





# Optimal Portföy Seçiminde Kullanılan Parametrelerin Hatalı Tahmininin Hazır Değerler ile Test Edilmesi: BIST-100 Endeksinden Bulgular

## *Testing the Estimational Errors of the Parameters Used in the Optimal Portfolio Selection with Present Values: Evidence from BIST-100 Index*

Dr. Öğr. Üyesi Kartal SOMUNCU <sup>1</sup>, Dr. Öğr. Üyesi Adem BÖYÜKASLAN <sup>2</sup>

### Öz

Bu çalışmada Markowitz'in portföy seçim modelinde yer alan her bir menkul kıymet için hesaplanan ortalama, varyans ve kovaryans temel parametrelerinin hatalı tahmin edilmesinin optimal portföyde doğuracağı farklılıkların test edilmesi amaçlanmıştır. Veri seti olarak 31 Aralık 1999 ile 31 Aralık 2020 arasındaki 253 aylık dönemde BIST-100 endeksinde yer alan pay senetleri alınmış ve analizlerde USD cinsinden pay senedi fiyatları kullanılmıştır. Çalışmanın bulguları, ortalamalardan kaynaklanan hataların, risk toleransından bağımsız olarak, varyans ve kovaryanslardan kaynaklanan hatalara göre daha önemli olduğunu göstermiştir. Varyanslardan kaynaklanan hatalar da kovaryanslardan kaynaklanan hatalara göre daha önemlidir. Analizlerden elde edilen sonuçlar ayrıca risk toleransı arttıkça, özellikle, ortalama getirilerden kaynaklanan hataların varyans ve kovaryanslardan kaynaklanan hatalara göre daha önemli hale geldiğini göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Markowitz portföy modeli, ortalama-varyans-kovaryans, portföy parametre tahmini, hatalı portföy seçimi, hazır değerler, risk toleransı

**Makale Türü:** Araştırma

### Abstract

Within the scope of this study, it has been tried to test the differences in the optimal portfolio caused by errors in calculation of the fundamental parameters such as mean, variance and covariance for every security in Markowitz's portfolio - selection model. The securities included in the BIST-100 index for the period of 253 months between December 31, 1999 and December 31, 2020 were taken as examples. In transactions, US Dollar prices for securities were used. The results showed that, regardless of risk tolerance, the errors due to averages were more important than the errors due to variance and covariance. Errors caused by variances are more important than errors due to covariances. As risk tolerance increases, in particular, errors due to average returns become even more important than the errors due to variance and covariance. The results obtained from the analyzes also indicated that as the risk tolerance increases, the errors arising from the mean returns, become more important than the errors due to the variances and covariances.

**Keywords:** Markowitz portfolio model, mean-variance-covariance, portfolio parameter estimation, erroneous portfolio selection, present values, risk tolerance

**Paper Type:** Research

<sup>1</sup> Afyon Kocatepe Üniversitesi, Şuhut Meslek Yüksekokulu, Pazarlama ve Reklamcılık Bölümü, ksomuncu@gmail.com

<sup>2</sup> Afyon Kocatepe Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Uluslararası Ticaret ve Finansman Bölümü, ademboyukaslan@aku.edu.tr

**Atf için (to cite):** Somuncu, K. ve Büyükaslan, A. (2021). Optimal portföy seçiminde kullanılan parametrelerin hatalı tahmininin hazır değerler ile test edilmesi: bist-100 endeksinden bulgular. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 23(3), 942-957.

## Giriş

Yatırımcıların karar verme süreçleri ve hangi koşullar altında ne tür yatırım araçlarını tercih ettikleri uzun yıllardır finans biliminde merak edilen konuların başında gelmektedir. Yatırımcılar bazen değerlerinde değişim yaşanma olasılığı yüksek finansal araçlara yönelme eğilimindeyken, bazen de değerlerinde yüksek değişim yaşanmayacağını düşündükleri finansal varlıkları tercih etme eğilimi sergilemektedir. Yatırımcıların mevcut tercih seçenekleri düşünüldüğünde; getiri ve risk faktörleri tasarrufların yatırımlara aktarılmasında karar süreçlerini etkileyen iki kritik yatırım bileşenidir. Buna göre; bir yatırımcı yatırım kararı verirken oluşturacağı portföyün riskini ve beklenen getirisini göz önünde bulundurur. Risk, bir finansal varlığın beklenen getirisinin belirsizlik derecesi veya bir yatırımda beklenen getiriden daha az gerçekleşen getiri elde etme olasılığı olarak tanımlanabilir (Aktaş, Doğanay, Gökmen ve Somuncu, 2018, s. 337). Bu nedenle risk yatırımcıyı temkinli davranması için elde edebileceği getirilerin yanında kaybedebilecekleri konusunda da uyardır. Dolayısı ile beklenen getiri ve risk bir yatırım kararına farklı yönlerde katkıda bulunmuş olur. Getiri, yatırımın sonunda elde edebileceği ödülü gösterirken risk de kaybedilebilecek olanlar konusunda uyarı görevini yapmış olur (Somuncu, 2018, s. 64).

Yatırımcılar getiri ve riskin gelecekteki parametrelerini tahmin edebilmek için sınırlı kaynaklara sahiptirler. Bu durum yatırımın ve yatırımcıların rasyonel temellerini irdeleyen geleneksel finans yaklaşımlarında yatırımcı davranışları özelinde ölçülebilir bir fayda kapsamında detaylıca ele alınmıştır. Bernoulli (1738)'nin öncül yaklaşımıyla başlayan ve yatırımcıların her fırsatta yatırımdan bekledikleri faydayı en yükseğe çıkaracağı yatırım alternatifini seçeceğini ileri süren yatırımcı modelinin temel alındığı rasyonel yatırımcı seçimleri, sonrasında von Neumann ve Morgenstern (1944)'in Beklenen Fayda Kuramı ile güç kazanırken, yatırımcıların rasyonel seçimlerini yatırım seçeneklerinin her birinin olasılıkları ile yine her bir yatırım seçeneğinin beklenen faydasının fonksiyonu yardımıyla hesaplayabileceğine dayanmıştır. Neo-klasik iktisadın ön kabullerinden biri olan akılcı insan modeli, yatırımcıların karşı karşıya kaldıkları yatırım alternatiflerini en doğru şekilde hesaplayabildikleri ve getiri hesaplamalarında matematiksel ya da istatistiksel yöntemleri en iyi biçimde kullanarak yatırım seçimlerini gerçekleştirdikleri üzerine kuruludur. Fakat yatırımcıların çizilen bu rasyonel çerçeveye karşın gerçekte nasıl hareket ettikleri ve bu hesaplamaları ne kadar iyi yaparak yatırım ve portföy seçimlerinde kullanabildikleri sorgulamaya açıktır. Bu bakımdan yatırım kararlarına dayanak olan matematiksel hesaplamaların ne ölçüde başarıyla yapıldığı ve yanlış hesaplamaların getiri ve risk dengesini nasıl etkilediği sorusunu ortaya çıkarmaktadır.

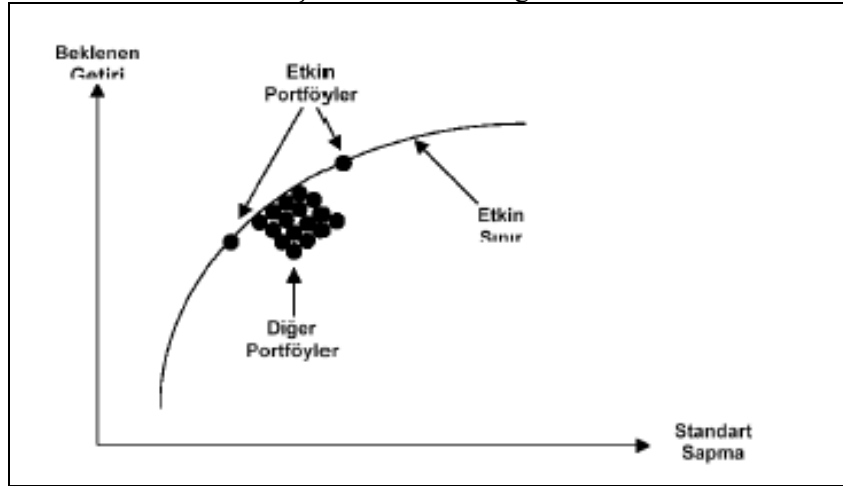
### 1. Portföy Seçimi ve Optimal Portföy Parametrelerinin Tahmin Edilmesi

Yatırım tercihlerinde sadece en yüksek beklenen getiriye odaklanan ve portföy oluşturmaktaki temel amacı gerçek değerinin altında işlem gören menkul kıymetleri bularak bir araya getirmek olan yatırımcı modeli, Markowitz'in önce 1952'de menkul kıymet getirilerini kullanarak geliştirdiği ortalama-varyans yöntemi, ardından yine 1959'da portföydeki menkul kıymetlerin varyansını düşürmek amacıyla portföyde seçili varlıkların birlikte hareket etme eğilimlerinin (kovaryans) dikkate alındığı, sonuç olarak portföy seçimlerinde getiri ve risk faktörlerinin dengeli biçimde kullanılmaya başladığı ve günümüzde geçerliliğini koruyan bir portföy seçim yaklaşımını ortaya çıkarmıştır. Buna göre; modern portföy seçiminde yatırım kararlarının daha rasyonel bir şekilde yerine getirilebilmesi için öncelikle farklı yatırım alternatifleri belirlenir. Markowitz (1959)'in belirttiği üzere portföye dahil edilecek menkul kıymetler etkin seti oluşturacak şekilde belirlendikten sonra, içlerinden hangisinin seçileceğine yardımcı olması için yatırımcının risk tercihini yansıtmaya gereken bir fayda fonksiyonundan yararlanılır (Sayılğan ve Mut, 2010). Von Neumann ve Morgenstern (1944), rasyonel yatırımcıların beklenen değer yerine beklenen faydayı maksimize etmeye çalıştıklarını ve risk toleranslarının fayda fonksiyonu ile belirlendiğini ileri sürmüşlerdir. Yatırımcılar açısından fayda fonksiyonu farklı şekillerde olabilir. Çünkü bir yatırımcının risk tercihi bir başka

yatırımcıya göre değişiklik gösterebilir (Aktaş, Doğanay, Gökmen, Gazibey ve Türen, 2015, s. 162). Önemli olan fayda fonksiyonunun yatırımcının beklentilerini yansıtan risk toleransına sahip olmasıdır. Risk toleransının belirlenmesi ise ya yatırımcının kendisinin ya da yatırım kararlarına yardımcı olan yatırım danışmanının görevidir. Risk toleransı, yatırımcının beklediği getirideki bir birimlik artışa karşı kabul edebileceği büyüklükteki risk miktarı olarak tanımlanabilir (Sharpe, Alexander ve Bailey, 1999, s. 794). Diğer bir ifadeyle risk toleransı; yatırımcının anormal getiri ile maksimum risk (varyans) arasındaki takas arzusunun göstergesidir. Bu durum yatırımcının ortalama – varyans uzayındaki kayıtsızlık eğrisinin ters eğimidir. Risk toleransını belirlemenin en kolay yolu, yatırımcıya riski yansıtan alternatif yatırım kararları arasından hangisini diğerlerine tercih edeceğinin sorulmasıdır. Rasyonel yatırımcı bu seçenekler arasından ya belirli bir risk düzeyindeki en yüksek getiriye sahip olan yatırımı ya da belirli bir getiri düzeyindeki en düşük riske sahip olan yatırımı tercih edecektir (Markowitz, 1959, s. 252).

Markowitz'in portföy çeşitlendirmesi risk sabitken getirisi yüksek olan ya da tersine getirisi sabitken riski düşük olan portföylerden oluşan etkin kümenin varlığı üzerinedir. Getiri ve riske göre optimum seçimleri yansıtan etkin kümeye ait geometrik lokasyon ise olası bütün portföyler kümesinin tam sınırındadır ve etkin sınır olarak kabul edilir (Özdemir ve Turan, 2004, s. 220). Her bir risk toleransına göre risk ile getiri arasındaki ilişkiyi gösteren etkin sınır Şekil-1'de yer almaktadır. Etkin sınırı gösteren portföylerin oluşturduğu küme orijine göre dışbükey (konveks)'dir.

Şekil 1. Etkin set eğrisi



Kaynak: Abay, 2013, s. 185.

Von Neumann ve Morgenstern (1944)'in beklenen fayda teorisine göre; eğer yatırımcı karar vereceği yatırım seçeneğiyle ilgili ortaya çıkabilecek tüm sonuçları önceden biliyor ve bu sonuçların gerçekleşmesi konusundaki olasılıkları da tahmin edebiliyor ise bu durum yatırımcının risk toleransını ortaya çıkaracaktır (Aktaş vd., 2018, s. 338). Risk toleransı sıfıra yaklaştıkça yatırımcı riske karşı çok tutucu bir tavır sergiler. Riskteki en ufak bir artış bile yatırımcıyı rahatsız eder. Buna karşılık risk toleransı bire yaklaştığında veya birin üzerine çıktığı durumlarda ise yatırımcı için esas önemli olan getirinin olabildiğince yüksek olmasıdır. Bunu gerçekleştirmek üzere daha fazla risk üstlenmeye hazırdır. Bu nedenle Amerika Birleşik Devletleri'nde (ABD) çoğu kurumsal yatırımcının ve emeklilik şirketinin portföyü 50'lik risk toleransına göre belirlenmiştir. 25'lik risk toleransı muhafazakar yatırımcılar ve 75'lik risk toleransı da saldırgan yatırımcılar tarafından tercih edilir (Chopra ve Ziemba, 1993, s. 11). Bu durumu göz önünde bulunduran araştırmacılar literatürde risk toleransını yansıtan fayda fonksiyonlarını; riskten kaçan, riske karşı kayıtsız kalan ve risk yanlısı olmak üzere üç farklı

şekilde tanımlamıştır (Atan vd., 2018, s.26). Bu sınıflamalar aynı zamanda Arrow-Pratt<sup>3</sup> riskten kaçınma ölçütü olarak bilinen ve yatırımcıların riske karşı tutumlarını gösteren riskten kaçınma ölçütü ile uyumludur.

Diğer yandan genellikle bir portföyün beklenen getirileri normal dağılım gösterir. Bununla birlikte getirilerin gelecekte nasıl bir dağılıma sahip olacağını bugünden saptamak ya da bilmek mümkün değildir. Getiri dağılımının parametreleri olan ortalama (beklenen) getiri, varyans ve kovaryansı doğru tahmin etmek, yatırımcının rasyonel kararı almasında oldukça önemlidir. Çünkü ortalama-varyans optimizasyonu girdilerin tahmin edilmesindeki hatalara karşı çok duyarlıdır (Chopra ve Ziemba, 1993, s. 6). Girdi parametrelerindeki çok küçük değişiklikler bile optimal portföy kompozisyonlarında çok büyük değişikliklere neden olabilir (Chopra, 1993, s. 51). Ortalamalardaki hatalara karşı optimal portföyün duyarlılığı, varyans ve/veya kovaryanstan kaynaklanabilecek hatalara göre çok daha fazladır (Best ve Grauer, 1991, s. 328). Ancak portföy seçim parametrelerinin tahmininde yatırımcının sahip olduğu veri setinin son derece sınırlı olduğunu kabul etmek gerekir. Bu durumda yatırımcı açısından parametrelerin tahmin edilmesinde birtakım kritik hataların ortaya çıkması ve bu hataların portföyün beklenen getirisini etkilemesi kaçınılmazdır. Rasyonel yatırımcının cevap vermesi gereken bir diğer soru bu hataların ne kadarını kabul edebileceğidir. Parametrelerin doğru şekilde tahmin edilebilmesi için örneklem alınan dönem süresince beklenen getiriye ilişkin dağılımın sabit olduğunu varsaymak gerekir. Aksi durumda, yani örneklem dönemi boyunca beklenen getiriye ilişkin dağılımın değişmesi durumunda tahmin edilen parametreler de hatalı olacaktır (Chopra ve Ziemba, 1993, s. 7). Getiri dağılımının sabit olarak kabul edilmesi halinde ise mevsimsel nedenlerle ortaya çıkabilecek bir getiri ve/veya risk artışının göz ardı edilmesi sonucu ortaya çıkacaktır.

Parametreleri hatalı tahmin edilen bir portföyün orijinal portföy ile hangi ölçüde yakınlaştığını iki portföyün hazır değerlerini karşılaştırarak belirlemek mümkündür. Hazır değerleri kullanmak; yatırımcının risk toleransını ve getirilerdeki doğal belirsizlikleri hesaba katması, ayrıca fayda fonksiyonlarından bağımsız olması gibi avantajlar içermesi nedeniyle uygun bir ölçüt sayılmaktadır (Chopra ve Ziemba, 1993, s. 7). Bir portföyün hazır değeri; o portföyde yer alan menkul kıymetlerin ağırlıkları ile ortalama getirilerinin çarpımlarının toplamıdır. Başka bir deyişle, risk toleransına göre belirlenmiş olan optimal portföyün beklenen değeridir. Bu çalışmada; yatırımcıların optimum portföy seçiminde kullandığı ortalama, varyans ve kovaryans parametrelerindeki hatalı hesaplamaların optimum portföy parametrelerine göre hangi uzaklıkta olduğunu belirlemek amaçlanmıştır. Optimum portföy ve hatalı tahmin edilen portföy arasındaki farkı ortaya koymak üzere ise; Chopra ve Ziemba (1993)'ın önerisinden yola çıkarak iki portföyün hazır değerlerinin karşılaştırıldığı ölçüt seçilmiştir.

## 2. Literatür

Finans literatürü geçmişte yapılan çalışmalar göz önünde bulundurulduğunda menkul kıymet analizi ve portföy yönetimi araştırmalarıyla oldukça zenginleşmiş durumdadır. Portföy seçimi ve yönetimi konusunda gerçekleştirilen geçmiş araştırmalar yatırım kararının verilmesi aşamasında risk ve getiri parametrelerinin tahmin edilerek yatırımlardan elde edilecek getirinin en çoklanması yöntemlerine ve ayrıca kurulacak portföyde yer alması gereken optimum menkul kıymet sayısının belirlenmesi üzerine yoğunlaşmaktadır. Bununla beraber yatırımcıların ve varlık yöneticilerinin optimum portföyü belirlemek üzere yaptığı hesaplamalardan doğan hataların olası sonuçları finans araştırmacıları tarafından ayrıca merak edilmektedir. Bu amaçla Markowitz'in geliştirdiği ortalama-varyans modeli halen daha finans araştırmacılarının öncelikli olarak tercih edilen ve başarılı tahmin parametrelerini hesaplamakta kullanılan yaygın bir çalışma alanı sunmaktadır. Örneğin; optimum portföy seçiminde normal dağılıma sahip

---

<sup>3</sup> Arrow-Pratt riskten kaçınma ölçütü; Arrow (1970) ve Pratt (1964)'ın yatırımcıların riske karşı tutumlarını ifade etmek ve ölçmek üzere farklı çalışmalarla ele aldığı indikatörlerin birlikte kullanılmasıyla ortaya çıkmıştır ve finans biliminde yaygın olarak beraber anılmaktadır.

veriler üzerinde yanlış tahminlerin sonuçlarını araştıran Kallberg ve Ziemba (1984), söz konusu tahmin yanlışlıklarının; a) yatırımcının fayda fonksiyonu, b) ortalama vektör, c) getiri dağılımının kovaryans matrisi olmak üzere üç alanda ortaya çıkabileceğini ifade etmiştir. Her üç sonuca ilişkin gerçekleştirilen çalışmanın bulguları yalnızca ikinci tip hatanın uygulamalarda önemli sorunlar yaratacağını göstermiştir. Ortalama, varyans ve kovaryansta meydana gelen küçük değişimlerin, yatırımcının risk toleransına da bağlı olarak, hatalı tahmin sonuçlarına neden olduğu belirtilen çalışmada farklı risk toleransı seviyelerinde her iç parametrenin değişimlerine bağlı kalarak hatalı tahminlerin büyüklüğü araştırılmıştır.

Modern portföy teorisi yaklaşımına göre optimal portföyü bulmak amacıyla İMKB Ulusal-30 endeksinden oluşturulan bir örneklem üzerinde Markowitz'in ortalama-varyans modelini kullanan Küçükkocaoğlu (2002), portföyde yer alacak farklı varlıkların toplam portföy riskini azaltacağından hareket etmiştir. Çalışma bulguları; oluşturulan optimal portföyün bir yıllık getirileri İMKB Ulusal-100 ve İMKB Ulusal-30 endeksindeki pay senetlerinden oluşan eşit ağırlıklı portföy sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Çalışmaya dahil edilen zaman aralığına dair veriler tüm endeksler ve seçilen portföy bazında negatif getirilerle sonuçlanmıştır. Buna karşın optimal portföyün negatif getirisinin endekslerin negatif getirilerinden daha az gerçekleştiği görülmekle beraber optimal portföy seçiminin negatif getiri söz konusuysa da başarılı sonuçlar verdiği ifade edilmiştir. Ledoit ve Wolf (2003) çalışmalarında optimum portföyü oluşturacak pay senedi getirilerinin kovaryansını tahmin etmek amacıyla örneklemin kovaryans matrisi ve tek endekli kovaryans matrisi olmak üzere iki tahmin edicinin optimal ağırlıklı ortalamasını kullanmıştır. Karar verme yaklaşımlarında ve ampirik Bayesyan teoride büzülme (shrinkage) olarak bilinen tahmin faktörü 23 senelik veriler üzerinde sınanmıştır. Çalışma bulguları; önerilen tahmin faktörünün diğer tahmin edicilere göre NYSE ve AMEX borsalarındaki pay senetlerinin getirilerini tahmin etmekte daha küçük sapmaya sahip olduğunu göstermiştir. Demirtaş ve Güngör (2004) ise İMKB'de işlem gören ve farklı sektörlerde yer alan pay senetlerine ait beş yıllık varyans, kovaryans ve beklenen değerlerini kullanmıştır. 3000 iterasyon ile gerçekleştirilen çalışmada belirli oranda risksiz bir piyasa şartının sağlanması koşuluyla optimal portföy oluşturmanın mümkün olduğu ve optimal portföy oluşturulurken portföye dahil edilecek pay senetlerinin hangi oranda portföye dahil edileceğinin tahmin edilebilir olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca iterasyonların artmasıyla Sharpe oranının değişmesinin beklenen getiride ve standart sapmada değişiklik meydana getirdiği belirtilmiştir.

Tahmin hatalarının ortalama-varyans modeliyle optimal portföyler üzerindeki olumsuz etkisini araştıran Ceria ve Stubbs (2006), optimal portföyde yer alan pay senetlerine ait ortalama-varyanslı varlık ağırlıklarının girdilerdeki küçük değişimlere karşı oldukça hassas olduğunu göstermiştir. Bu bakımdan girdi parametrelerindeki hassasiyetin artmasıyla ortaya çıkan tahmin istikrarsızlıklarının varlık yöneticilerinin portföylerine koyduğu kısıtlamalarla daha da artmakta olduğu gözlenmiştir. Bu amaçla Ceria ve Stubbs (2006)'ın yaklaşımı; tüm tahmin hatalarının portföyleri olumsuz etkileyeceği varsayımı yerine, tahmin hataları nedeniyle olumsuz sonuçlar kadar olumlu sonuçların da mevcut olabileceğini varsaymıştır. Çalışma bulguları; ele alınan modelin geleneksel ortalama-varyans modeliyle oluşturulan portföylere göre daha başarılı sonuçlar verdiğini göstermiştir. Kesintürk (2007), Markowitz'in optimum portföyün bulunmasına yönelik modelini belirlenen ana amaç fonksiyonuna ilişkin değişkenlerle oluşturulan çözüm setleri yardımıyla inceleyerek, iterasyonlar esnasında genetik operatörlerle değiştirilerek çözüm arayan genetik algoritma yöntemi kullanarak sınımıştır. Genetik algoritmalar yöntemiyle portföy seçimi gibi komplike ve çok sayıda veri içeren bir popülasyon üzerinde çözüm kümesi bulunurken gereksiz arama yapılmasının engellenmesi suretiyle hızlı biçimde optimum portföyün bulunması amaçlanmıştır. Çalışma bulguları çok küçük sapmalarla optimum portföyün bulunabileceği yönünde sonuçlar üretirken, minimize edilmeye çalışılan risk değerlerinin etkin sınır eğrisiyle uyumlu olduğu ifade edilmiştir.

Kardiyen (2008) ise Markowitz'in ortalama-varyans modelinin büyük hacimli verilerin kullanımında işlem ve tahmin zorluklarına neden olması sebebiyle Markowitz'in yaklaşımına

alternatif olarak riskin varyans yerine ortalamadan mutlak sapmalarla ifade edildiği Ortalama Mutlak Sapma Modeli (MAD) kullandığı çalışmada her iki portföy bazlı modele ilişkin karşılaştırmalı performans sonuçları analiz etmiştir. Endekste yer alan pay senetlerinden rastgele seçim yoluyla oluşturulan ve 3 yıl süreli tarihsel İMKB-50 verilerine MAD modeli ve Markowitz ortalama-varyans modelinin bir simülasyon uygulamasıyla ele alındığı çalışma bulgularına göre; getiriler söz konusu olduğunda karşılaştırılan her iki model birbirine yakın sonuçlar üretmiştir. İskenderoğlu ve Karadeniz (2011) bir yıllık İMKB-30 verilerini kullandıkları çalışmayla endekste yer alan pay senetlerinin yardımıyla İMKB-30 ve İMKB-100 endekslerinden daha düşük riske sahip bir portföyün oluşturulması amacıyla 10.000 iterasyon denenerek toplamda 240.000 sına yapılmış, böylelikle portföyde yer alacak minimum-maksimum pay senedi sayısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Çalışma bulguları; farklı pay senetleriyle çeşitlendirilmiş bir portföyde 6-8 pay senediyle İMKB-30 endeksinden daha düşük riske sahip bir portföyün kurulabileceğini göstermiştir. Aynı zamanda farklı pay senetleriyle çeşitlendirilmiş ve 2-6 pay senedinden oluşacak bir portföyün İMKB-30 ve İMKB-100 endeksinden daha başarılı performans göstereceği ifade edilmiştir. Ortalama-varyans, tek indeks ve ortalama mutlak sapma modelini kullanan Kaya ve Kocadağlı (2012) çalışmada, İMKB-30 endeksindeki pay senetlerinin 1 aylık verilerini kullanarak optimal portföyü bulmaya çalışırken pazarın eğilimiyle beta katsayısının sınırlılıklarını içeren bir seçim modeli önermiştir. Üç modelin yardımıyla ulaşılan bulgular, ortalama-varyans ve ortalama mutlak sapma modelleri ile seçilen portföyler için beklenen getiri düzeylerinde %4 oranında negatif getiri ile sonuçlandığını, etkin sınır kullanılan portföy seçimlerinde ise beklenen getiri düzeylerinde %2 oranında pozitif getiri ile sonuçlandığını göstermiştir. Bununla beraber beta katsayısı eklenerek yapılan analizler ise %1 oranında pozitif getiri sağlamıştır. Bulgular ortalama getiri bekleyen tutucu bir yatırımcının zarar edebileceği, pazar eğilimi ve etkin portföy gözeterek portföy seçen bir yatırımcının ise kâr etmesinin mümkün olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

İMKB-30 endeksindeki 20 pay senedine dair 1 yıllık verileri kuadratik programlama ile portföy seçiminde kullanan Abay (2013), beklenen getiri ve varyans-kovaryans matrisi yardımıyla analizlere dahil etmiştir. Çalışma sonuçları İMKB-30 endeksi ile aynı getiriye sahip ama daha düşük riske sahip portföylerin oluşturulabileceğini, aynı zamanda endeks ile aynı riske sahip ama diğer yandan daha yüksek getiriye sahip portföylerin seçilebileceğini göstermiştir. İlaveten, optimum portföyün seçiminde risk ve getiri göz önünde tutulduğunda tahmin edilen risk ve getiri oranlarına göre hangi pay senedinin portföye hangi oranda dahil edileceği veya hangi pay senetlerinin portföyden çıkarılacağına da belirlenebileceği ifade edilmiştir. Li (2015) optimal portföy seçiminde tahminlerde kullanılacak parametrelerin belirsizliği nedeniyle tahmin hatalarının ortaya çıkacağını belirttiği çalışmada, ilk aşamada lineer regresyon yardımıyla genel portföy seçimi probleminin nasıl çözülebileceğini gösterirken, ardından portföy ağırlıklarına ek kısıtlamalar getirerek, beklenen getirilerin tahmin riskini ve varlık getirilerinin varyans-kovaryans matrisini azaltmayı önermiştir. Çalışma bulguları; önerilen modelin, özellikle tahmin riski büyük olduğunda, diğer birçok stratejiden daha iyi örnek dışı başarılı performans verdiği ve modelin kullanımıyla daha düşük kayıpların söz konusu olabileceğini göstermektedir. BIST'te yer alan sektör endekslerine ait 1 yıllık aylık kapanış verilerini kullanan Mortaş ve Garip (2016), ortalama-varyans modelinde ileri sürüldüğü şekilde varlık çeşitlendirmesi yardımıyla riski düşürmenin mümkün olup olmadığını araştırmıştır. Bu amaçla seçilecek portföylerin başarısını kıyaslamak amacıyla değişim katsayısı ve Sharpe Oranı tercih edilen çalışmanın bulguları, risk ve getiri arasındaki doğrusal ilişkiden hareketle, seçilecek portföyde yer alan pay senetlerinin negatif korelasyona sahip pay senetleriyle çeşitlendirilmesinin portföy riskini azalttığını işaret etmiştir.

Optimal portföyün oluşturulmasında hangi toplam risk ölçütünün daha başarılı tahminler ürettiğini ölçen Bayramoğlu ve Yayalar (2017), risk ölçütleri olarak Sharpe, M2, Fama ve VaR ölçütlerini kullanarak Markowitz ortalama-varyans modelinde sınamalar yapmıştır. BIST-30'da yer alan ve farklı sektörleri kapsayan 22 pay senedine dair 2 yıllık verilerin kullanıldığı çalışmada 576 farklı optimizasyon gerçekleştirilmiştir. Çalışma

bulgularına göre; en başarılı risk ölçütü Fama iken, sonrasında sırasıyla Sherpe ve M2 risk ölçütü takip etmiş, optimal portföy seçiminde en başarısız risk ölçütü olarak VaR yer almıştır. Dai ve Wen (2018) araştırmalarında, portföy seçim problemlerinde portföy ağırlıklarında norm kısıtları yöntemi ile amaç fonksiyon düzenleme yöntemi arasındaki ilişkiyi inceleyerek, ayrıca düzenleme teriminin uygulanması vasıtasıyla istikrarlı portföy modelleri kurulmasını amaçlamışlardır. Çalışma bulguları; analizlerde kullanılan üç aşamalı model yardımıyla oluşturulan portföy stratejilerinin uygulanan düzenleme yöntemleriyle diğer stratejilere göre daha başarılı sonuçlar verdiğini ve daha düşük kayıplara neden olduğunu göstermiştir. Optimal portföyün bulunmasında 84 aylık BIST-30 endeksi verilerini kullanarak matematiksel programlama yöntemleri ile analiz eden Atan, Atan ve Halıcı (2018) çalışmasında karesel, hedef ve doğrusal programlama modelleriyle optimal portföyü belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma sonuçları yatırımcı tiplerine göre seçilecek matematiksel programlama modellerinin değişebileceği ve ayrıca seçilecek optimal portföyün belirlenebileceğini göstermiştir. Atan vd. (2018)'in çalışmasına benzer bir araştırmayı gerçekleştiren Çakar ve Özkan (2019), gelişmiş ve gelişmekte olan toplam 20 ülke piyasalarına ait 7 yıl süreli aylık getiri verileriyle kuadratik ortalama-varyans modelini kullanarak optimum portföy seçimini araştırmıştır. Çalışma bulguları riskten kaçan ve riski seven yatırımcı tiplerine göre ülke piyasalarının değişik düzeyde risk içerdiğini gösterirken, optimum portföyün rasyonel olarak seçilebileceğini göstermiştir. Optimal portföyün seçiminde kullanılan ortalama-varyans portföy modelinin zayıflığının esas olarak kovaryans matrisindeki ve ortalama getirideki tahmin hatalarından ve tahmin parametrelerinin belirsizliğinden kaynaklandığını ileri süren Dai ve Kang (2021) çalışmalarında optimal portföyü bulmak amacıyla üç metodun kombinasyonu ile oluşturdukları yeni ve etkili bir ortalama-varyans modeliyle tahmin etmeyi hedeflemiştir. Çalışmanın bulguları sunulan modelin büyük hacimli data setlerinde daha yüksek yüzdeleri tahminlere olanak sağladığı ve ayrıca ortalama-varyans portföy modeline göre daha başarılı sonuçlar verdiğini göstermiştir.

### 3. Veri ve Yöntem

#### 3.1. Veri

Araştırmanın veri setini BIST-100 endeksinde yer alan pay senetlerinin 31 Aralık 1999 ile 31 Aralık 2020 arasında 253 aylık dönemdeki fiyat verileri oluşturmaktadır. İlk olarak ilgili dönemde BIST-100 endeksinde sürekli olarak yer alan pay senetleri belirlenmiştir. 253 aylık dönemin tamamında endekste yer almayan, zaman içinde endeksten çıkan veya daha sonra tekrar endekse giren pay senetleri ise araştırma kapsamının dışında tutulmuştur. Netice itibarıyla analizlerde veri setinin oluşturulduğu süre için BIST-100 endeksinde sürekli olarak yer alan 23 pay senedine ait Amerikan Doları bazındaki ay sonu kapanış fiyatları Matriks Bilgi Dağıtım Hizmetleri A.Ş.'den temin edilmiş ve analizlerde kullanılmıştır. Bu 23 pay senedine ilişkin künye bilgileri Tablo.1'de toplu biçimde gösterilmiştir.

Tablo 1. BIST-100 endeksinde 31 Aralık 1999 – 31 Aralık 2020 dönemleri arasında sürekli olarak işlem gören pay senetlerine ilişkin bilgiler

Borsa Kodu	Hisse Senedi	Borsa Kodu	Hisse Senedi
AKBNK	Akbank	TOASO	Tofaş
ARCLK	Arçelik	AKGRT	Aksigorta
DOHOL	Doğan Holding	AKSA	Aksa Akrilik Kimya Sanayi
EREGL	Ereğli Demir Çelik	ALARK	Alarko Holding
GARAN	Garanti Bankası	ASELS	Aselsan
ISCTR	İş Bankası	AYGAZ	Aygaz
KCHOL	Koç Holding	FROTO	Ford Otomotiv Sanayi
SAHOL	Sabancı Holding	HURGZ	Hürriyet Gazetecilik-Matbaa.
SISE	Şişe Cam	KRDMD	Kardemir
TUPRS	Tüpraş	NTHOL	Net Holding
YKBNK	Yapı Kredi Bankası	THYAO	Türk Hava Yolları
PETKM	Petkim		

Düzeltilmiş fiyat verilerinin kullanılmasıyla her bir pay senedine ait 252 adet getiri verisi hesaplanmış, sonrasında her bir pay senedi için bu getiri verilerinin ortalama, varyans ve kovaryans değerleri bulunmuştur. Pay senelerine ait 253 aylık tarihsel fiyat verisi kullanılarak elde edilen değerler; ortalama, varyans ve kovaryans parametrelerine ilişkin gerçek değerleri içermektedir. Bu değerlerin aynı zamanda pay senetlerine ait beklenen değerlere eşit olacağı varsayılmıştır. Çünkü Markowitz Modeli; ortalama getiriler, varyanslar ve kovaryansların girdi olarak tahminini gerektirir. Örneğin her bir pay senedine ait beklenen getiri değerinin ( $E[r_i]$ ) ilgili pay senedinin 253 aylık tarihsel getiri setindeki ortalama değerine ( $\bar{r}_i$ ) eşit olacağı varsayılmıştır. Benzer şekilde varyansın beklenen değerinin ( $E[\sigma_{ii}]$ ) getiri setindeki varyansa ( $\sigma_{ii}$ ) ve kovaryansın beklenen değerinin ( $E[\sigma_{ij}]$ ) ise getiri setindeki kovaryansa ( $\sigma_{ij}$ ) eşit olacağı varsayılmıştır.

### 3.2. Metodoloji

Araştırmada Harry Markowitz'in portföy seçim modeli kullanılmıştır. Markowitz Modeli yatırımcının hedeflediği getiri düzeyine ulaşabilmesi için üstlenmesi gereken minimum risk düzeyini ya da yatırımcının kabullendiği belli bir risk düzeyi için portföyün beklenen getirilerini maksimum düzeye taşıyacak optimal portföyün yapısını araştırır (Ulucan, 2007, s. 274). Bu amaçla modelde ortalama, varyans ve kovaryans değerleri kullanılarak ortalama - varyans matrisi düzenlenmiştir.

Temelleri Markowitz tarafından atılan portföy seçim modelinde fayda fonksiyonu; doğrusal (linear), doğrusal olmayan (kuadratik), negatif üstel (exponential) gibi birçok farklı şekillerde ifade edilebilir. Ancak hangi tür fayda fonksiyonu kullanılmış olursa olsun optimal portföylerin hazır değerleri benzer sonuçlar vermiştir (Kallberg ve Ziemba, 1984, s. 84). Bu nedenle fayda fonksiyonunun farklılık göstermesi temel sorun değildir. Bu çalışma kapsamında; doğrusal getiri fonksiyonu ile doğrusal olmayan (kuadratik) portföy riski fonksiyonu gibi birbiri ile çatışan iki fonksiyon, risk toleransı ( $R_T$ ) ile ağırlıklandırılmak sureti ile konveks kombinezon olarak birleştirilmiştir (Özdemir ve Turan, 2004, s. 222). Böylece ortalama, varyans ve kovaryans gibi seçim parametrelerinin hatalı tahmininin optimal portföyün belirlenmesine olan etkileri ve portföyün beklenen değerinde yaratacağı kayıplar (hazır değer kaybı) sorgulanmıştır. Doğrusal olmayan fayda fonksiyonunu aşağıdaki gibi göstermek mümkündür:

$$\text{Max} \quad Z(x) = E[U(w_0 \cdot \sum_{i=1}^n [r_i] \cdot X_i)] \quad (\text{Denklem 1})$$

$$U(w) = -e^{(-a \cdot w)} \quad (\text{Denklem 2})$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad \text{ve} \quad X_i \geq 0$$

Burada;

$Z(x)$  : yatırımcının yatırıma yönlendirdiği varlığının beklenen faydası,

$U(w)$  : yatırımcının servetinin bir fonksiyonu olarak negatif üstel fayda fonksiyonu,

$r_i$  :  $i$ 'nci menkul kıymetin beklenen getirisini,

$X_i$  :  $i$ 'nci menkul kıymetin portföy içindeki ağırlığını,

$w_0$  : yatırımcının yatırıma yönlendirdiği servet miktarını,

$n$  : riskli menkul kıymetlerin sayısını,

$a$  : sabit bir parametreyi (50 risk toleransı seviyesinde 0,04'e eşit)

$E$  : beklenen değerini göstermektedir.



Getirilerin normal dağılım sergilemesi nedeniyle tahmini beklenen fayda fonksiyonu ortalama – varyans optimizasyonu fonksiyonuna eşittir (Chopra ve Ziemba, 1993, s. 7).

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad Z(x) &= \sum_{i=1}^n E[r_i] \cdot X_i - \frac{1}{R_T(w)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot E[\sigma_{ij}] & (\text{Denklem 3}) \\ \sum_{i=1}^n X_i &= 1 \quad \text{ve} \quad X_i \geq 0 \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

Burada;

$E[r_i]$  :  $i$ 'nci menkul kıymetin beklenen getirisini,

$\sigma_{ij}$  :  $i$  ve  $j$  menkul kıymetlerinin beklenen getirilerinin kovaryansını,

$R_T$  : yatırımcının risk toleransını gösterir.

$$\text{Ayrıca, } R_T(w) = \frac{100}{\frac{1}{2}R_A(w)} \quad (\text{Denklem 4})$$

$$R_A(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} \quad (\text{Denklem 5})$$

Burada;

$R_A(w)$  : Arrow – Pratt mutlak riskten kaçınma fonksiyonunu,

$u'(w)$  : fayda fonksiyonunun birinci türevini,

$u''(w)$  : fayda fonksiyonunun ikinci türevini gösterir.

Sonraki aşamada ise ortalama-varyans matrisi kullanılarak; 25, 50 ve 75 risk toleransı değerleri için optimal portföylerin hazır değerleri ve portföy içinde yer alacak olan pay senetlerinin ağırlıkları hesaplanmıştır. Ek.1'de menkul kıymetlerin korelasyon katsayıları, aylık ortalama getirileri ve varyansları ile menkul kıymetlerin optimal portföy içindeki ağırlıkları topluca gösterilmiştir. Optimal portföy değerlerinin bulunmasından sonra sırası ile ortalamalar, varyanslar ve kovaryanslardan kaynaklanabilecek hataların portföyün hazır değerlerini ne oranda değiştirebileceklerinin tespitine çalışılmıştır.

İki portföyün birbirine ne kadar yakın olduğunu ya da birbirlerinden ne kadar uzaklaştığını bulmak için portföylerin hazır değerleri karşılaştırılmıştır. Bunu gerçekleştirmek amacıyla ilk aşamada elde edilen veri seti kullanılarak optimal portföyün hazır değeri hesaplanmıştır. Tahmini parametrelerdeki hataların etkisini ölçmek için gerçek parametreler bir miktar değiştirilmiş ve en iyi portföy dağılımı ve bu portföyün hazır değeri yeniden hesaplanmıştır. Böylece tarihsel veriler kullanılarak elde edilen optimal portföyün hazır değeri ile hatalı portföyün hazır değerleri kullanılarak hazır değer kaybının (HDK) yüzdesi (Denklem 6) elde edilmiştir.

$$HDK = \frac{HD_0 - HD_X}{HD_0} \times 100 \quad (\text{Denklem 6})$$

Burada;

$HDK$  : hazır değer kaybının yüzdesini,

$HD_0$  : optimal portföyün hazır değerini,

$HD_X$  : hatalı tanımlanan portföyün hazır değerini gösterir.

Ortalamalardan kaynaklanabilecek hataların optimal portföye olan etkilerini yalıtılmak için, ceteris paribus yaklaşımına uygun olarak, ortalama-varyans matrisindeki varyans ve kovaryans değerleri sabit tutulmuştur. Bir başka deyişle; varyans ve kovaryans değerleri değişmeden matriste aynı şekilde bırakılmıştır. Bunun için her bir ortalama, yani ( $r_i$ ) parametresi,  $r_i \cdot (1 + k \cdot z_i)$  değeri ile yer değiştirmiştir. Bu formülde yer alan  $r_i$  değeri, ortalama getiriyi;  $k$  parametresi, hata oranını ve  $z_i$  değeri ise normal dağılıma uygun olarak rastgele üretilmiş bir sayıyı göstermektedir. Bu sayı 0 ile 1 arasında bir değer alır.

Tamamı simülasyon programına göre rastgele üretilen bu sayılar yaklaşık bir trilyon kereden sonra tekrar etmeye başlar. Bu süreç içindeyken her seferinde farklı bir değer verir. Her üretilen değer ile ondan önce üretilen değerler arasında herhangi bir ilişki bulunmamaktadır.  $k$  parametresi ise 0.05 ile 0.20 arasında 0.05'lik adımlar ile değişiklik gösterir. Böylece farklı değerlerin yaratacağı hataların etkisi ölçülmeye çalışılmıştır.  $k$  parametresi büyüdükçe tahmini hataların portföy üzerinde oluşturacağı olası etkileri de büyüyecektir. Bu süreç her bir  $k$  hata ölçüm parametresi (0.05, 0.10, 0.15 ve 0.20) için Chopra ve Ziemba (1993)'nin çalışmasına uygun olarak yüz (100) farklı  $z$  değeri ile tekrar edilmiştir. Her defasında bulunan hatalı portföyün hazır değeri ile optimal portföyün hazır değeri arasındaki yüzdesel fark hesap edilmiştir. Varyanslardan kaynaklanabilecek hataların optimal portföye olan etkilerini yalıtılmak için, ceteris paribus yaklaşımına uygun olarak, ortalama-varyans matrisindeki ortalama ve kovaryans değerleri sabit tutulmuştur. Bir başka ifadeyle; ortalama ve kovaryans değerleri değişmeden matriste aynı şekilde bırakılmıştır. Optimal tahmini varyans değeri ( $\sigma_{ii}$ ) ise  $\sigma_{ii} \cdot (1 + k \cdot z_i)$  değeri ile yer değiştirmiştir. İşlem her bir  $k$  parametresi (0.05, 0.10, 0.15 ve 0.20) ve yüz farklı  $z$  değeri için tekrar edilmiştir. Her bir seferde elde edilen hatalı portföyün hazır değeri ile optimal portföyün hazır değeri arasındaki yüzdesel fark hesap edilmiştir.

Kovaryanslardan kaynaklanabilecek hataların etkisini bulmak için optimal tahmini kovaryans değeri ( $\sigma_{ij}$ )  $\sigma_{ij} \cdot (1 + k \cdot z_i)$  ile yer değiştirmiştir. Her birinin etkisini yalıtılmak için yine ceteris paribus ilkesine göre ortalama-varyans matrisindeki ortalama ve varyans parametreleri sabit bırakılmıştır. İşlem her bir  $k$  değeri (0.05, 0.10, 0.15 ve 0.20) ve yüz farklı  $z$  değeri için tekrar edilmiştir. En sonunda da elde edilen hatalı portföyün hazır değeri ile optimal portföyün hazır değeri arasındaki yüzdesel fark hesap edilmiştir.

Çalışmada kullanılan analizler Microsoft Excel programının Solver (Çözücü) alt programı yolu ile gerçekleştirilmiştir. Ancak işlemlerin ortalama, varyans ve kovaryans olmak üzere üç farklı tablo için üç farklı risk tolerans değerinde (25, 50 ve 75) yüz farklı  $z$  değeri için tekrarlanması ve uygulanması, işlemlerin her bir hata katsayısı için dokuz yüz kere tekrarlanması sonucunu doğurmuştur. Uygulamada hata katsayısı, 0.05 ile 0.20 arasında 0.05'lik artış adımları ile tekrarlandığı (dört farklı hata katsayısı) için hatalı parametrelerin tahmini için işlemler toplam da üç bin altı yüz kere tekrarlanmıştır. Bu işlemlerin her seferinde manuel olarak gerçekleştirilebilmesi olanaksız olduğu için MS Excel'in Solver alt programı kullanılırken, aynı zamanda Excel'in makro komutlarından yararlanılmıştır.

#### 4. Bulgular

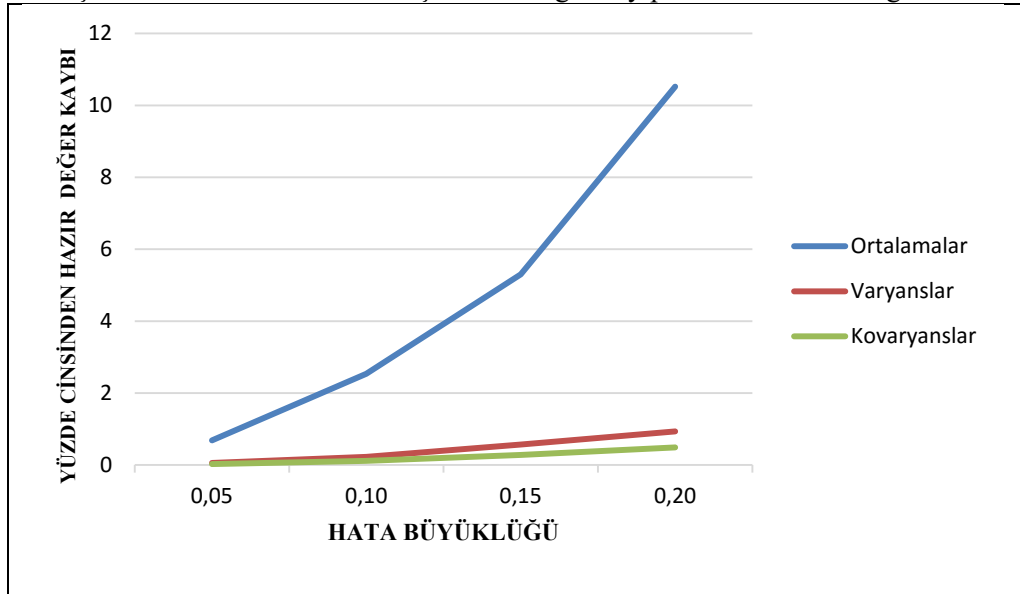
Tablo 3'te 50 risk toleransı ve k hata teriminin farklı düzeyleri için yüz (100) iterasyon sonucunda bulunmuş hazır değer kayıplarının ortalama, minimum ve maksimum değerleri birlikte topluca verilmiştir.

Tablo 3. Girdilerdeki hatalara göre hazır değer kayıplarının yüzde cinsinden ortalamaları ile minimum ve maksimum değerleri

k (Hata Ölçüsü)	Hatalı Parametreler	Hazır Değer Kaybı		
		Ortalama	Min.	Max.
0.05	Ortalama	0.6766	0.0296	4.8117
0.05	Varyans	0.0599	0.0000	0.3867
0.05	Kovaryans	0.0269	0.0000	0.2299
0.10	Ortalama	2.4781	0.0288	17.4461
0.10	Varyans	0.2261	0.0009	1.5322
0.10	Kovaryans	0.1067	0.0007	0.5998
0.15	Ortalama	6.0035	0.0505	27.0083
0.15	Varyans	0.6027	0.0069	3.6667
0.15	Kovaryans	0.2642	0.0033	1.7566
0.20	Ortalama	11.5113	0.1807	36.4242
0.20	Varyans	0.8879	0.0345	4.8809
0.20	Kovaryans	0.5106	0.0102	2.4371

Şekil.2'de ise k'nın bir fonksiyonu olarak ortalama hazır değer kayıplarının yüzde cinsinden ortalama değerleri bir grafik üzerinde gösterilmiştir.

Şekil 2. Girdilerdeki hatalar için hazır değer kayıplarının ortalama değerleri



Tablo.3 ve Şekil.2 birlikte değerlendirildiğinde ortalamalardaki hatalar için hazır değer kaybı yaklaşık olarak varyanslardaki hataların on bir (11) katı ve kovaryanslardaki hataların ise yirmi iki (22) katı kadardır. Dolayısıyla, varyanslardan kaynaklanan hatalar için hazır değer kaybı da yaklaşık olarak kovaryanslardaki hataların iki (2) katı kadardır. Örneğin k = 0.10 değeri için ortalamalardaki hatalar için hazır değer kaybı 2.47, varyanslardaki hatalar için 0.22 ve kovaryanslardaki hatalar için 0.11'dir.

Tablo 4. Risk toleransı düzeylerine göre ortalamalar, varyanslar ve kovaryanslardaki hataların karşılaştırılması

Risk Toleransı	Ortalama Varyans	Ortalama Kovaryans	Varyans Kovaryans
25	4.44	9.10	2.05
50	10.96	23.22	2.12
75	23.06	47.51	2.06

Tablo 4’te farklı risk toleranslarındaki ortalamalar, varyanslar ve kovaryanslardaki hatalar için hazır değer kayıplarının ortalama rasyosu gösterilmiştir. Burada ortalama rasyo, k’nın farklı ölçülerinin ortalama üzerindeki hataları olarak kullanılmıştır. Yüksek risk toleranslarında yatırımcı, varyans ve kovaryanstaki düşüşten ziyade portföyün beklenen getirilerindeki artışa karşı daha duyarlıdır. Dolayısı ile beklenen getirilerdeki hatalar, varyans ve kovaryanslardaki hatalardan daha önemlidir.

Örneğin 75 risk toleransındaki ortalamalardaki hatalar için hazır değer kaybı ortalaması, varyanslardaki hatalar için hazır değer kaybı ortalamasından yirmi üç (23) kere, kovaryanslardaki hatalar için hazır değer kaybı ortalamasından yaklaşık kırk sekiz (48) kere daha fazladır. Varyanslardaki hazır değer kaybı ortalaması ise kovaryanslardaki hazır değer kaybı ortalamasından iki (2) kere daha fazladır. Buna karşın düşük risk toleranslarında bir yatırımcı için portföyün varyansını azaltmak beklenen getirideki artıştan daha önemlidir. Bu tür yatırımcılar için ortalamalardaki hatalar, varyans ve kovaryanslardaki hatalardan daha az önemlidir. Örneğin 25 risk toleransındaki bir yatırımcı için beklenen getirilerdeki hatalar için ortalama hazır değer kaybı, varyanslardaki hataların yaklaşık dört (4) katı, kovaryanslardaki hataların ise dokuz (9) katı kadardır. Benzer şekilde varyanslardaki hazır değer kaybı ortalaması ise kovaryanslardaki hazır değer kaybı ortalamasından iki (2) kere daha fazladır. Böylelikle hem yüksek risk toleransları ve hem de düşük risk toleransları için varyanslardaki hazır değer kaybı ortalaması ile kovaryanslardaki hazır değer kaybı ortalaması arasındaki fark aynı düzeyde bulunmuştur.

## Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada Markowitz’in portföy seçimi modelini kullanarak optimal portföy seçimi amacıyla hareket eden yatırımcıların yatırım kararlarını verirken yaptığı hatalı tahminlerin neden olduğu sonuçların incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmanın veri setini 31 Aralık 1999 – 31 Aralık 2020 dönemleri arasında 253 ay boyunca BIST-100 endeksinde kesintisiz olarak yer alan ve sürekli işlem gören 23 pay senedine ait kapanış fiyat verilerine ilişkin hazır değerler oluşturmuştur. Belirlenen amaç doğrultusunda optimal portföy seçimindeki ortalama, varyans ve kovaryans parametrelerinin hatalı tahmin edilmesiyle sonuçlanacak seçimlerden elde edilecek olası getirilerle optimal portföy seçimlerini yansıtan sonuçların getiri mesafesi hazır değerler üzerinden belirlenmiştir.

Yapılan analizlerde yatırımcıların çeşitli risk toleransı seviyesindeki olası seçimlerinin Markowitz’in portföy seçim modelinde yer alan ortalama, varyans ve kovaryans parametrelerinin hatalı tahminleriyle birleştirilmesi sonucunda risk toleransının artan seviyelerinde ortalamalardaki hataların en önemli sonucu verdiği tespit edilmiştir. Ortalamalardaki hatalı tahminleri varyanslardaki hatalar takip etmektedir. Optimal portföy üzerindeki etkileri bakımından kovaryanslardaki hatalar ise en az önemli olanlardır. Girdilerdeki hatalara göre hazır değer kayıplarının yüzde cinsinden ortalamaları ile minimum ve maksimum değerlerine ilişkin hata ölçüsü parametresi dikkate alınarak yapılan analiz sonuçları; bu alanda daha önce yapılan çalışmalardan Kallberg ve Ziemba (1984) ve Chopra ve Ziemba (1993)’nin çalışmaları ile benzer sonuçlara sahiptir. Ancak bu sonuçlar analizlerini bir milyon iterasyon ile gerçekleştiren Somuncu (2018)’nin sonuçlarından farklıdır. Bulgularda Kallberg ve Ziemba’nın ulaştıkları sonuca göre tek farklılık; varyanslardaki hataların kovaryanslardaki hatalardan en az

iki katı kadar daha önemli olmasıdır. Halbuki Kallberg ve Ziemba varyanslar ile kovaryanslar arasında farklılık olmadığı sonucuna ulaşmışlardır.

Araştırma bulguları farklı risk toleransına sahip yatırımcıların en yüksek faydayı sağlayacak portföyleri bulma aşamasında yapması muhtemel hesaplama ve tahmin hatalarının sonuçlarını göstermesi bakımından önem taşımaktadır. Bu yönden çalışma bulguları, Çakar ve Özkan (2019)'un araştırmasında ortaya konulan ve gelişmekte olan ülke endekslerinden oluşturulacak optimal portföyü bulmak amacıyla yatırımcıların 1 birimlik riske karşılık beklediği günlük getirinin gelişmiş ülkelere kıyasla daha yüksek olduğu yönündeki sonucu ile birlikte ele alınabilir. Buna göre bulgular gelişmekte olan ülkeler konteksinde yer alan Türkiye örneğinde son 20 yıllık sürede kesintisiz olarak BIST-100 endeksinde yer alan pay senetleri ile seçilecek bir portföyün parametrelerinin hatalı tahminiyle ortaya çıkabilecek hesaplama hatalarını göstermesi bakımından ayrıca değerlidir. Sonuçlar; yatırımcılar bakımından farklı tahmin parametreleri sıralandığında yatırım kararının verilmesinde kullanılan ve bilgiye dayalı hesaplamalarda varlık sınıflarının beklenen getirilerinin tahmininin en başarılı biçimde yapılabilmesi ve ayrıca pay senetlerinden oluşan portföylerinde en yüksek getirileri elde edebilmesi için menkul kıymetlere ait ortalama değerlerin kullanılmasıyla yüksek fayda sağlayabileceklerini işaret etmektedir.

Yatırımcıların aynı risk düzeyinde bulunan yatırım araçları arasından yüksek getirili yatırım araçlarını, getiri düzeyi aynı olan yatırım araçları arasından düşük riskli yatırım araçlarını tercih etmeleri yüksek olasılıktadır. Mortaş ve Garip (2016)'in BIST endeksi üzerinde yaptığı ve risk ile getiri arasındaki lineer bir etkileşim olduğunu gösteren çalışması yatırımcıların risk karşısındaki tutumlarının değişebileceğini gösterirken, yüksek risk düzeyindeki menkul kıymetlerin yer aldığı portföylerin negatif korelasyona sahip menkul kıymetlerle ilişkisi gözatılmadan çeşitlendirme yapıldığında optimum seçimi yansıtmayacağını göstermektedir. Çalışmada elde edilen bulgular Mortaş ve Garip'in bulgularıyla değerlendirildiğinde; veri setinde yer alan farklı sektörlerde faaliyet gösteren şirketlere dair menkul kıymetlerin portföye dahil edilmesiyle portföy riskinin düşürülmesi ve optimum portföyün seçimi mümkün olabileceği gibi, yatırımcıların ayrıca riske ilişkin parametreleri hatasız tahmin ederek yüksek performans sağlayabilecek portföyleri bularak, getirilerini yükseltmesi olası görülmektedir.

Çalışmada elde edilen bulgular doğrultusunda rasyonel karar vererek akılcı yatırım tercihlerinde bulunmak isteyen yatırımcıların yatırım yapmayı düşündükleri menkul kıymetlere ilişkin öncelikle ortalama değerleri dikkate almasıyla daha isabetli tahminler yaparak, daha yüksek getiri sağlayabilecekleri yönünde bir çıkarım yapmak mümkündür. Ayrıca portföy seçiminde ortalama değerleri baz alarak risk parametrelerini başarıyla tahmin eden yatırımcılar optimum portföyün seçilmesine yönelik daha yüksek güven duyabilir ve getirilerin matematiksel tahminlerinin başarısına bağlı olarak getirilerini artırabilirler. Bulgular ayrıca optimum portföy seçimleri için kullanılması gereken tahmin parametreleri konusunda yatırımcıların ortalama değerlerden sonra tahminler için sarf ettiği kaynakları sırasıyla varyans ve kovaryansların doğru tahmini için harcaması gerektiğini işaret etmektedir.

## Kaynakça

- Abay, R. (2013). Markowitz karesel programlama ile portföy seçimi: İMKB-30 endeksinde riskli portföylerin seçimi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 22(2), 175-194.
- Aktaş, R., Doğanay, M. M., Gökmen, Y., Gazibey, Y. ve Türen, U. (2015). *Sayısal karar verme yöntemleri*. İstanbul: Beta Yayınevi.
- Aktaş, R., Doğanay, M. M., Gökmen, Y. ve Somuncu, K. (2018). *Finansal yönetim*. İstanbul: Beta Yayınevi.

- Arrow, K. (1970). *The theory of risk aversion in Essays in the Theory of Risk-Bearing* (No. 04; HB615, A7).
- Atan, M., Atan, S. ve Halıcı, B. (2018). Portföy Seçim Problemi Üzerine Karşılaştırmalı Alternatif Yaklaşımlar. *Anadolu İktisat ve İşletme Dergisi*, 2(1), 24-37.
- Bayramoğlu, M. F. ve Yayalar, N. (2017). Portföy seçiminde toplam riski temel alan portföy performans ölçütlerinin değerlendirilmesi. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 17(1), 1-28.
- Best, M. J. ve Grauer, R. R. (1991). On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: some analytical and computational results. *The Review of Financial Studies*, 4(2), 315-342.
- Ceria, S. ve Stubbs, R. A. (2006). Incorporating estimation errors into portfolio selection: Robust portfolio construction. *Journal of Asset Management*, 7(2), 109-127.
- Chopra, V. K. (1993). Improving optimization. *The Journal of Investing*, 2(3), 51-59.
- Chopra, V. K. ve Ziemba, W. T. (1993). The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice. *The Journal of Portfolio Management*, pp. 6-11.
- Çakar, R. ve Özkan, O. (2020). Riski seven ve riskten kaçan yatırımcıların optimum portföy seçimi yapabilecekleri piyasalar. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 20(1), 23-38.
- Dai, Z. ve Kang, J. (2021). Some new efficient mean-variance portfolio selection models. *International Journal of Finance & Economics*, 1-13. <https://doi.org/10.1002/ijfe.2400>
- Dai, Z. ve Wen, F. (2018). A generalized approach to sparse and stable portfolio optimization problem. *Journal of Industrial & Management Optimization*, 14(4), 1651.
- Demirtaş, Ö. ve Güngör, Z. (2004). Portföy yönetimi ve portföy seçimine yönelik uygulama. *Journal of Aeronautics and Space Technologies*, 1(4), 103-109.
- İskenderoğlu, Ö. ve Karadeniz, E. (2011). Optimum portföyün seçimi: İMKB-30 üzerinde bir uygulama. *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 12(2), 235-257.
- Kallberg, J. G. ve Ziemba, W. T. (1984). Mis-specification in portfolio selection problems. *Risk and Capital*, pp. 74-87.
- Kardiyen, F. (2008). Portföy optimizasyonunda ortalama mutlak sapma modeli ve Markowitz modelinin kullanımı ve İMKB verilerine uygulanması. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 13(2), 335-350.
- Kaya, C. ve Kocadağlı, O. (2012). Etkin Sınır ve Beta Katsayı Kısıtlı Portföy Seçim Modeli Üzerine Bir Uygulama. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 11(22), 19-35.
- Keskintürk, T. (2007). Portföy Seçiminde Markowitz Modeli İçin Yeni Bir Genetik Algoritma Yaklaşımı. *Yönetim Dergisi: İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi İşletme İktisadi Enstitüsü*, 18(56), 78-89.
- Küçükkocaoğlu, G. (2002). Optimal Portföyün Seçimi ve İMKB Ulusal-30 Endeksi Üzerine Bir Uygulama. *Active-Bankacılık ve Finans Dergisi*, 26, 74-91.
- Ledoit, O. ve Wolf, M. (2003). Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. *Journal of Empirical Finance*, 10(5), 603-621.
- Li, J. (2015). Sparse and stable portfolio selection with parameter uncertainty. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33(3), 381-392.
- Markowitz, H. M. (1952). *Portfolio selection*. *Journal of Finance*, 7, 5877-5891.

- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio selection: efficient diversification of investment*. New York, USA: John Wiley&Sons.
- Mortaş, M. ve Garip, O. (2016). Optimum portföy seçimi ve BIST’te işlem gören firmalar üzerinde bir araştırma. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(13), 245-282.
- Neumann, J. V. ve Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behavior*. USA: Princeton University Press.
- Özdemir, E. ve Turan, G. (2004). İki amaçlı portföy seçimi problemi. *Öneri Dergisi*, 6(21), 219-225.
- Pratt, J.W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica* 32, 122-136.
- Sayılgan, G. ve Mut, A. D. (2010). Portföy optimizasyonunda alt kısmi moment ve yarı-varyans ölçütlerinin kullanılması. *Journal of BRSA Banking & Financial Markets*, 4(1), 47-73.
- Sharpe, W. Alexander, G.J. ve Bailey, J. W. (1999). *Investments (Sixth Edition)*. USA: Prentice-Hall International, Inc.
- Somuncu, K. (2018). Getiri dağılımındaki ortalamalar, varyanslar ve kovaryanslardan kaynaklanan hataların optimal portföy seçimindeki göreceli etkileri. *Journal of Current Researches on Business and Economics*, 8(1), 63-70.
- Ulucan, A. (2004). *Yöneylem araştırması*. Ankara: Siyasal Kitabevi.

#### ETİK ve BİLİMSEL İLKELER SORUMLULUK BEYANI

Bu çalışmanın tüm hazırlanma süreçlerinde etik kurallara ve bilimsel atıf gösterme ilkelerine riayet edildiğini yazar(lar) beyan eder. Aksi bir durumun tespiti halinde Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi’nin hiçbir sorumluluğu olmayıp, tüm sorumluluk makale yazarlarına aittir. Yazarlarca çalışmanın etik kurul izni gerektirmediği belirtilmiştir.

#### ARAŞTIRMACILARIN MAKALEYE KATKI ORANI BEYANI

1. yazar katkı oranı: %60
2. yazar katkı oranı: %40

Ek 1. 31 Aralık 1999 – 31 Aralık 2020 tarihleri arasındaki zamanda BIST-100 endeksinde sürekli olarak yer alan 23 pay senedinin verileriyle elde edilen korelasyon matrisi

	AKBNK	ARCLK	DOHOL	EREGL	GARAN	ISCTR	KCHOL	SAHOL	SISE	TUPRS	YKBNK	PETKM	TOASO	AKGRT	AKSA	ALARK	ASELS	AYGAZ	FROTO	HURGZ	KRDMD	NTHOL	THYAO
AKBNK	1	0,6326	0,3755	0,5007	0,7896	0,7623	0,7555	0,7685	0,6178	0,5547	0,6968	0,4908	0,5560	0,6386	0,5085	0,6006	0,4131	0,5714	0,5851	0,5613	0,4343	0,3480	0,6206
ARCLK	0,6326	1	0,3319	0,5087	0,6999	0,6011	0,7294	0,6774	0,6540	0,5954	0,6281	0,5607	0,7170	0,6542	0,5915	0,6451	0,5647	0,6436	0,7038	0,5830	0,5209	0,4513	0,5839
DOHOL	0,3755	0,3319	1	0,2515	0,3890	0,3817	0,3480	0,3580	0,4244	0,2784	0,3637	0,3156	0,3574	0,3756	0,3005	0,3970	0,2655	0,4027	0,3341	0,3736	0,2837	0,2985	0,3307
EREGL	0,5007	0,5087	0,2515	1	0,5462	0,5617	0,6068	0,5471	0,6117	0,5623	0,5128	0,4839	0,5636	0,5814	0,5169	0,5518	0,4214	0,5566	0,5513	0,4591	0,5439	0,3053	0,4813
GARAN	0,7896	0,6999	0,3890	0,5462	1	0,8434	0,7876	0,7489	0,6779	0,6258	0,8291	0,6103	0,6993	0,7016	0,5982	0,6530	0,4956	0,6452	0,6725	0,6471	0,4853	0,4311	0,6190
ISCTR	0,7623	0,6011	0,3817	0,5617	0,8434	1	0,7566	0,7409	0,6757	0,5942	0,8118	0,5723	0,6141	0,6894	0,5643	0,6496	0,4515	0,6422	0,6082	0,5982	0,4697	0,3700	0,6139
KCHOL	0,7555	0,7294	0,3480	0,6068	0,7876	0,7566	1	0,8494	0,7115	0,6394	0,7535	0,6309	0,7118	0,6761	0,5955	0,7022	0,5290	0,6875	0,7039	0,6275	0,5554	0,4481	0,6388
SAHOL	0,7685	0,6774	0,3580	0,5471	0,7489	0,7409	0,8494	1	0,6786	0,5587	0,7069	0,5532	0,6840	0,6635	0,5285	0,6151	0,4670	0,5860	0,6208	0,5812	0,4859	0,3740	0,5910
SISE	0,6178	0,6540	0,4244	0,6117	0,6779	0,6757	0,7115	0,6786	1	0,5551	0,6251	0,6614	0,6502	0,6582	0,5520	0,6621	0,5538	0,6773	0,6065	0,5944	0,5715	0,4522	0,6651
TUPRS	0,5547	0,5954	0,2784	0,5623	0,6258	0,5942	0,6394	0,5587	0,5551	1	0,5544	0,5483	0,5927	0,5905	0,5514	0,6011	0,4817	0,6474	0,5668	0,4786	0,4660	0,3480	0,5363
YKBNK	0,6968	0,6281	0,3637	0,5128	0,8291	0,8118	0,7535	0,7069	0,6251	0,5544	1	0,5578	0,6495	0,6186	0,5109	0,5873	0,5043	0,5662	0,6104	0,5839	0,5515	0,3691	0,5425
PETKM	0,4908	0,5607	0,3156	0,4839	0,6103	0,5723	0,6309	0,5532	0,6614	0,5483	0,5578	1	0,5282	0,5555	0,5243	0,6627	0,4459	0,6822	0,5650	0,4485	0,5543	0,4016	0,6291
TOASO	0,5560	0,7170	0,3574	0,5636	0,6993	0,6141	0,7118	0,6840	0,6502	0,5927	0,6495	0,5282	1	0,6391	0,5733	0,5957	0,4578	0,6245	0,7087	0,5904	0,4387	0,4385	0,5532
AKGRT	0,6386	0,6542	0,3756	0,5814	0,7016	0,6894	0,6761	0,6635	0,6582	0,5905	0,6186	0,5555	0,6391	1	0,5585	0,6856	0,5085	0,6825	0,5937	0,5490	0,4894	0,4184	0,5777
AKSA	0,5085	0,5915	0,3005	0,5169	0,5982	0,5643	0,5955	0,5285	0,5520	0,5514	0,5109	0,5243	0,5733	0,5585	1	0,6183	0,5095	0,6278	0,5660	0,4959	0,4941	0,4141	0,5553
ALARK	0,6006	0,6451	0,3970	0,5518	0,6530	0,6496	0,7022	0,6151	0,6621	0,6011	0,5873	0,6627	0,5957	0,6856	0,6183	1	0,5405	0,7332	0,6775	0,5486	0,5363	0,4568	0,6774
ASELS	0,4131	0,5647	0,2655	0,4214	0,4956	0,4515	0,5290	0,4670	0,5538	0,4817	0,5043	0,4459	0,4578	0,5085	0,5095	0,5405	1	0,5237	0,4845	0,4350	0,5114	0,3637	0,4789
AYGAZ	0,5714	0,6436	0,4027	0,5566	0,6452	0,6422	0,6875	0,5860	0,6773	0,6474	0,5662	0,6822	0,6245	0,6825	0,6278	0,7332	0,5237	1	0,6481	0,5319	0,5397	0,4523	0,6802
FROTO	0,5851	0,7038	0,3341	0,5513	0,6725	0,6082	0,7039	0,6208	0,6065	0,5668	0,6104	0,5650	0,7087	0,5937	0,5660	0,6775	0,4845	0,6481	1	0,5767	0,5150	0,4375	0,5761
HURGZ	0,5613	0,5830	0,3736	0,4591	0,6471	0,5982	0,6275	0,5812	0,5944	0,4786	0,5839	0,4485	0,5904	0,5490	0,4959	0,5486	0,4350	0,5319	0,5767	1	0,4212	0,4029	0,5529
KRDMD	0,4343	0,5209	0,2837	0,5439	0,4853	0,4697	0,5554	0,4859	0,5715	0,4660	0,5515	0,5543	0,4387	0,4894	0,4941	0,5363	0,5114	0,5397	0,5150	0,4212	1	0,4245	0,5058
NTHOL	0,3480	0,4513	0,2985	0,3053	0,4311	0,3700	0,4481	0,3740	0,4522	0,3480	0,3691	0,4016	0,4385	0,4184	0,4141	0,4568	0,3637	0,4523	0,4375	0,4029	0,4245	1	0,3635
THYAO	0,6206	0,5839	0,3307	0,4813	0,6190	0,6139	0,6388	0,5910	0,6651	0,5363	0,5425	0,6291	0,5532	0,5777	0,5553	0,6774	0,4789	0,6802	0,5761	0,5529	0,5058	0,3635	1