

ÇOK HEDEFLİ KARAR PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

Yrd.Doç.Dr. Süleyman DÜNDAR*

ÖZET

Problemlerin çözümünde daha etkin karar vermek için matematiksel yöntemler kullanılabilir. Bu yöntemlerden hedef programlama ile birden fazla hedefin olduğu ve bu hedeflerle ilgili değerlerin farklı ölçeklerle ifade edildiği problemlerin çözümü yapılabilir. Problemin çözümünde bütün hedefler gerçekleştirilemez ise hedefler önemlerine göre sıralamaya konabilir. Farklı öncelikli hedeflere göre yapılan çözümler içerisinde en fazla hedefin gerçekleştirildiği çözüm şekli belirlenebilir.

ABSTRACT

Mathematical methods are used to reach more effective decisions in the solutions of problems. As one of these methods, goal programming is used to solve problems which involve multiple goals and differing scales about these goals. If the problem solution doesn't satisfy all goals simultaneously, then the goals are ranked in terms of priority. Out of the solutions reached by taking into consideration the goals with different priorities, it is possible to specify the solution which covers the most goals.

I.GİRİŞ

Yönetimlerin karşılaştıkları problemlerle ilgili karar vermede dikkate alınması gereken kriterler gün geçtikçe artmakta ve karar durumu karmaşık hale gelmektedir. Bunun için yöneticiler karar vermede daha etkin yöntemler kullanma zorunluluğunu hissetmektedirler.

Yönetimler, mevcut kaynaklar dahilinde birden fazla hedefin gerçekleştirilmesi gerektiği problemlere çözüm ararlar. Eğer yönetimlerin, bir problemle ilgili başarılması gereken birden fazla

* Afyon Kocatepe Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü.

hedefleri söz konusu ise karar kriterleri çok boyutlu olmalıdır. Karar vermede kullanılacak yöntemde çok sayıda hedefi aynı anda değerlendirmelidir.

Karar teorisi, karar verme işlemini ve sürecini analitik ve sistematik bir yaklaşımla ele alarak inceler. Karar teorisi çerçevesinde geliştirilen matematiksel modeller, karmaşık problemlerin çözümünde etkili sonuç almada ve en iyi kararın verilmesinde yardımcı olmaktadır. Matematiksel yöntemlerle karar verme sürecinde karar, belirlenen kısıtlar, hedefler, fayda kriterleri dikkate alınarak mümkün çözüm seçenekleri içerisinde en iyi çözüm seçeneği ve şekli bulunmaya çalışılır.

II. HEDEF PROGRAMLAMA

Hedef programlama, belirli şartlar altında gerçekleştirilmesi gereken birden fazla hedefin olduğu durumlarda, karar vermede kullanılan matematiksel bir karar verme yöntemidir.¹ Hedef programlamada, doğrusal programlamadaki tek bir hedefin optimal yapılması yerine, hedef değerlerinden sapmalar minimum yapılmaya çalışılır.²

III. HEDEF PROGRAMLAMA MODELİNİN FORMÜLASYONU

Hedef programlamada en önemli nokta modelin formülasyonunun problemin çözümüne uygun ve doğru bir şekilde yapılmasıdır. Hedef programlama yönteminde model, hedef denklemlerinden ve amaç denkleminde oluşur. Bu denklemlerin oluşturulabilmesi için ilk önce karar ve sapma değişkenlerinin belirlenerek tanımlanması gerekir.

A) KARAR DEĞİŞKENLERİNİN BELİRLENMESİ

Hedef programlama modelinin çözümünde model formüle

¹ Richard I. LEVİN ve diğerleri, *Quantitative Approaches To Management*, (7.baskı, McGraw-Hill Publishing Company, New York, 1989) s.631.

² Mehrdad TAMİZ ve D. F. JONES, "An Example of Good Modelling Practice in Goal Programming", Ed.: Rafael CABALLERO, F. RUIZ, R. E. STEUER, *Advances in Multiple Objective and Goal Programming*, (Springer Verlag, Berlin, 1997), s.29

edilirken ilk aşama karar değişkenlerinin ve bu değişkenlerin neleri temsil ettiğinin belirlenmesidir. Karar değişkenleri genellikle bütün modellerde X ile ifade edilir. Her bir karar değişkenini ifade ederken de X_i ($i=1 \dots n$) şeklinde alt indis kullanılır. Modelde kaç tane karar değişkeni yer alması gerekiyorsa, X_1, X_2, \dots, X_n şeklinde n tane karar değişkeni belirlenir ve her bir karar değişkeninin ifade ettiği anlam açıklanır. Örneğin X_i üretim problemlerinde, ürünlerin üretim miktarlarını temsil edebilir. Problemdaki olayların anlaşılmasını kolaylaştırmak için karar veren karar değişkenlerini farklı sembollerle de ifade edebilir.

B) SAPMA DEĞİŞKENLERİNİN BELİRLENMESİ

Her bir hedef denkleminde sapma değişkenleri yer alır. Sapma değişkenleri iki yönlüdür. Birincisi, belirlenen hedef değerinin altındaki sapmayı ifade eden, negatif sapma değişkeni (d^-)'dir. İkincisi ise, belirlenen hedef değerinin üstündeki sapmayı ifade eden, pozitif sapma değişkeni (d^+)'dir.³

Hedef programlama modelinde kullanılacak sapma değişkenlerinden negatif sapma değişkeni olarak (d^-), pozitif sapma değişkeni olarak (d^+) değişkenleri kullanılabilir. Karar vericinin isteğine göre bu değişkenlerin yerine farklı değişkenler de kullanılabilir.

C) HEDEF DENKLEMLERİNİN FORMÜLASYONU

Hedef denklemleri, ilgili karar ve sapma değişkenleri kullanılarak formüle edilir. Hedef değerleri, denklemlerin sağ taraf değeri olarak yazılır. Karar verme durumunda olan yöneticinin ulaşmak istediği hedefleri, her problem için farklılıklar gösterebilir. Bu hedefler; kar maksimizasyonu, maliyet minimizasyonu, işgücünün verimli kullanımı, üretim araçlarının verimli kullanımı vb. gibi değişik hedefler olabilir. Bu hedeflerle ilgili olarak ulaşılacak istenen hedeflere göre hedef denklemlerindeki sapma değişkenleri amaç denkleminde yer alır.

³ Marc J. SCHNIEDERJANS, *Linear Goal Programming*, (Petrocelli Books, New Jersey, 1984), s,69

Sapma değişkenlerinin ve bu değişkenlerin hedef ve amaç denkleminde yer almasıyla ilgili beş farklı durum söz konusudur.⁴

1. Hedef ve Amaç Denkleminde Negatif Sapma Değişkeninin Yer Alması

Hedef denklemlerine hem negatif hem pozitif sapma değişkeni ilave edilebileceği gibi tek bir sapma değişkeni de ilave edilebilir. Belirlenen hedefe göre, hedef denkleminde o hedefi gerçekleştirecek

$$Z_{\min} = d_1^- \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i + d_1^- = b_1 \quad (2)$$

$$x_i, d_1^- \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

sapma değişkenleri ilave edilir. Eğer ulaşılmak istenen hedef eşıtliğin sağ taraf değerine eşıt olması isteniyorsa, hedef denkleminde negatif sapma değişkeni (d_1^-) ilave edilir ve amaç denkleminde bu denkleminde yer alan ve negatif sapmayı gösteren (d_1^-) değişkeni yer alır. Hedef ve amaç denkleminde negatif sapma değişkeni (d_1^-)'nin yer aldığı durumda hedef denkleminde ve amaç denkleminde aşığıdaki şekilde formüle edilir.

Bu şekilde formüle edilmiş bir problemde negatif sapma değişkeninin (d_1^-)'nin değeri minimum yapılmaya çalışılır. Bu değişkenin değeri sıfıra eşıt olursa hedef tam olarak gerçekleştirilmiştir.

Bu hedef tam olarak gerçekleştirilemediği zaman negatif sapma değişkeni (d_1^-) pozitif bir değer alır. Bu da hedef değerinden sapmayı ifade eder ve hedef değerinin başarısız kısmını gösterir. Hedef değerinden daha büyük bir çözüm kesinlikle istenmiyorsa hedef ve amaç denkleminde yukarıdaki şekilde formüle edilebilir. Bu şekildeki bir formülasyon da probleme, hedef denkleminin sağ taraf değerine küçük veya eşıt olduğu alanda çözüm aranır.

⁴ SCHNIEDERJANS, a.g.e., s. 70

2. Hedef ve Amaç Denkleminde Pozitif Sapma Değişkeninin Yer Alması

Ulaşılmak istenen hedef, hedef değerine eşit olması isteniyorsa, hedef denkleminde pozitif sapma değişkeni (d^+) ilave edilir ve amaç denkleminde bu denkleminde yer alan ve pozitif sapmayı gösteren (d^+) değişkeni yer alır. Bu şekildeki formülasyonda hedef denkleminde ve amaç denkleminde aşağıdaki şekilde formüle edilir.

$$Z_{\min} = d_1^+ \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i - d_1^+ = b_1 \quad (5)$$

$$x_i, d_1^+ \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

Bu şekilde formüle edilen denkleminde, amaç, hedef değerine eşit bir çözüme ulaşmaktır. Eğer bu hedef tam olarak başarırsa pozitif sapma değişkeninin değeri sıfıra eşit olur ($d_1^+ = 0$) ve hedefe sapmasız olarak ulaşılır. Ancak pozitif sapma değişkeni (d_1^+) pozitif bir değerde olabilir. Pozitif değer aldığı durumda da bu değer kadar hedef değerinden sapmayla çözüme ulaşılır.

3. Hedef Denkleminde Negatif ve Pozitif, Amaç Denkleminde Negatif Sapma Değişkeninin Yer Alması

Problem formüle edilirken hedef denkleminde hem negatif sapma değişkeni (d^-) hem pozitif sapma değişkeni (d^+) yer alırken amaç denkleminde bu iki sapma değişkeninden sadece negatif sapma değişkeni (d^-) yer alabilir. Bu şekildeki bir hedef ve amaç denkleminde aşağıdaki şekilde formüle edilir.

$$Z_{\min} = d_1^- \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i + d_1^- - d_1^+ = b_1 \quad (8)$$

$$x_i, d_1^-, d_1^+ \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (9)$$

Bu şekilde formüle edilmiş bir hedef ve amaç denkleminde problem çözülürken negatif sapma değişkeni (d_1^-)'nin değeri minimum yapılmaya çalışılacaktır. Eğer bu değişkenin değeri sifıra eşitlenebilirse hedefe ulaşılmış demektir ve amaç denkleminin değeri sifıra eşit olur. Problemin çözümünde hedefe ulaşılmış ise hedef değeri, denklemin sağ taraf değerine eşit veya büyük olarak gerçekleşecektir. Eğer bu hedef tam olarak gerçekleştirilerek negatif sapma değişkeninin (d_1^-) değeri sifıra eşit olursa, pozitif sapma değişkeninin değeri $d_1^+ \geq 0$ olur. Ve pozitif sapma değişkeni pozitif bir değer alırsa bu değer, hedef değerinin ne kadar aşıldığını gösterir.

4. Hedef Denkleminde Negatif ve Pozitif, Amaç Denkleminde Pozitif Sapma Değişkeninin Yer Alması

Problem formüle edilirken hedef denkleminde hem negatif sapma değişkeni (d^-) hem pozitif sapma değişkeni (d^+) yer alırken amaç denkleminde bu iki sapma değişkeninden sadece pozitif sapma değişkeni (d^+) yer alabilir. Bu şekildeki bir hedef ve amaç denklemi aşağıdaki biçimde formüle edilir.

Bu şekildeki bir formülasyonda probleme çözüm aranırken pozitif sapma değişkeninin değeri minimum yapılmaya çalışılır. Burada hedef sağ taraf değerini aşmadan bir çözüm değerine ulaşmaktır. Bu hedef tam olarak gerçekleşirse, amaç denkleminin değeri yani $d_1^+ = 0$ olur. Hedefin sapmasız olarak gerçekleştiği zaman $d_1^- \geq 0$ olur. Hedefin, en az hedef değerine eşit ve büyük olduğu hedef türlerinde, hedef ve amaç denklemi bu şekilde formüle edilebilir.

$$Z_{\min} = d_1^+ \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i + d_1^- - d_1^+ = b_1 \quad (11)$$

$$x_i, d_1^-, d_1^+ \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

5. Hedef ve Amaç Denkleminde Negatif ve Pozitif Sapma Değişkenlerinin Yer Alması

Bu tür hedefte, hedef ve amaç denkleminde hem negatif sapma değişkeni (d^-) hem pozitif sapma değişkeni (d^+) yer alır. Bu şekildeki formülasyonda da, sağ taraf değerine eşit bir çözüme ulaşmaktır. Eğer ilgili hedef denkleminde belirlenen hedefin değerine tam olarak ulaşılacak isteniyorsa, hem negatif hem pozitif sapma değişkenleri amaç denkleminde yer almalıdır.⁵ Bu şekildeki hedef ve amaç denklemini aşağıdaki şekilde formüle edilir.

$$Z_{\min} = d_1^- + d_1^+ \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i + d_1^- - d_1^+ = b_1 \quad (14)$$

$$x_i, d_1^-, d_1^+ \geq 0 \quad (15)$$

Bu şekilde formüle edilen hedef ve amaç denkleminde, b_1 değeriyle ortaya konan hedefe tam olarak ulaşılabilmesi için negatif ve pozitif sapma değişkenlerinin değerlerinin sıfıra eşitlenmesi gerekmektedir. Bu durum ile ilgili hedef denkleminin belirlenen değerine negatif ve pozitif sapma olmaksızın tam olarak ulaşılacak istendiği hedeflerde söz konusudur. Ama bu hedeflere tam olarak

⁵ M. Sang LEE, *Goal Programming For Decision Analysis*, (Auerbach Publisher Inc., İngiltere, 1972), s.26

ulaşılamadığı zaman bu sapma değişkenlerinden birisi pozitif değer alacaktır.

Hedef ve amaç denkleminde her iki sapma değişkeninin yer aldığı formülasyon biçimiyle, tek bir sapma değişkeninin yer aldığı formülasyon biçiminde hedef türü aynıdır. Bu hedef türü de, hedef değerine eşit bir çözüm değerine ulaşmaktır. Ancak, hedefler arasında öncelik sıralaması yapıldığı zaman, daha öncelikli hedeflerin gerçekleştirilebilmesi için hedef ve amaç denkleminde her iki sapma değişkeninin yer alması gerekir.

D) AMAÇ DENKLEMİNİN FORMÜLASYONU

Hedef programlama yönteminin doğrusal programlamadan en önemli farkı amaç denkleminin formüle edilmesindedir. Doğrusal programlamada amaç denkleminde karar değişkenleri (X_i) yer alırken hedef programlamada amaç denkleminde karar değişkenleri yer almaz. Hedef programlamada amaç denkleminde hedef denklemlerinde yer alan sapma değişkenlerinden (d^-, d^+) oluşur. Amaç denklemindeki sapma değişkenlerinin değerleri, karar değişkenlerinin alacağı değerlere göre belirlenir.

Hedef denklemlerinde yer alan sapma değişkenlerinin tamamı amaç denkleminde yer almayabilir. Amaç denkleminde, yer alacak değişkenler ilgili problemle ilgili olarak belirlenecek hedeflere göre değişiklik gösterebilir. Karar verici, karar problemini formüle ederken ulaşmak istediği hedefleri belirler ve bu hedeflere göre amaç denkleminde hangi sapma değişkenlerinin yer alması gerektiğini belirleyebilir.

Amaç denkleminin üç değişik şekilde formüle edilir.⁶

1. Aynı Öncelikli Hedeflere Göre

Karar konusu problemde, ulaşılmak istenen hedefler için bir öncelik sıralaması yoksa, bütün hedefler aynı öncelikte değerlendirilir ve amaç denkleminin aynı öncelikli hedeflere göre formüle edilebilir. Aynı öncelikli hedeflere göre amaç denkleminin aşağıdaki şekilde formüle edilir.

⁶ SCHNIEDERJANS, a.g.e., s.68.

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^n d_i^- + d_i^+ \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

Aynı öncelikli hedeflere göre formüle edilen amaç denkleminde problem çözülürken amaç denkleminin değeri sıfıra eşitlenmeye çalışılır. Eğer amaç denkleminin değeri sıfıra eşit çıkarsa hedefler sapmasız olarak gerçekleştirilmiştir. Böyle bir durumda hedeflerle ilgili bir öncelik sıralaması belirlemeye gerek yoktur. Bütün hedeflere aynı öncelik değeri verilir. Hedefler arasında öncelik sıralaması, problemin aynı öncelikli hedeflere göre çözümünde ulaşılmak istenen bazı hedeflere ulaşamamış ve bu hedefler ulaşılan hedeflere göre daha önemli ise o zaman hedefler arasında öncelik sıralaması yapılabilir.

2. Farklı Öncelikli Hedeflere Göre

Karar problemlerinde, bütün hedeflerin gerçekleştirilebilmesi için bu hedefleri gerçekleştirmede kullanılacak yeterli kaynağın ve kapasitenin olması gerekir. Ama, hedeflerin tamamını gerçekleştirebilecek kadar yeterli kaynak olmayabilir.

Hedef programlamada, hedeflere öncelik verilmesinin amacı, karar vericinin belirlediği hedeflerin hepsi aynı anda gerçekleştirilemiyor ise, hedeflerin gerçekleştirilmesindeki önceliğin belirlenmesidir. Sıralama 1'den başlayarak, hedefler için kaç tane öncelik değeri belirlenmesi gerekiyorsa o kadar öncelik değeri belirlenir. Farklı öncelikli hedeflere göre amaç denklemi aşağıdaki şekilde formüle edilir.

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^n P_k (d_i^- + d_i^+) \quad (17)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n) \quad (k = 1, 2, \dots, m)$$

Burada her bir sapma değişkenine P_k sembolüyle bir öncelik

değeri verilir. P_1 : Birinci öncelikli hedefi ifade eder. Bu şekilde hedefler, P_2 , P_3 , P_4 şeklinde öncelik sırasına göre sıralanabilir. Amaç denklemi farklı öncelikli hedeflere göre formüle edildiğinde, probleme çözüm aranırken hedefler, öncelik sıralamasına göre gerçekleştirilmeye çalışılacaktır.

3. Farklı Öncelikli ve Ağırlıklı Hedeflere Göre

Ulaşılmak istenen hedeflerin öncelik sıralaması yapılırken aynı önceliğe sahip birden fazla hedef belirlenebilir. Bu durumda hedefler arasında bir öncelik sıralaması ve aynı öncelikli hedeflerin, kendi içerisinde ağırlık değeri belirlenebilir. Farklı öncelikli ve ağırlıklı hedeflerin yer aldığı amaç denklemi aşağıdaki şekilde formüle edilir.

IV. MODELİN ÇÖZÜLMESİ

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^n w_j P_k (d_i^- + d_i^+) \quad (18)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n) \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (j = 1, 2, \dots, t)$$

Hedef programlama problemleri grafik ve düzeltilmiş simpleks çözüm yöntemlerine göre çözülebilir. Ancak çok sayıda değişken içeren modellerin elle çözülmesi imkansız denecek kadar zordur. Çok sayıda değişken içeren modelleri çözümede kullanılacak bilgisayar programları geliştirilmiştir. Model doğru bir şekilde kurulduktan sonra, herhangi bir paket programda çok kısa bir sürede çözülebilmektedir.

V. SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

Model çözümünde elde edilen sonuçlar belirlenen hedef değerleri ile karşılaştırılarak değerlendirilir. Eğer belirlenen hedeflere ulaşılmış ise, elde edilen çözüm değerlerine göre probleme uygulanır. Ancak belirlenen hedeflere ulaşılmamış ise, hedeflerin öncelik sıralamasının yeniden düzenlenerek çözülür. Bu işlemler model için mümkün olan en iyi çözüm şekline ulaşmaya kadar devam edilebilir.

SONUÇ

Karar vermede rasyonelliği artırmak için, karar şartları, alternatif çözüm seçeneklerinin sonuçları hakkında daha ayrıntılı değerlendirme yapılabilecek yöntemler kullanmak gerekmektedir. Hedef programlama çok hedefli karar problemlerinin çözümünde kullanılan matematiksel bir karar verme yöntemidir. Bütün hedefleri aynı anda gerçekleştirmenin mümkün olmadığı problemlerin çözümünde hedefler arasında öncelik sıralaması yapılarak problem çözülebilmektedir. Aynı problem için farklı öncelik sıralamalarına göre çözümler elde edilerek bu çözümler içerisinde en iyi çözüm şekli seçilebilir.

KAYNAKLAR

LEE, M. Sang, *Goal Programming For Decision Analysis*, Auerbach Publisher Inc., İngiltere, 1972

LEVİN Richard I., David S. RUBİN, Joel P. STINSON, ve Everette S. GARDNER, *Quantitative Approaches To Management*, 7.baskı, McGraw-Hill Publishing Company, New York, 1989

SCHNİEDERJANS, Marc J., *Linear Goal Programming*, (Petrocelli Books, New Jersey, 1984), s,69

TAMİZ, Mehrdad ve D. F. JONES, "An Example of Good Modelling Practice in Goal Programming", Ed.: Rafael CABALLERO, F. RUIZ, R. E. STEUER, *Advances in Multiple Objective and Goal Programming*, (Springer Verlag, Berlin, 1997), s.29

