Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi

Afyon Kocatepe University Journal of Science and Engineering

AKÜ FEMÜBİD **21** (2021) 041302 (805-811) AKU J. Sci. Eng. **21** (2021) 041302 (805-811)

DOI: 10.35414/akufemubid.761734

Araştırma Makalesi / Research Article

Özdeş Bileşenlerden Oluşan Genelleştirilmiş n-den k-Çıkışlı F Sistemlerin Güvenilirliği Üzerine Bir Yaklaşım

Fatih Mehmet CANPOLAT[1], Fahrettin ÖZBEY*[2]

[1] *Bitlis Eren Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Anabilim Dalı, Bitlis.*

[2] *Bitlis Eren Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Bitlis.*

**Sorumlu yazar e-posta: fozbey2023@gmail.com ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-7847-739X*

fatihmcanpolat@gmail.com ORCID ID: http://orcid.org/0000-0001-7513-2401

Geliş Tarihi: 01.07.2020 Kabul Tarihi: 18.08.2021

Anahtar kelimeler
Ardışık n-den k-çıkışlı F sistem; Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistem; Güvenilirlik; Çoklu hata kriteri

Öz

Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemi doğrusal veya dairesel sıralanmış N tane modülden oluşur. j-inci modül birbirlerine paralel bağlı n_j tane bileşen içerir (n_j 1, j = 1, 2, . . . , N). Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistem yalnız ve yalnız en az f tane arızalı bileşen varsa veya en az k tane ardışık çalışmayan modül varsa çalışmaz. Bu çalışmada; sistemde s tane arızalı bileşen bulunduğunda sistemin kaç farklı şekilde çalıştığı elde edilerek, bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluşan genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemin güvenilirliği elde edilmiştir.

An Approach to the Reliability of Generalized k-out-of-n F System with Identical Components

Keywords
Consecutive k-out-of-n F system; Generalized k-out-of-n F system; Reliability; Multiple failure criteria

Abstract

A generalized k-out-of-n F system consists of a sequence of N ordered modules in a line or circle. The jth module is composed of n_j components in parallel (n_j 1 , j = 1, 2, . . . , N). The generalized k-out-of-n: F system fails if and only if there exist at least f failed components or if there exist at least k consecutive failed modules. In this study, the reliability of generalized k-out-of-n F system with independent and identical distributed components has been obtained by obtaining how many different ways the system operates when there are s failed components in the system.

1. Giriş

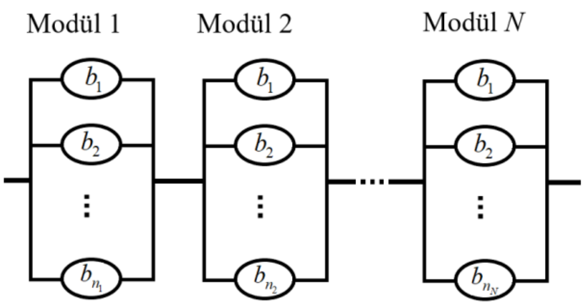
Güvenilirlik; belirli şartlar altında kurgulanan sistemin çalışma olasılığıdır. Sistemin tasarlandığı gibi başarılı bir şekilde çalışma olasılığı da sistem güvenilirliği olarak adlandırılır. Son yıllarda; bileşenlerin sıralanmasına, sistemin farklı hata kriteri içermesine ve bileşenlerin güvenilirliğine dayanan farklı sistemler tasarlanmıştır ve bu sistemlerin güvenilirliğinin hesaplanması için istatistiksel modeller geliştirilmiştir. Bu modellere temel oluşturan (n tane bileşenden yalnız ve yalnız k veya daha fazla bileşen arızalı iken çalışmayan n-den k-çıkışlı F sistemi) sistem ilk kez Birnbaum (1969) tarafından tanıtılmıştır ve bu sistemin güvenilirliği incelenmiştir. Kontoleon (1980) tarafından hata kriteri "yalnız ve yalnız en az k tane ardışık bileşen çalışmazsa, sistem çalışmaz" şeklinde tanımlanarak n-den k-çıkışlı F sistemler, ardışık n-den k-çıkışlı F sistemlere genişletilmiştir.

Ardışık n-den k-çıkışlı F sistemi bileşenlerin doğrusal veya dairesel sıralanmasına göre sınıflandırılabilir. Doğrusal olarak sıralanmış n tane bileşenden oluşan doğrusal ardışık n-den k-çıkışlı F sisteminin güvenilirliği tekrarlı formül şeklinde ilk kez Chiang ve Niu (1981) tarafından elde edilmiştir. n tane bileşenin dairesel olarak sıralanmasıyla oluşturulan dairesel ardışık n-den k-çıkışlı F sistemi ve bu sistemin güvenilirliği tekrarlı ilişki şeklinde ilk kez Derman vd. (1982) tarafından incelenmiştir. Doğrusal ya da dairesel olarak sıralanmış n tane bileşenden oluşan ardışık n-den k-çıkışlı F sistemlerinin güvenilirlikleri tam formülü şeklinde

Lambiris ve Papastavridis (1985) ve Hwang (1986) tarafından elde edilmiştir. n-den k-çıkışlı F ve ardışık n-den k-çıkışlı F sistemlerin birçok farklı türü tanıtılmıştır ve bu sistemlerin, güvenilirliklerini hesaplamak için çeşitli metotlar geliştirilmiştir (Eryılmaz vd. 2009, Eryılmaz 2011, Gökdere ve Gürcan 2016, Gökdere 2017). Ayrıca, ardışık n-den k-çıkışlı F sistemleri ve bu sistemlerin özellikleri farklı varsayımlar altında araştırılmıştır (Eryılmaz 2007, 2009, 2010, Selahi vd. 2011, Gökdere ve Güral 2018, Özbey ve Gökdere 2021a,b).

Çoklu hata kriterine sahip sistemlerde mevcuttur. Örneğin, Tung (1982) tarafından tanıtılan genelleştirilmiş (n, f, k) F sistemi çoklu hata kriterine sahip bir sistemdir. Bu sistem doğrusal veya dairesel sıralanmış n tane bileşen içerir ve yalnız ve yalnız ardışık k tane bileşen bozuksa veya tüm sistemde en az f tane bileşen bozuksa sistem çalışmaz $f > k$ (Tung 1982). Daha sonra bu sistemin güvenilirliği Sun ve Liao (1990) tarafından elde edilmiştir.

Literatür incelendiğinde, n-den k-çıkışlı F sistemin farklı yaklaşımlarla farklı genelleştirilmeleri mevcuttur (Griffith 1986, Huang 2000, Cui ve Xie 2005, Canpolat 2019). Bu genelleştirilmiş sistemlerin biride Cui ve Xie (2005) tarafından tanımlanan genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemdir. Bu sistem doğrusal veya dairesel sıralanmış N tane modül içerir. Modüller paralel bağlı bileşenlerden meydana gelir ve j-inci modül paralel olarak sıralanmış n_j tane bileşenden oluşur ($n_j \geq 1$). Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemi yalnız ve yalnız en az f tane arızalı bileşen varsa veya en az k tane ardışık çalışmayan modül varsa çalışmaz. Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistem tanımı gereği çoklu hata kriterine sahip bir sistemdir ve bu sistemin yapısı Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Doğrusal genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemi.

Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemin tasarlanmasındaki temel amaç sistemin güvenilirliğinin arttırılmasıdır. Örneğin, doğrusal ardışık 7-den 4-çıkışlı F sisteminin 4-üncü sıradaki bileşeni arızalanmadığı sürece sistem çalışmaya devam eder. Bu sistemin güvenilirliğini arttırmak için 4-üncü bileşene paralel bileşenler eklenmelidir. Bu bakış açısıyla modül kavramı oluşturulmuş ve genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistem literatüre kazandırılmıştır.

Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemler, sıradan n-den k-çıkışlı F sistemlere göre daha güvenilir olmalarına rağmen literatürde çok az çalışılmıştır. Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemini oluşturan modüllerin sıralanmasına göre sistem doğrusal veya dairesel genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistem olarak adlandırılır. Cui ve Xie (2005) tarafından genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sisteminin güvenilirliği hem doğrusal hem de dairesel durum için tekrarlı ilişkiler şeklinde elde edilmiştir. Kamalja (2017) tarafından geliştirilen diğer yöntemde ise sadece doğrusal durum için genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sisteminin güvenilirliği, Bernoulli denemelerinin genelleştirilmiş diziden elde edilen iki değişkenli tekrar istatistiklerinin (bivariate run statistics) olasılık dağılımları ile ilişkilendirilerek elde edilmiştir. Bu çalışmada ise hem doğrusal hem de dairesel durum için sistemde s tane arızalı bileşen bulunduğunda sistemin kaç farklı şekilde çalıştığı elde edilerek, genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemin güvenilirliği elde edilmiştir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluşan N tane modülün doğrusal veya dairesel sıralanmasıyla meydana gelen genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sisteminde s tane arızalı bileşen bulunduğunda sistemin kaç farklı şekilde çalıştığı elde edilerek sistemin güvenilirliği elde edilmiştir. Üçüncü bölümünde ise bazı durumlar için genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sisteminin güvenilirliği hesaplanmıştır ve literatürdeki değerler ile karşılaştırılmıştır.

2. Materyal ve Metot

Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemi çoklu hata kriterine sahip bir sistemdir. Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemi doğrusal veya dairesel sıralanmış N tane modülden oluşur. Bileşenlerin paralel bağlanmasıyla modüller meydana gelir ve j- inci modül birbirlerine paralel bağlı n_j tane bileşen içerir (n_j 1, j = 1, 2, . . . , N). Modüldeki bütün bileşenler arızalı ise modül arızalanır. Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemi en az f tane arızalı bileşen var ise veya en az k tane ardışık çalışmayan modül varsa çalışamaz. Bu sistem ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F şeklinde ifade edilir. ((n_1, n_2, … , n_N), f, k) F sisteminin bazı özel durumlarından diğer sistemler elde edilebilir. Örneğin, ((n_1, n_2, … , n_N), f, k) F sisteminde;

- $\mathrm{n}_1=\mathrm{n}_2=\cdots=\mathrm{n}_\mathrm{N}=1$ ve $\mathrm{N}=\mathrm{n}$ alınırsa (n, f, k) F sistemi, ve
- $\mathrm{n}_1=\mathrm{n}_2=\cdots=\mathrm{n}_\mathrm{N}=1$ ve $\mathrm{N}=\mathrm{f}=\mathrm{n}$ alınırsa ardışık n-den k-çıkışlı F sistemi

elde edilir. Ayrıca, ardışık n-den k-çıkışlı F sisteminde $\mathrm{k}=1$ alınırsa seri sistem ve $\mathrm{k}=\mathrm{n}$ alınırsa paralel sistem elde edilir (Cui ve Xie 2005).

2.1 Doğrusal ((n₁, n₂, … , n_N) , f, k) F sisteminde güvenilirlik

Bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluşan N tane modülün doğrusal sıralanmasıyla oluşan doğrusal ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sistemi Cui ve Xie (2005) tarafından tanımlanmıştır. Bu sistem en az f tane arızalı bileşen var ise veya en az k tane ardışık çalışmayan modül varsa çalışamaz. Doğrusal ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliği ifade edilirken temel problem sistemde s tane arızalı bileşen var iken sistemin kaç farklı şekilde çalıştığının ortaya koyulmasıdır. Bu sayı r_{s_L} olmak üzere doğrusal ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliği;

$$\begin{aligned} R_L\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_\mathrm{N}),\mathrm{f},\mathrm{k}\big) &= P\{\text{Sistem çalışır}\} \\ &= \sum_{s=0}^{\mathrm{f}-1} P\{\, s \text{ tane bileşen arızalı iken sistem çalışır}\} \\ &= \sum_{s=0}^{\mathrm{f}-1} r_{s_L}(1-p)^s p^{\mathrm{n}-s}, \qquad \left(\mathrm{n}=\sum_{j=1}^{\mathrm{N}} \mathrm{n}_j\right) \end{aligned} \tag{1}$$

Eşitlik 1'deki gibi ifade edilmektedir. Burada *p* herhangi bir bileşenin çalışma olasılığıdır. Ayrıca sistemi oluşturan bileşenler aynı dağılımlı olduğundan bütün bileşenlerin çalışma olasılıkları birbirine eşittir. Literatür incelendiğinde r_{s_L} sayısının elde edilmesi yerine ya tekrarlı ilişkiler ya da farklı bir yapı ile ilişkiler kullanılarak güvenilirlik hesabı yapılmıştır (Cui ve Xie 2005, Kamalja 2017).

Cui ve Xie (2005) tarafından doğrusal ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliği tekrarlı ilişkiler şeklinde Eşitlik 2'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} &R_L\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_\mathrm{N}),\mathrm{f},\mathrm{k}\big) = \\ &\quad \sum_{s=0}^{\mathrm{n}_\mathrm{N}} \binom{\mathrm{n}_\mathrm{N}}{s}(1-p)^s p^{\mathrm{n}_\mathrm{N}-s} \\ &\quad \cdot R_L\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_{\mathrm{N}-1}),\mathrm{f}-s,\mathrm{k}\big) \\ &\quad -(1-p)^{(\sum_{i=\mathrm{N}-\mathrm{k}+1}^{\mathrm{N}} \mathrm{n}_i)} \\ &\quad \cdot \sum_{s=0}^{\mathrm{n}_{\mathrm{N}-\mathrm{k}}-1} \binom{\mathrm{n}_{\mathrm{N}-\mathrm{k}}-1}{s}(1-p)^s p^{\mathrm{n}_{s-\mathrm{k}}-s} \\ &\quad \cdot R_L\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_{\mathrm{N}-\mathrm{k}-1}), \\ &\qquad\qquad \mathrm{f}-s-\Bigg(\sum_{i=\mathrm{N}-\mathrm{k}+1}^{\mathrm{N}} \mathrm{n}_i\Bigg),\mathrm{k}\big) \end{aligned} \tag{2}$$

Doğrusal ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliğinin hesaplanması için Kamalja (2017) tarafından geliştirilen diğer yöntemde ise çok değişkenli Bernoulli denemelerinin genelleştirilmiş bir dizisi tanımlanarak ve bu diziden elde edilen iki değişkenli tekrar istatistiklerinin (bivariate run statistics) olasılık dağılımları ile doğrusal ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliği arasındaki ilişki ortaya çıkartılarak ve bu ilişkiden faydalanılarak doğrusal ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliği elde edilmiştir.

Doğrusal ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminde s tane arızalı bileşen bulunduğunda sistem r_{s_L} farklı şekilde çalışsın bu sayısı;

$$r_{s_L} = \sum_{L_s}\left[\prod_{j=1}^{\mathrm{N}} \binom{\mathrm{n}_j}{i_j}\right] \tag{3}$$

Eşitlik 3'deki gibi elde edilebilir. Burada $\sum_{L_s}$ ifadesi, $i_j=0,1,2,\cdots,\mathrm{n}_j$ $(j=0,1,2,\cdots,\mathrm{N})$ olmak üzere $i_1+i_2+\cdots+i_\mathrm{N}=s$ ve $i_\ell+i_{\ell+1}+\cdots+i_{\ell+\mathrm{k}-1}\neq \mathrm{n}_\ell+\mathrm{n}_{\ell+1}+\cdots+\mathrm{n}_{\ell+\mathrm{k}-1}$ $(\ell=1,2,\cdots,\mathrm{N}-\mathrm{k}+1)$ şartları altında bütün i_j'ler üzerinden toplamı gösterir. i_j indisi *j*-inci modüldeki arızalı bileşen sayısıdır. Yukarıdaki ifade Eşitlik (1)'de yazılırsa doğrusal ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliği;

$$R_L\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_\mathrm{N}),\mathrm{f},\mathrm{k}\big)= \sum_{s=0}^{\mathrm{f}-1}\sum_{L_s}\left[\prod_{j=1}^{\mathrm{N}}\binom{\mathrm{n}_j}{i_j}\right](1-p)^s p^{\mathrm{n}-s} \tag{4}$$

Eşitlik 4'deki gibi elde edilebilir. Örneğin $\mathrm{N}=3$, $\mathrm{n}_1=1$, $\mathrm{n}_2=2$, $\mathrm{n}_3=1$, $f=3$ ve $k=2$ değerleri için sistem güvenilirliği;

$$R_L\big((1,2,1),3,2\big)= \sum_{s=0}^{2}\sum_{\substack{i_1+i_2+i_3=s\\ i_1+i_2\neq 3\\ i_2+i_3\neq 3}}\binom{1}{i_1}\binom{2}{i_2}\binom{1}{i_3}(1-p)^s p^{4-s},$$

$$R_L\big((1,2,1),3,2\big)= p^4+4(1-p)p^3+6(1-p)^2p^2$$

şeklinde elde edilir.

2.2 Dairesel ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminde güvenilirlik

Bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluşan N tane modülün dairesel sıralanmasıyla dairesel ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sistemi Cui ve Xie (2005) tarafından tanımlanmıştır. Bu sistem en az f tane arızalı bileşen var ise veya en az k tane ardışık çalışmayan modül varsa çalışamaz. Dairesel sistemde s tane arızalı bileşen bulunduğunda sistem r_{s_C} farklı şekilde çalışsın, bu durumda dairesel ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliği;

$$R_C\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_\mathrm{N}),\mathrm{f},\mathrm{k}\big)=\sum_{s=0}^{\mathrm{f}-1} r_{s_C}(1-p)^s p^{\mathrm{n}-s} \tag{5}$$

Eşitlik 5'deki gibi ifade edilmektedir. Dairesel sistemlerde r_{s_C} sayısının elde edilmesi yerine tekrarlı ilişkiler kullanılarak güvenilirlik hesabı yapılmıştır (Cui ve Xie 2005).

Cui ve Xie (2005) tarafından dairesel ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliği tekrarlı ilişkiler şeklinde Eşitlik 6'daki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned}
&R_C\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_\mathrm{N}),\mathrm{f},\mathrm{k}\big)=\\
&\sum_{s=0}^{\mathrm{n_N}-1}\binom{\mathrm{n_N}}{s}(1-p)^s p^{\mathrm{n_N}-s}\\
&\cdot R_L\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_{\mathrm{N}-1}),\mathrm{f}-\mathrm{s},\mathrm{k}\big)+(1-p)^{\mathrm{n_N}}\\
&\cdot R_C\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_{\mathrm{N}-1}),\mathrm{f}-\mathrm{n_N},\mathrm{k}\big)\\
&-\sum_{i=0}^{\mathrm{k}}\sum_{s_1=0}^{\mathrm{n_{N-k+i-1}}-1}\sum_{s_2=0}^{\mathrm{n}_i-1}\binom{\mathrm{n_{N-k+i-1}}}{s_1}\binom{\mathrm{n}_i}{s_2}\\
&\cdot p^{\mathrm{n_{N-k+i-1}}+\mathrm{n}_i-s_1-s_2}\\
&\cdot R_L\big((\mathrm{n_{i+1}},\mathrm{n_{i+2}},\cdots,\mathrm{n_{N-k+i-2}}),\\
&\qquad \mathrm{f}-s_1-s_1-\left(\sum_{j=\mathrm{N-k}+i}^{\mathrm{N}+i-1}\mathrm{n_j}\right),\mathrm{k})\\
&\qquad \cdot(1-p)^{\left(\sum_{j=\mathrm{N-k}+i}^{\mathrm{N}+i-1}\sum_{t=1}^{\mathrm{n_j}}t\right)+s_1+s_2}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Dairesel ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminde s tane arızalı bileşen bulunduğunda sistem r_{s_C} farklı şekilde çalışşın bu sayısı;

$$r_{s_C}=\sum_{C_s}\left[\prod_{j=1}^{\mathrm{N}}\binom{\mathrm{n}_j}{i_j}\right] \tag{7}$$

Eşitlik 7'deki gibi elde edilebilir. Burada $\sum_{C_s}$ ifadesi, $i_j=0,1,2,\cdots,\mathrm{n}_j$ $(j=0,1,2,\cdots,\mathrm{N})$ olmak üzere $i_1+i_2+\cdots+i_\mathrm{N}=s$ ve $i_{\|\ell\|}+i_{\|\ell+1\|}+\cdots+i_{\|\ell+\mathrm{k}-1\|}\neq \mathrm{n}_{\|\ell\|}+\mathrm{n}_{\|\ell+1\|}+\cdots+\mathrm{n}_{\|\ell+\mathrm{k}-1\|}$ $(\ell=1,2,\cdots,\mathrm{N})$ şartları altında bütün i_j'ler üzerinden toplamı gösterir. Ayrıca α bir pozitif bir tam sayı ve $(\beta=1,2,\cdots,\mathrm{N})$ olmak üzere $\|\alpha\mathrm{N}+\beta\|=\beta$'dir. Yukarıdaki ifade (5) eşitliğinde yazılırsa dairesel ((n_1, n_2, … , n_N) , f, k) F sisteminin güvenilirliği;

$$R_C\big((\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,\cdots,\mathrm{n}_\mathrm{N}),\mathrm{f},\mathrm{k}\big)= \sum_{s=0}^{\mathrm{f}-1}\sum_{C_s}\left[\prod_{j=1}^{\mathrm{N}}\binom{\mathrm{n}_j}{i_j}\right](1-p)^s p^{\mathrm{n}-s} \tag{8}$$

Eşitlik 8'deki gibi elde edilebilir.

3. Bulgular

Bu bölümdeki hesaplamalar ilgili eşitliğin kodu R programında yazılarak elde edilmiştir. Kabul edelim ki, 3 modüllü genelleştirilmiş bir sistem bağımsız 12 bileşenlerden oluşsun. Bu sistemdeki her bir bileşenin çalışma olasılığı p olmak üzere birinci modülde 4 bileşen, ikinci modülde 6 bileşen ve üçüncü modülde 2 bileşen bulunsun. Genelleştirilmiş sistemi oluşturan modüller doğrusal sıralansın ve bu genelleştirilmiş sistem en az 8 tane arızalı bileşen varsa veya en az 2 tane ardışık çalışmayan modül varsa çalışamaz şeklinde tanımlansın. O zaman bu sistem doğrusal $\big((\mathrm{n}_1=4,\mathrm{n}_2=6,\mathrm{n}_3=2),\mathrm{f}=8,\mathrm{k}=2\big)$ F sistem olarak adlandırılır. (4) eşitliğinden bu sistemin güvenilirliği;

$$R_L\big((4,6,2),8,2\big)=\sum_{s=0}^{7}\sum_{\substack{i_1+i_2+i_3=s\\ i_1+i_2\neq 10\\ i_2+i_3\neq 8}}\binom{4}{i_1}\binom{6}{i_2}\binom{2}{i_3}(1-p)^s p^{12-s} \qquad (9)$$

Eşitlik 9'daki gibi elde edilir. Burada $(i_1=0,1,2,3,4)$ $(i_2=0,1,2,3,4,5,6)$ ve $(i_3=0,1,2)$'dir. Eşitlik (9)'da bileşenlerin çalışma olasılığı $p=0.8$ alınırsa $R_L\big((4,6,2),8,2\big)=0.9994$ olarak hesaplanır.

Kabul edelim ki, modüller dairesel sıralansın. O zaman dairesel $\big((\mathrm{n}_1=4,\mathrm{n}_2=6,\mathrm{n}_3=2),\mathrm{f}=8,\mathrm{k}=2\big)$ F sistemi oluşur ve (8) eşitliğinden bu sistemin güvenilirliği;

$$R_C\big((4,6,2),8,2\big)=\sum_{s=0}^{7}\sum_{\substack{i_1+i_2+i_3=s\\ i_1+i_2\neq 10\\ i_2+i_3\neq 8\\ i_1+i_3\neq 6}}\binom{4}{i_1}\binom{6}{i_2}\binom{2}{i_3}(1-p)^s p^{12-s} \qquad (10)$$

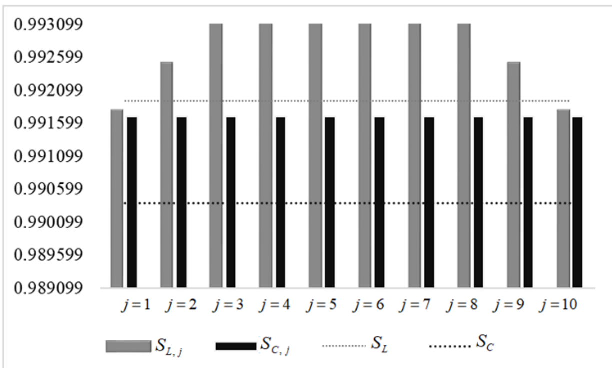
Eşitlik 10'daki gibi elde edilir. Burada $p=0.8$ alınırsa $R_C\big((4,6,2),8,2\big)=0.9993$ olarak hesaplanır.

Her modülünde 0.9 güvenilirliğe sahip bir bileşen bulunan ve 10 tane modülden oluşan genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemi en az 5 tane arızalı bileşen varsa veya en az 3 tane ardışık çalışmayan modül varsa çalışamaz şeklinde tasarlansın. Sistemi oluşturan modüler doğrusal (dairesel) sıralanmışsa sistem S_L (S_C) ile gösterilsin. Aynı varsayımlar altında *j*-inci modüle bir bileşen eklenmesiyle oluşturulan doğrusal (dairesel) sistem $S_{L,j}$ $(S_{C,j})$ $(j=1,2,\cdots,10)$ ile ifade edilsin. Bu sistemlerin, önerilen yöntem ile hesaplanan güvenilirlikleri Çizelge 1'de verilmiştir. Bu güvenilirlik değerleri Kamalja (2014, 2017) tarafından elde edilen değerlerle örtüşmektedir.

Bileşen eklenmesiyle oluşturan sistemlerin güvenilirlikleri incelendiğinde $S_{L,1}$ ve $S_{L,10}$ sistemlerinin güvenilirliği ilk duruma göre daha düşük $S_{L,3}$ ve $S_{L,8}$ sistemlerinin güvenilirliği ilk duruma göre daha yüksek olduğu gözlenmektedir. Dairesel sistemin güvenilirliği doğrusal sisteme göre daha düşük ve yapısı gereği bileşen eklenilen bütün durumlarda güvenilirlik aynı seviyede yükselmiştir. Sistemler arasındaki bu güvenilirlik değişimini görselleştirmek için Şekil 2 verilmiştir.

Çizelge 1. Sistemlerin güvenilirlikleri.

Sistem	Güvenilirliği	Sistem	Güvenilirliği
S_L	0.991935	S_C	0.990393
$S_{L,1}$	0.991796	$S_{C,1}$	0.991701
$S_{L,2}$	0.992514	$S_{C,2}$	0.991701
$S_{L,3}$	0.993231	$S_{C,3}$	0.991701
$S_{L,4}$	0.993184	$S_{C,4}$	0.991701
$S_{L,5}$	0.993184	$S_{C,5}$	0.991701
$S_{L,6}$	0.993184	$S_{C,6}$	0.991701
$S_{L,7}$	0.993184	$S_{C,7}$	0.991701
$S_{L,8}$	0.993231	$S_{C,8}$	0.991701
$S_{L,9}$	0.992514	$S_{C,9}$	0.991701
$S_{L,10}$	0.991796	$S_{C,10}$	0.991701



Şekil 2. Sistemlerin güvenilirlikleri.

4. Tartışma ve Sonuç

Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sisteminin güvenilirliği tekrarlı ilişkiler veya farklı bir yapı ile ilişkilendirilerek elde edilmiştir (Cui ve Xie 2005, Kamalja 2017). Fakat bu iki yaklaşım ile güvenilirlik hesabı yapmak oldukça karmaşık olduğundan, bu çalışmada genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemin güvenilirliğinin hesaplanması için daha kullanışlı bir yaklaşım önerilmiştir. Önerilen bu yaklaşımda; bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluşan N tane modülün doğrusal veya dairesel sıralanmasıyla meydana gelen genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sisteminde s tane arızalı bileşen bulunduğunda sistemin kaç farklı şekilde çalıştığı elde edilerek, sistem güvenilirliği tam formül şeklinde elde edilmiştir.

Bağımsız ve aynı dağılımlı olmayan bileşenlerden oluşan genelleştirilmiş sistemlerin güvenilirlikleri benzer yaklaşımla araştırılabilir.

Teşekkür

Bu çalışma, birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında hazırladığı yüksek lisans tezinden üretilmiştir. F.Ö. analitik çözümlerin elde edilmesinde, bilgisayar kodlarının yazılmasında, sonuçların yorumlanmasında ve makalenin yazımında görev almıştır. F. M. C. programların işletilmesinde, sonuçların alınmasında, verilerin düzenlenmesinde, grafiklerin oluşturulmasında ve makalenin yazımında görev almıştır.

Çıkar Çatışması Beyanı

Yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Araştırma ve Yayın Etiği Beyanı

Yapılan çalışmada, araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

5. Kaynaklar

Birnbaum, Z.W., 1969. On the importance of different components in a multicomponent system. Editor: Krishnaiah PR. in Multivarite Analysis II, Academic Press, 581-592.

Canpolat, F.M., 2019. Genelleştirilmiş n-den k-çıkışlı F sistemlerin güvenilirlik analizi. Yüksek Lisans Tezi, Bitlis Eren Üniversitesi, Bitlis, 55.

Chiang, D.T. and Niu, S.C., 1981. Reliability of consecutive k-out-of-n F system. *IEEE Transactions on Reliability,* **30**, 87-89.

Cui, L. and Xie, M., 2005. On a generalized k-out-of-n system and its reliability. *International Journal of Systems Science,* **36**, 267-274.

Derman, C., Lieberman, G.J. and Ross, S.M., 1982. On the consecutive k-of-n F system. *IEEE Transactions on Reliability,* **31**, 57-63.

Eryılmaz, S., 2007. On the lifetime distribution of consecutive k-out-of-n:F system. *IEEE Transactions on Reliability,* **56**, 35–39.

Eryılmaz, S., 2009. Reliability properties of consecutive k-out-of-n systems of arbitrarily dependent components. *Reliability Engineering & System Safety,* **94**, 350–356.

Eryılmaz, S., 2010. Conditional lifetimes of consecutive k-out-of-n systems. *IEEE Transactions on Reliability,* **59**, 178– 182.

Eryılmaz, S., 2011. Dynamic behavior of k-out-of-n:G systems. *Operations Research Letters,* **39**, 155–159.

Eryılmaz, S., Kan, C. and Akıcı, F., 2009. Consecutive k-within-m-out-of-n:F system with exchangeable components. *Naval Research Logistics*, **56**, 503–510.

Gökdere, G., 2017. Tamir edilebilir ardışık n'den 2-çıkışlı F sistemi. *Fırat Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi,* **29**, 349-354.

Gökdere, G. ve Gürcan, M., 2016. Mühendislik uygulamalarında kullanılan ardışık n den k-çıkışlı sistemlerin güvenilirlik analizi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, **16**, 461–467.

Gökdere, G. ve Güral, Y., 2018. Birnbaum önem tabanlı genetik algoritma ve doğrusal ardışık n-den k-çıkışlı sistemlerin optimizasyonunda uygulaması. *Bitlis Eren Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, **7**, 276-283.

Griffith, W.S., 1986. On consecutive-k-out-of-n failure systems and their generalizations. In A. P. Basu (Ed.), Reliability and Quality Control, Elsevier, 157–165.

Huang, J., 2000. Generalized multi-state k-out-of-n:G systems. *IEEE Transactions on Reliability*, **49**, 105-111.

Hwang, F.K., 1986. Simplified reliabilities for consecutive-k-out-of-n system. *SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods,* **7**, 258-264.

Kamalja, K.K., 2014. Birnbaum reliability importance for (n,f,k) and ⟨n,k,f⟩ system. *Communications in Statistics - Theory and Methods,* **43**, 2406-2418.

Kamalja, K.K., 2017. Reliability computing method for generalized k-out-of-n system. *Journal of Computational and Applied Mathematics,* **323**, 111-122.

Kontoleon, J.M., 1980. Reliability determination of a r-successive-out-of-n system. *IEEE Transactions on Reliability,* **29**, 437-437.

Lambiris, M. and Papastavridis, S., 1985. Exact reliability formulas for linear & circular consecutive k-out-of-n F system. *IEEE Transactions on Reliability,* **34**, 124-126.

Özbey, F. and Gökdere, G., 2021a. Analysis of Linear Consecutive-2-out-of-n: F Repairable System with Different Failure Rate. *Bitlis Eren Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, **10**, 91-99.

Özbey, F. ve Gökdere, G., 2021b. Doğrusal genelleştirilmiş ağırlıklı n-den k-çıkışlı F sistemin güvenilirlik analizi. *İstatistikçiler Dergisi: İstatistik ve Aktüerya*, **14**, 1-13.

Salehi, E.T., Asadi, M. and Eryılmaz, S., 2011. On the mean residual lifetime of consecutive k-out-of-n systems. *Test,* **21**, 93–115.

Sun, H. and Liao, J., 1990. The reliability of (n, f, k) system. *Acta Electronica Sinica*, **12**, 436-439.

Tung, S.S., 1982. Combinatorial analysis in determining reliability. *The Annual Reliability & Maintainability Symposium* 262-266.