Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi
Afyon Kocatepe University Journal of Science and Engineering

AKÜ FEMÜBİD 16 (2016) 027101(461-467) AKU J. Sci. Eng. 16 (2016) 027101(461-467)
DOI: 10.5578/fmbd.27929

Araştırma Makalesi / Research Article

Mühendislik Uygulamalarında Kullanılan Ardışık *n* den *k* Çıkışlı Sistemlerin Güvenilirlik Analizi

Gökhan Gökdere[1], Mehmet Gürcan[1]
[1]*Fırat Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Elazığ*
e-posta: g.g.gokdere@gmail.com

Geliş Tarihi: 13.04.2016; Kabul Tarihi: 31.08.2016

Özet

Teknik bir sistemin çalışma performansının değerlendirilmesinde, teorik olarak en önemli göstergelerden biri ortalama kesintisiz çalışma süresidir. Bu gösterge, sistemi oluşturan bileşenlerin karşılıklı bağlantılarının çeşitliliğine göre farklı şekillerde hesaplanabilmektedir. Endüstride, paralel ve seri bağlı bileşenlerin bir araya gelmesinden oluşan sistemler, teknolojinin gelişmesiyle daha karmaşık bir hale gelmiştir. Bu gibi sistemlerde, sistemin bağlantı mekanizmalarını tanımlayabilmek için teorik olarak n den k çıkışlı teknik sistemler tasarlanmıştır. n den k çıkışlı sistem modelleri sistem güvenilirliğinin değerlendirilmesi ve entegre devrelerin, telekomünikasyondaki telsiz bağlantısı istasyonlarının, petrol boru hattı sistemlerinin, proton ve nötron iyonları gibi yoğun taneciklere büyük kinetik enerji sağlayan cihazlardaki vakum sistemlerinin ve uzay aracı röle istasyonlarının tasarlanmasında kullanılmaktadır. Bu tür sistemler, sistemi oluşturan bileşenlerin kendi aralarındaki mantıksal veya fiziksel bağlantılarına göre lineer veya dairesel olarak karakterize edilirler. Bu çalışmada, ortak bir stres altında çalışan ardışık n den k çıkışlı bir F sisteminin belirli zaman aralıklarındaki çalışma performansının hesaplanması amaçlanmaktadır. Teknik bir sistemin çalışma performansı, çalışma süresi boyunca oluşan dış etkiler nedeniyle, azalma gösterebilmektedir. Bu nedenle sistemin stres altındaki ortalama kesintisiz çalışma süresinin hesaplanması, sistemin verimli çalışmasını etkileyen dış faktörlerin göz önüne alınması açısından oldukça önemlidir. Çalışmamızda bu amacı gerçekleştirebilmek için bileşenlerin stres altındaki çalışma riskleri dikkate alınarak, sistemin belirli aralıklardaki çalışma olasılıkları hesaplanmıştır.

Anahtar kelimeler
Güvenilirlik;
Etki-Dayanıklılık modeli;
Ardışık n den k çıkışlı sistemler

Reliability Evaluation of k out of n System used in the Engineering Applications

Abstract

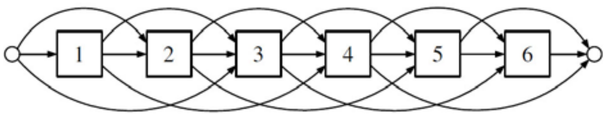
Theoretically, one of the most important indicators in the evaluation of the technical system's operating performance is the average uptime. This indicator can be calculated in different ways according to the variety of the mutual connections of the components. The systems formed from a combination of parallel and series components in industry, have become more complicated with the development of technology. In such systems, theoretically k-out-of-n technical systems are designed in order to define the connection mechanism of the system. k-out-of-n system models have been proposed for system reliability evaluation and the design of integrated circuits, microwave relay stations in telecommunications, oil pipeline systems, vacuum systems in accelerators and spacecraft relay stations. Such systems are characterized by logical or physical connections among components in lines or circles. In this study, it has been aimed to calculate the operation performance of the consecutive k-out-of- n: F system at certain time intervals. The performance of a technical system can be shown a decrease due to external factors during operating time. Therefore, calculating of mean uptime of the system under stress is very important for the consideration of the external factors affecting the efficiency of the system. In our study, taking into consideration the risk of operating under stress of the components, the operation probability of the system is calculated at certain time intervals in order to perform this purpose.

Keywords
Reliability;
Stress-strength model;
Consecutive k-out-of-n system

1. Giriş

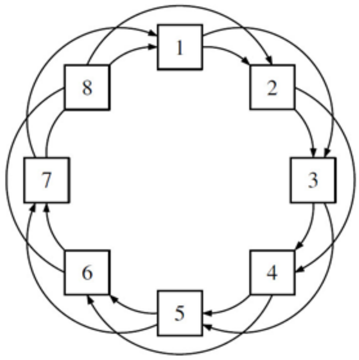
Ardışık n den k çıkışlı F sistemi, n tane bileşenden oluşan ancak ve ancak n tane bileşenden en azından k tanesi arızalandığı zaman bozulan bir sistem olarak tanımlanabilir. Tanımlanan bu sistem, bileşenlerinin kendi aralarındaki bağlantılarına göre lineer veya dairesel olarak karakterize edilirler. Sırasıyla Lin/Con/k/n:F veya Cir/Con/k/n:F şeklinde gösterilirler. Ardışık n den k çıkışlı sistemlerin özel bir durumu seri ve paralel sistemleri bünyesinde bulundurmasıdır. Örneğin k=1 alındığında Lin/Con/k/n:F ve Cir/Con/k/n:F sistemleri seri sisteme ve k=n alındığında ise verilen sistemler paralel sisteme dönüşür.

Lin/Con/3/6:F sistemi için oluşturulan sistem modeli Şekil 1'de görülmektedir. Böyle bir sistemde, ardışık arızalanmaların sayısı 3'den az olduğu zaman kaynaktan alıcıya sinyal akışı kesintiye uğramaz ve sistem çalışmaya devam eder.



Şekil 1. Lineer ardışık 6 dan 3 çıkışlı F sistemi

Benzer şekilde Şekil 2'de verilen Cir/Con/2/8:F sistemini ele alalım. Verilen bu sistemde, ardışık arızalanmaların sayısı 2'ye ulaşdığında kaynaktan alıcıya sinyal akışı kesintiye uğrar ve sistem çalışmaz. Dairesel sistemler için genellikle bileşenlerinin saat yönünde 1 den n e kadar numaralandırıldığı kabul edilir.



Şekil 2. Dairesel ardışık 8 den 2 çıkışlı F sistemi

Ardışık n den k çıkışlı F sisteminin çalışma prensibi ve güvenilirliği ilk olarak Kontoleon (1980) tarafından çalışılmıştır. Buna karşılık ardışık n den k çıkışlı F sistemi detaylı olarak Chiang ve Niu (1981) tarafından incelenerek literatüre kazandırılmıştır. Literatürde, lineer ve dairesel olmak üzere, bahsetmiş olduğumuz sistemlerin güvenilirliği hakkında çok sayıda çalışma mevcuttur (Bollinger and Salvia 1982, Derman et al. 1982, Zuo and Kuo 1990, Eryılmaz 2014, Gokdere ark. 2016).

Stres altında çalışan bir sistemin gösterdiği direnç dayanıklılık olarak ifade edilmektedir. Bu iki kavram stres-dayanıklılık modeli altında ele alınmaktadır. Stres-dayanıklılık modelleri güvenilirlik analizinde özel bir önem taşımaktadır. Bu modelde sistemin dayanıklılığını gösteren Y ve sisteme uygulanan stresi gösteren X tesadüfî değişken olarak ele alınır. Sistemin güvenilirliği, istatistiksel anlamda $P\{X < Y\}$ şeklinde ifade edilmektedir. Literatürde stres-dayanıklılık modelleri üzerine yapılmış birçok çalışma mevcuttur. Chandra ve Owen (1975), baskıyı yapan değişkenlerin sayıca birden çok olduğu durum için güvenilirlik tahmini üzerine birtakım sonuçlar vermişlerdir. Cramer (2001), çok değişkenli üstel Weinman dağılımına sahip örneklemler üzerine stres-dayanıklılık modelleri için çıkarımlarda bulunmuştur. Kotz ve ark. (2003), bu alandaki gelişmeler ile ilgili bilgiler vermişlerdir. Ayrıca bahsedilen model birkaç bileşenden oluşan sistemler için de ele alınmıştır. Bahattacharyya ve Johnson (1974), n bileşenden oluşan bir sistemde en az k $(1 \leq k \leq n)$ bileşenin ortak bir X baskısını aştığı durumda çalışan sistemler üzerine çalışmışlardır. Eryılmaz (2008), çalışmasında ardışık olarak en az k bileşenin dayanıklılıklarının X baskısını aştığı durumda çalışan sistemi göz önüne almıştır. Eryılmaz ve İşçioğlu (2011), çalışmalarında stres-dayanıklılık modeline uyumlu çok durumlu bir sistemin güvenilirliğini değerlendirmişlerdir.

Sistem güvenilirliği çalışmalarında, gerek bileşenlere gerekse sisteme ilişkin stres ve dayanıklılık tesadüfî değişkenlerinin zamana bağlı olarak değişim gösterdiğinin ifade edilmesi sistem güvenilirliğine daha gerçekçi bir yaklaşım getirmektedir. Yapmış olduğumuz çalışmada, ortalama geriye kalan yaşam fonksiyonu kullanılarak, aynı dağılımlara sahip bileşenlerden oluşan Lin/Con/k/n:F ve Cir/Con/k/n:F sistemlerinin belirli zaman aralıklarındaki çalışma performansları, ortak bir baskıya maruz kaldıkları durumda, hesaplanmıştır.

2. Materyal ve Metot

$\lambda(t)$ risk fonksiyonu, çalışan bir bileşenin kısa bir zaman aralığı içinde arızalanma olasılığını tanımlasın. Bu fonksiyon, çalışma süresinin tesadüfî değişken olarak tanımlandığı güvenilirlik tekniklerinde ve yaşam analizinde önemli bir yere sahiptir. Tesadüfî bir değişken olarak kabul edilen çalışma süresi, dağılım fonksiyonu ile karakterize edilmektedir. Bir sistemi oluşturan bileşenler için çalışma süresi genellikle bir arızalanma ile son bulur. Bu sebeple, çalışan bir bileşenin kısa bir zaman aralığında arızalanma olasılığı bilgisi, güvenilirlik analizinde çok önemlidir.

Kabul edelim ki sürekli bir tesadüfî değişken olan $T \geq 0$ herhangi bir bileşenin yaşam süresini göstersin. Ayrıca, T'nin birikimli dağılım fonksiyonu da

$$F(t) = \begin{cases} P(T \leq t), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases},$$

şeklinde verilsin. $(t, t + \Delta t]$ zaman aralığını göz önüne alalım. Bileşenin $[0, t]$ zaman aralığında çalıştığı varsayımı altında, $(t, t + \Delta t]$ zaman aralığında sistemin arızalanma olasılığını inceleyelim. Bahsedilen bu durumlar istatistiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P(t < T \leq t + \Delta t | T > t) = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{P(T > t)}$$

$$= \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\bar{F}(t)}.$$

Burada, $\bar{F}(t) = 1 - F(t) = P(T > t)$ dir. Ayrıca $F(t)$ birikimli dağılım fonksiyonu mutlak sürekli olduğundan olasılık dağılım fonksiyonu olarak ifade edilen $f(t)$ mevcuttur. O zaman, risk fonksiyonu $\lambda(t)$ aşağıdaki limitle tanımlanabilir.

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\bar{F}(t) \Delta t}$$

$$= \frac{f(t)}{\bar{F}(t)}. \tag{1}$$

$f(t) = \frac{d}{dt} F(t)$ olduğundan (1) eşitliği kullanılarak dağılım fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir,

$$F(t) = 1 - \exp\left(- \int_0^t \lambda(u) du \right). \tag{2}$$

Risk fonksiyonu $\lambda(t)$ hakkında daha ayrıntılı bilgi için Finkelstein ve Cha (2013) bakılabilir.

Risk fonksiyonu $\lambda(t)$ ile birlikte ortalama geri kalan yaşam fonksiyonu olarak adlandırılan $m(t)$ de güvenilirlik analizinde kullanılan temel göstergedir. $\lambda(t)$ fonksiyonu; bir bileşenin yaşam süresini gösteren T tesadüfi değişkeni hakkında t den sonraki kısa zaman aralıkları için bilgi verirken, $m(t)$ fonksiyonu (t,∞) zaman aralığının tamamı için bilgi verir (Guess and Proschan 1988).

$m(t)$ fonksiyonu güvenilirlik ve yaşam analizinde yaygın olarak kullanılır. Sistemi oluşturan bir bileşen t zamanına kadar çalışmış olduğunu kabul edelim. t zamanından sonra ne kadar süre daha çalışacağı tesadüfî bir değişkendir. Bu durumda t zamanından sonraki ortalama çalışma süresi aşağıdaki beklenen değer şeklinde yazılabilir,

$$m(t) = E(T-t|T>t) = \frac{1}{\bar{F}(t)}\int_t^{\infty} \bar{F}(u)du.$$

Bu çalışmada risk fonksiyonu $\lambda(t)$ ve ortalama geri kalan yaşam fonksiyonu $m(t)$ kullanılarak aynı dağılımlı bileşenlerden oluşan ardışık n den k çıkışlı F sisteminin bileşenlerinin zamana bağlı olarak performansları hesaplanmıştır.

Ardışık n den k çıkışlı F sisteminin aynı dağılımlı bileşenlerinin zamana bağlı olarak değişen performans oranlarının olasılıkları, aşağıda öne sürmüş olduğumuz yöntemle hesaplanabilir. Sistemi oluşturan bileşenler; aynı dağılıma sahip olduklarından, öne sürmüş olduğumuz yöntemde bir bileşen için hesaplanan performans oran olasılığı geriye kalan diğer bileşenler için de aynı olmaktadır. Bundan dolayı verilen yöntem ve yapılan hesaplamalar sadece bir bileşen üzerinden yapılmıştır.

$Z(t) \geq 0$ tesadüfî değişkeni, bileşenin performans oranını göstersin. Ayrıca $X(t) \geq 0$, tesadüfî değişkeni bileşene uygulanan ortak stresi ve $Y(t) \geq 0$ tesadüfî değişkeni de uygulanan ortak strese karşı bileşenin gösterdiği dayanıklılığı göstersin. O zaman $p(t)$ ile ifade ettiğimiz bileşenin zamana bağlı performans oranı olasılığı

$$p(t) = P(Z(t) > t+h|Z(t) > t) = \frac{1-H(t+h)}{1-H(t)},$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $H(t) = P(Z(t) \leq t)$ dir. Sonuç olarak yukarıda vermiş olduğumuz en son eşitlikte (2) ifadesi kullanılırsa $p(t)$ olasılığının en sade hali aşağıdaki gibi elde edilir.

$$p(t) = \exp\left(-\int_t^{t+h} \lambda(u)du\right). \tag{3}$$

Denklemde $\lambda(u)$, risk fonksiyonunu göstermektedir ve aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\lambda(t) = \frac{1}{\left(EY(t) - EX(t)\right)}.$$

3. Bulgular

Bu bölümde öne sürmüş olduğumuz yöntemin etkinliğini göstermek için $X(t)$ tesadüfi değişkeninin Gamma dağılımına ve $Y(t)$ tesadüfi değişkeninin de Weibull dağılımına sahip olduğu durumda bileşenin $p(t)$ olasılığı hesaplanmaya çalışılmıştır. Bununla birlikte, hesaplanan olasılık değerleri Gökhan ve ark. (2016) tarafından oluşturulan R programlama kodunda kullanılarak, ardışık n den k çıkışlı F sisteminin belirli zaman aralıklarında ki çalışma performansı elde edilmiştir.

Örneğin sistem 10 tane aynı dağılımlı bileşenden oluşsun ve en azından ardışık 3 bileşen arızalanırsa sistem arızalansın. $n = 10$ ve $k = 3$ için Lin/Con/k/n:F ve Cir/Con/k/n:F sistemlerinin güvenilirliğinin hesaplanabilmesi için önce bileşenlerin $p(t)$ olasılığının hesaplanması gerekmektedir. $X(t)$ tesadüfî değişkeni Gamma dağılımına sahip olduğundan birikimli dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$F_{(t)}(x) = \gamma\left(k, \frac{x}{\theta(t)}\right)/\Gamma(k)\,. \tag{4}$$

Burada $x > 0$, $\theta(t) > 0$, $k > 0$ ve $\gamma\left(k, \frac{x}{\theta(t)}\right)$ ifadesi tamamlanmamış gamma fonksiyonudur. Ayrıca $Y(t)$ tesadüfî değişkeni de Weibull dağılımına sahip olduğundan birikimli dağılım fonksiyonu

$$G_{(t)}(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{\alpha(t)}\right)^{\beta}\right\}, \tag{5}$$

şeklindedir. Burada $x > 0$, $\alpha(t) > 0$ ve $\beta > 0$ dır. (4) ve (5) eşitliklerinde $\theta(t) = \theta$, yani zamana bağlı olmayan sabit ve $\alpha(t) = 1/t$, yani zamana bağlı azalan olduğu göz önüne alınırsa $X(t)$ ve $Y(t)$ tesadüfi değişkenlerinin beklenen değerleri sırasıyla;

$$EX(t) = k\theta \tag{6}$$

ve

$$EY(t) = \frac{1}{t}\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \tag{7}$$

elde edilebilir. (6) ve (7) eşitlikleri (3) formülünde yerlerine yazılırsa aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$p(t) = \exp\left(-\int_{t}^{t+h} \frac{1}{\left(\frac{1}{u}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right) - k\theta\right)} du\right). \tag{8}$$

(8) eşitliği kullanılarak $t = 0, 0.2, 0.4, \dots, 2.2$ ve $h = 0.2$ değerleri ve ayrıca β, k ve θ parametrelerinin seçilmiş değerleri için bileşenin zamana bağlı performans oranı olasılığı hesaplanarak Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. $\beta = 3.8$, $k = 4$ ve $\theta = 0.1$ değerleri için bileşenin zamana bağlı performans oranı olasılığı

$(t, t+h)$	$p(t)$	$(t, t+h)$	$p(t)$
(0,0.2)	0.97	(1.2,1.4)	0.50
(0.2,0.4)	0.92	(1.4,1.6)	0.36
(0.4,0.6)	0.86	(1.6,1.8)	0.21
(0.6,0.8)	0.79	(1.8,2.0)	0.06
(0.8,1.0)	0.71	(2.0,2.2)	0.0004
(1.0,1.2)	0.62	(2.2,2.4)	0

Tablo 1'de verilen olasılık değerleri Gökhan ve ark. (2016) tarafından lineer ve dairesel ardışık n den k çıkışlı sistemler için oluşturulan R programlama kodlarında kullanılmıştır. Ayrıca, $n = 10$ ve $k = 3$ için Lin/Con/k/n:F ve Cir/Con/k/n:F sistemlerinin *RL* şeklinde ifade ettiğimiz zamana bağlı güvenilirlikleri hesaplanmış ve sırasıyla Tablo 2 ve Tablo 3 de gösterilmiştir.

Tablo 2. Lineer ardışık 10 den 3 çıkışlı F sistemi için zamana bağlı güvenilirlik değerleri

$(t, t+h)$	RL	$(t, t+h)$	RL
(0,0.2)	0.99	(1.2,1.4)	0.49
(0.2,0.4)	0.99	(1.4,1.6)	0.22
(0.4,0.6)	0.98	(1.6,1.8)	0.05
(0.6,0.8)	0.94	(1.8,2.0)	0.001
(0.8,1.0)	0.85	(2.0,2.2)	0
(1.0,1.2)	0.72	(2.2,2.4)	0

Tablo 3. Dairesel ardışık 10 den 3 çıkışlı F sistemi için zamana bağlı güvenilirlik değerleri

$(t, t+h)$	RL	$(t, t+h)$	RL
(0,0.2)	0.99	(1.2,1.4)	0.43
(0.2,0.4)	0.99	(1.4,1.6)	0.17
(0.4,0.6)	0.97	(1.6,1.8)	0.03
(0.6,0.8)	0.92	(1.8,2.0)	0.0002
(0.8,1.0)	0.83	(2.0,2.2)	0
(1.0,1.2)	0.67	(2.2,2.4)	0

4. Tartışma ve Sonuç

Ardışık n den k çıkışlı lineer ve dairesel sistemlerin analizinde hesaplanan en önemli göstergelerden biri sistemin ortalama bozulma zamanıdır. Ortalama bozulma zamanı, ardışık n den k çıkışlı sistemlerin güvenilirlik hesaplamaları için oldukça önemlidir. Stres altında çalışan sistemlerin çalışma süreleri, hiç şüphe yoktur ki, çalışma zamanı arttıkça bileşenlere uygulanan stresler sonucunda kısalacaktır. Çünkü bileşenlere uygulanan stresler, bileşenlerin çalışma performanslarını azaltacaktır. Ayrıca bir sistemin performansı, sistemi oluşturan bileşenlerin performansına bağlıdır. Bu durum sistemin zaman içerisindeki çalışma performansının nasıl azaldığının incelenmesi problemini ortaya çıkarır. Bundan dolayı sistemin zamana bağlı bir yapı olarak görülmesi ve incelemenin belirli zaman aralıklarında yapılması sistemin güvenilirliği için gereklidir. Bunun için, sistemin ortalama bozulma zamanı kadar belirli bir zaman diliminde verimli çalışma performansının hesaplanması da önemlidir. Yapılan çalışmanın önemi, darbe altında çalışan ardışık n den k çıkışlı bir F sisteminin belirli zaman aralıklarında çalışma performansının rahatlıkla hesaplanabiliyor olmasıdır. Bulgular kısmında verilen Tablo 2 ve Tablo 3 incelendiğinde, (1.0,1.2) zaman aralığında ve bundan önceki aralıklarda sistemlerin çalışma performanslarının %50'nin üzerinde olduğu rahatlıkla görülmektedir. Zamana bağlı bir sistem için hesaplanan bu gösterge, sistemin bakımı ve onarımı için oldukça önemlidir. Sistemin çalışmaya başladığı andan itibaren hesaplanan bu gösterge yardımıyla, sisteme etki eden darbenin kontrol altına alınması, iş yükünün azaltılması veya sistemi oluşturan bileşenlerin bakıma alınması gibi sistemin bozulmasını önleyici işlemlerin ne zaman yapılması gerektiğine rahatlıkla karar verilebilir.

Kaynaklar

Bhattacharyya, G. K. and Johnson, R. A., 1974. Estimation of reliability in a multi-component stress-strength model. *J. Amer. Statist. Assoc.*, **69**, 966-970.

Bollinger, R. C. and Salvia, A. A., 1982. Consecutive-*k*-out-of-*n*:F networks. *IEEE Transactions on Reliability*, **31**, 53–55.

Chandra, S. and Owen, D. B., 1975. On estimating the reliability of a component subject to several different stresses (strengths). *Naval Res. Log. Quart.*, **22**, 31-40.

Chiang, D. T., and Niu S. C., 1981. Reliability of consecutive -*k*-out-of-*n*:F system. *IEEE Transactions on Reliability*, **30**, 87–89.

Cramer, E., 2001. Inference for stress-strength models based on Weinman multivariate exponential samples. *Commun. Statist. Theory. Meth.*, **30**, 331-346.

Derman, C., Lieberman,G. J. and Ross, S. M., 1982. On the consecutive-*k*-out-of-*n*:F system. *IEEE Transactions on Reliability*, **31**, 57–63.

Eryılmaz, S., 2008. Multivariate stress-strength reliability model and its evaluation for coherent structures, *J. Multivariate Anal.*, **99**, 1878-1887.

Eryılmaz, S., 2014. Parallel and consecutive k-out-of-n:F systems under stochastic deterioration, *Appl. Math. Comput.*, **227**, 19-26.

Eryılmaz, S. and İşçioğlu, F., 2011. Reliability evaluation for a multi-state system under stress-strength setup. *Commun. Statist. Theor. Meth.*, **40**, 547-558.

Finkelstein, M. and Cha, J. H., 2013. *Stochastic modelling for reliability. shocks, burn-in and heterogeneous populations*. London: Springer

Gokdere, G., Gurcan, M. and Kılıç, M. B., 2016. A new method for computing the reliability of consecutive k-out-of-n:F systems, *Open Phys.*, **14**: 166-170.

Guesss, F. and Proschan, F., 1988. *Mean residual life: theory and applications*. In: Krishnaiah PR, Rao CR (eds) Handbook of Statistics, **9**, Elsevier, Amsterdam, 215-224.

Kontoleon, J. M., 1980. Reliability determination of a *r* -successive-out-of-*n*:F system. *IEEE Transactions on Reliability*, (R-29):437.

Kotz, S., Lumelskii, Y. and Pensky, M., 2003. *The Stress-Strength Model and its Generalizations. Theory and Applications*. Singapore: World Scientific.

Zuo, M. and Kuo, W., 1990. Design and performance analysis of consecutive-*k*-out-of-*n* structure. *Naval Research Logistics*, **37**, 203–230.