı ve sağlam olanlarının doğal frekanslarını karşılaştırmak için, ikisi prizmatik, ikisi de silindirik olmak üzere 4 tane numune kullanılmıştır. Şekil 1 de gösterildiği gibi numuneler ankastre olarak tek noktadan bağlanmıştır. Denede darbe çekici, ivme ölçer, sinyal şartlandırıcı, bilgi toplama kartı ve LabVIEW grafik programı kullanılmıştır.



Şekil 1: Modal analiz deney elemanları

Deneyde kullanılan numuneler; Ø25mm ve 250 mm boyunda dairesel eleman ve 25x25 mm kare kesitli 250 mm boyunda prizmatik yapıdaki elemanlar kullanılmıştır.

Darbe Çekici: Ucunda kuvvet sensörü vardır. Cisme etki yaptıktan sonra tek çıkış sinyali bağlantısı yardımıyla sinyal şartlandırıcıya ulaşır.

İvme Ölçer: Cismin titreşim hareketini zaman ortamında ivme cinsinden ölçer ve USB kartına sinyal olarak ulaştırır.

Bilgi Toplama Kartı (USB): Çekiç ve ivmeden gelen zaman ortamındaki frekans ortamına çevirerek dönüşüm yapar. FFT diye isimlendirilen Fast Fourier Transform oluşturarak bilgisayara gönderir.

LabVIEW Grafik Programı: USB kartında gelen bilgilerin grafiğe dönüşümüne sağlar.

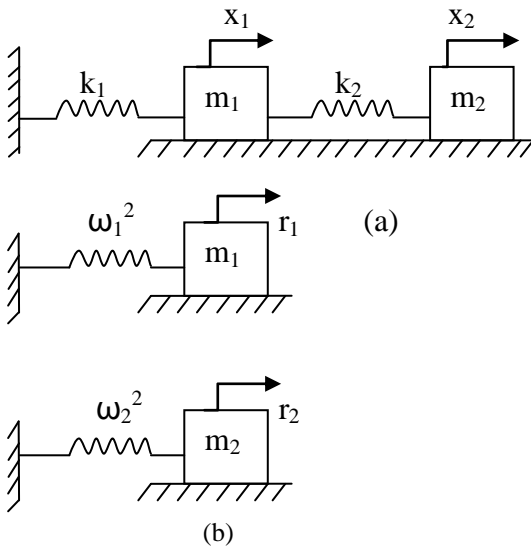
Deneyde Kullanılan Numuneler: Bu çalışmada ikisi 25x25x250 mm prizmatik, diğer ikisi de 25 mm çapında 250 mm boyunda dört adet Ç1045 malzemeden imal edilmiş ve yüzeyi taşlanmış numuneler kullanılmıştır. Prizmatik ve dairesel kesitli numunelerden birer tanesinin ortasına kesit ölçüsünün 1/3 i kadar su jeti ile çatlak oluşturulmuştur.



Şekil 2: Deneyde kullanılan numuneler

A. Modal Analiz

P, modal matris ve $M^{-1/2}$ kütle matrisinin tersi olarak tanımlanır. Titreşim eşitliklerinde dönüşüm için P, $M^{-1/2}$ matrisi kullanılır. Şekil 2 de fiziksel bir sistemin modal koordinata dönüşümü gösterilmiştir.



Şekil 3: Fiziksel koordinatın modal koordinata dönüşümü

Titreşim eşitliğinin matris formu

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (1)$$

$$P^T \cdot P\ddot{r}(t) + P^T \cdot K \cdot Pr(t) = 0 \quad (2)$$

P matrisinin özelliklerini kullanarak

$$\ddot{r}(t) + \Lambda r(t) = 0 \quad (3)$$

Buradan iki ayrı eşitlik elde edilir

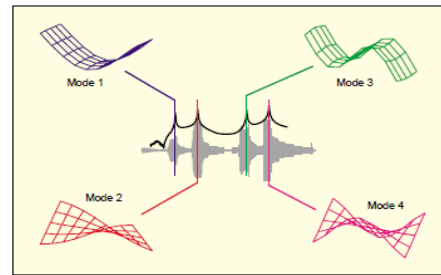
$$\left. \begin{aligned} \ddot{r}_1(t) + \omega_1^2 \cdot r_1(t) &= 0 \\ \ddot{r}_2(t) + \omega_2^2 \cdot r_2(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Bunlar modal eşitlikler diye isimlendirilir ve r' li ifadeler modal koordinat x' li ifadeler fiziksel koordinatı gösterir. Bu eşitliklerin çözümü normal diferansiyel eşitliğin çözümü gibidir. Bu eşitliklerde ilk şartlar önemlidir. Modal analizle Şekil 3 de bütün olan karışık sistemi parçalara ayırarak her parçanın titreşim hareketini ayrı ayrı inceleme fırsatı ortaya çıkmaktadır. Bunlar daha sonra dönüşümle eski haline getirilebilir.

B. Deneysel Modal Analiz

Makine tasarımında doğal frekanslar ve mod şekillerinin belirlenmesi sonucunda makine parçalarının uygun tasarımı yapılabilir. Çünkü tasarımda bu parametreler oldukça önemlidir. Deney sırasında frekans tepki durumuna göre FRF eğrilerinin oluşumu Şekil 4 de gösterilmiştir.

İlk doğal frekansta modelin ilk deformasyonu eğilmedir, ikinci doğal frekansta modeldeki deformasyon burulmadır, üçüncü ve dördüncü doğal frekansta modeldeki deformasyon ikinci eğilme ve ikinci burulmadır. Şekil 3 de her bir doğal frekansta sistemde meydana gelen modları görebiliriz



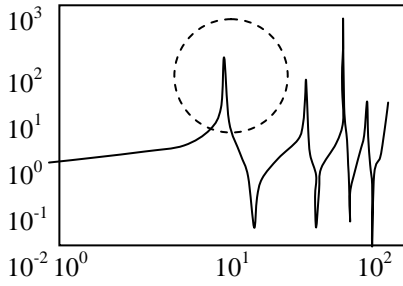
Şekil 4: Mod şekillerinin oluşması [3]

C. Sönüm Oranı

Her mekanik sistem çok sayıda doğal frekansa sahiptir. Sistemdeki titreşimler baz alınarak orada oluşan mod şekillerinin doğal frekansları bulunur.

Vurma noktasını sabit tutup ivmeölçeri hareket ettirerek bu ölçümler tekrarlanır. Sistemdeki her bir mod için doğal frekans, sönümleme ve mod şekillerini elde edebiliriz. Şekil

5 de görüldüğü gibi bütün FRF ölçümlerindeki pik yapan değer ω_k değeri baz alınarak mod şekilleri bulunur.



Şekil 5: Sönüm oranı (ζ) değerinin bulunması

Mod şekillerini belirlemek için u_i ve transpozunun çarpımının FRF eğrisinin tepe noktası değerleri göz önüne alınarak

$$|u_i u_i^T|_{ji} = |2\zeta_i \omega_i^2| |H_{ji}(\omega_i)| \quad (5)$$

eşitliği elde edilir. Buradan

$$u_i = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad u_i^T = [a_1 \quad a_2 \quad a_3]$$

$$u_i u_i^T = \begin{bmatrix} a_1^2 & a_1 a_2 & a_1 a_3 \\ a_2 a_1 & a_2^2 & a_2 a_3 \\ a_3 a_1 & a_3 a_2 & a_3^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

eşitliği çözülerek mod koordinatları hesaplanmıştır.

III. BULGULAR

Titreşimde önemli büyüklüklerin elde edilmesi için FRF grafikleri gereklidir. Deneyde numune parçaların değişik yerlerinde yaklaşık 50 adet FRF grafiği elde edilmiştir. Grafikler değerlendirilerek tabi frekanslar belirlenmiştir. Numune parçaların üç adet tabi frekansı belirgin olarak okunmuştur.

Çizelge 1 : Dairesel kesitli parçaların rezonans frekansları

Rezonans Frekansı(rad/sn)	ω_1	ω_2	ω_3
Dairesel Sağlam Parça	12	14	34
Dairesel Hasarlı Parça	1.1	7	30

Dairesel kesitli çatlak numunede rezonans frekans değerleri sağlam numuneye göre küçüktür. Çizelge 1 de çatlak numunenin düşük frekanslarda mod şekline girdiği görülmüştür. Üç tane mod şekli meydana gelmiştir. Bunlardan ilk mod eğilme, ikincisi burulma, üçüncüsü ise ikinci eğilmedir.

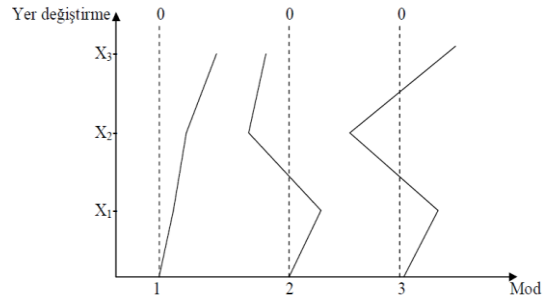
Çizelge 2: Prizmatik kesitli parçaların rezonans frekansları

Rezonans Frekansı(rad/sn)	ω_1	ω_2	ω_3
Dairesel Sağlam Parça	1.4	6	41
Dairesel Hasarlı Parça	1.2	5	34

Sağlam numune ile çatlak olan numune karşılaştırıldığında; çizelge 2 deki değerlere göre dairese kesitli numunede olduğu gibi sağlam olan numunede rezonans frekansındaki frekans genliği çatlak olan numunedeki frekans genliğinden daha büyük olduğu fark edilir. Çatlak olan numune daha düşük frekans değerlerinde mod şekline girmiştir. Üç tane mod şekli meydana gelmiş olup; birincisi eğilme, ikincisi burulma ve üçüncüsü ikinci eğilmedir.

Çizelge3:Dairesel kesitli sağlam parçanın mod koordinatları

Mod Koordinatları	a_1	a_2	a_3
I. Mod	0.419	0.067	1.167
II. Mod	0.516	-1.079	-0.870
III. Mod	0.941	-1.873	3.278

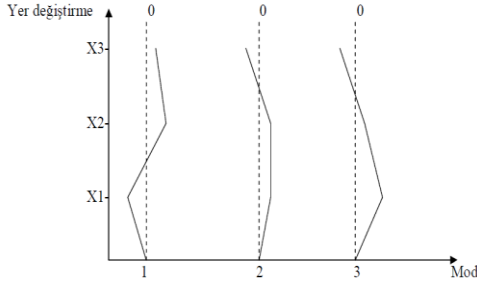


Şekil 6: Dairesel kesitli sağlam parçanın mod şekilleri [4]

Sağlam parçaya ait mod şekilleri Şekil 6 da gösterilmiştir. Üçüncü mod'da parça en kritik şekli sergilemektedir. Hesaplamalarda FRF grafikleri dikkate alınmıştır. Üçüncü mod'dan sonra birkaç mod daha vardır. Fakat diğer modlar düşük genlikte oluşan frekanslar olup, mod koordinatları denge durumuna yakın olduğu için dikkate alınmamıştır.

Çizelge4: Dairesel kesitli hasarlı parçanın mod koordinatları

Mod Koordinatları	a_1	a_2	a_3
I. Mod	-0.597	0.317	0.246
II. Mod	0.105	0.105	-0.076
III. Mod	0.781	0.013	-0.078



Şekil 7: Dairesel kesitli hasarlı parçanın mod şekilleri [4]

Dairesel kesitli hasarlı numunenin mod şekilleri Şekil 7 de gösterilmiştir. Birinci mod ω_1 frekansından meydana gelir. Numune bu moda eğilme şekil değişikliğine uğrar. İkinci mod ω_2 de burulma şeklinde üçüncü mod da ω_3 de ikinci eğilme şeklinde şekil değişikliği meydana gelir.

IV. SONUÇ

Numunelerin ayrı ayrı titreşim değerleri ölçülerek grafikler oluşturulmuştur. Bunlara bağlı mod şekilleri bulunmuştur. İş parçasının geometrisinin darbe sonucu mod şekilleri elde edilmiştir. Sonuçlardan çatlak ile normal iş parçasının farklı doğal frekanslarda rezonansa geldiği açık bir şekilde görülebilir. Mod şekillerinin grafikleri incelendiğinde, hasarlı olan numunelerin daha düşük frekanslarda rezonansa girdiği ve hasarlı olan parçaların ilk mod'da büyük değişikliğe uğradığı görülmüştür.

Çalışmada aynı ölçülerdeki hasarlı ve sağlam numunelere titreşim ölçümü yapılmış, sonuçların farkının rezonans frekanslarda olduğu görülmüştür.

Çatlak numunenin ikinci rezonans frekansı normal numunenin rezonans frekansının hemen hemen yarısıdır. Üçüncü rezonans frekansları arasında ise normal rezonans frekansı çatlak numunenin rezonans frekansından büyüktür.

Normal numune rezonans frekanslarının genliği çatlak numunenin rezonans frekansından daha fazladır.

Çatlak olan iş parçalarını rezonans frekansları, aynı kesit ve ebada sahip sağlam iş parçalarının rezonans frekansından daha küçük olduğu görülmektedir.

Hesaplama yoluyla her bir rezonans frekansında iş parçalarının mod şekilleri bulunmuştur.

KAYNAKLAR

- [1] Bayraktar, A. vd., Düzlem Kafes Taşıyıcı Sistemlerin Operasyonel Modal Analizi, KTÜ, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon, 2006
- [2] Aspinwall, D., vd., Modelling Of Forces When Orthogonally Machining Hardened Steel International Journal Machining Tool Manufacturing, Cilt., 39, Yazı: 885-903, 1999
- [3] Avitabile, P., Modal Space-In Our Own Little World, SEM Experimental Techniques, University of Massachusetts, 1998 – 2002
- [4] Dahil, L., Dairesel ve Prizmatik Makine Elemanları Üzerinde Oluşan Çatlağın Deneysel Modal Analiz Yöntemiyle Belirlenmesi, AKÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Eğitimi Yüksek Lisans Tezi, Afyonkarahisar, 2010
- [5] Çalışkan, T. vd., Akıllı Yapılar Yardımıyla Aktif Titreşim Kontrolü, 10. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu, Selçuk Üniv. Konya, 2001
- [6] Dönmez, C. Karakan E., Köprülerde Deneysel Modal Analiz Uygulamaları, İMO Teknik Dergisi 4851-4863, Yazı:318, 2009
- [7] Erdoğan, H. vd., Asma Köprülerin Titreşimlerinin GSP ile İzlenmesi, TMMOB 12. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı. Ankara, 2009
- [8] Harris, C. M. and Crede C.E., Shock and Vibration Handbook, McGraw – Hill, New York, 1976
- [9] Işık, Y., Talaşlı İmalatta Kesici Takımların Kırılma Öncesi Davranışlarının Sonlu Elemenlar Yöntemiyle Analizi Uludağ Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, Cilt:9, Sayı:1, 2004