

**T.C.**  
**AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ**  
**SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**  
**EĞİTİM BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ**  
**ANLAMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

**Hazırlayan**

**Dudu DERE**

**Danışman**

**Yrd. Doç. Dr. Fatih KARAKUŞ**

**AFYONKARAHİSAR 2016**

**T.C.**  
**AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ**  
**SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**  
**EĞİTİM BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ**  
**ANLAMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

**Hazırlayan**

**Dudu DERE**

**Danışman**

**Yrd. Doç. Dr. Fatih KARAKUŞ**

**AFYONKARAHİSAR 2016**

**Bu Tez Çalışması BAPK'ça Desteklenmiştir. Proje No: "15.SOS.BİL.10"**

## **YEMİN METNİ**

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerinin İncelenmesi” adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlaka uygun olarak yazıldığını ve çalışmada adı geçeneserlere atıf yaparak bu eserlerden yararlanmış olduğumu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

.../.../2016

Dudu DERE

## TEZ JÜRİSİ KARARI VE ENSTİTÜ MÜDÜRLÜĞÜ ONAYI

### JÜRİ ÜYELERİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Fatih KARAKUŞ

Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Mustafa ERGÜN

: Prof. Dr. Erdoğan KÖSE

İmza



Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans öğrencisi Dudu DERE'nin “Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerinin İncelenmesi” başlıklı tezi, 16.12.2016 günü saat 10:00’da Afyon Kocatepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıda isim ve imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından değerlendirilerek kabul edilmiştir.

**Prof. Dr. Ahmet YARAMIŞ**  
Sosyal Bilimler Enstitü Müdürü

## **ÖZET**

### **ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

**Dudu DERE**

**AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**

**Aralık 2016**

**Danışman: Yrd. Doç. Dr. Fatih KARAKUŞ**

Bu çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerini belirlenen anlama seviyeleri kapsamında incelemek ve farklı değişkenlerdeki değişimleri ortaya çıkarmaktır.

Bu araştırma 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Afyonkarahisar il merkezindeki MEB (Milli Eğitim Bakanlığı)'e bağlı ortaokullardaki 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Araştırmada hem nicel hem de nitel yöntemler bir arada kullanıldığı için karma desenlidir.

Çalışmanın ilk aşamasında test geliştirmek için 59 öğrenci ile pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Test geliştirme aşamasında uzman görüşünden yararlanılarak ve 9tane öğrenci ile klinik mülakat yapılarak betimsel analizler sonucunda nihai test elde edilmiştir. Esas uygulama 575 öğrenci ile iki oturumda gerçekleştirilerek elde edilen veriler SPSS 22.00 istatistik programı ile analiz edilmiştir.

Araştırma sonucunda ortaokul ğrencilerinin her bir kesri anlama becerilerinin farklı ortalamayla farklı düzeylere sahip olduğu görülmüştür. Bu durum her becerinin kendi içinde ve bütünsel olarak kesir kavramı için önemli olduğunu göstermektedir. Ortaokul ğrencilerinin kesirleri anlama becerileri ile cinsiyet ve sınıf düzeyi arasında anlamlı bir fark bulunmamasına karşın matematik başarı puanları arasında anlamlı bir fark bulunmuştur. Öğrencilerin akademik başarı arttıa kesri anlama becerilerinin arttığı görülmüştür.

Araştırma sonuçlarının ortaokul matematik ğretim programındaki kesirler konusunun öğretime katkı sağlaması beklenildiği gibi ilkokul matematik ğretim programına da katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

***Anahtar kelimeler:*** Kesirler, kesirleri anlama becerileri, ortaokul ğrencileri

## **ABSTRACT**

### **ANALYZING MIDDLE SCHOOL STUDENTS' OF ABILITIES FRACTION UNDERSTANDING**

**Dudu DERE**

**AFYON KOCATEPE UNIVERSITY  
THE INSTITUTE OF SOCIAL SCIENCES  
DEPARTMENT OF EDUCATIONAL SCIENCES**

**December 2016**

**Advisor: Asst. Prof. Dr. Fatih KARAKUŞ**

The aim of this study is to examine the comprehension skills of secondary school students with regard to fractions in terms of the specified comprehension levels and find out about the changes in distinct variables.

This study was carried out on the students who are in the 5<sup>th</sup>, 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> grades in the secondary schools in the provincial centre of Afyonkarahisar, which are subordinate to the Ministry of Education, in the academic year of 2015-2016.

In the first stage of the study, a pilot scheme was performed on 59 students to devise a test. The final test was devised through descriptive analyses by having clinical interview with 9 students and making use of the views of experts. The data were obtained in two sessions held with 575 students during the actual implementation process and these data were analysed with the statistics software of SPSS 22.00.

As a result of the study, we have observed that each student has a different comprehension skill level from the average value in understanding each fraction type. This indicates that each skill is individually and integrally important for the concept of fractions. Although there wasn't a significant difference between the students' fraction comprehension skills in terms of their gender and grades, a significant difference was observed in their mathematical achievement scores. It was demonstrate that as the academic success of the students increase, so do their comprehension skills of fractions.

It is thought that the results of this study will contribute to the teaching of fractions within the secondary school mathematics curriculum as well as the mathematics curriculum of elementary schools.

**Key Words:** Fractions, fraction comprehension skills, secondary school students



## ÖNSÖZ

Bu araştırmanın tamamlanması sürecinde çalışmalarımı destekleyen, değerli bilgi ve deneyimlerini paylaşan, sabır ve ilgiyle yardımda bulunan değerli tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. Fatih KARAKUŞ'a sonsuz saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Eğitim hayatımın ilk yıllarından bugünlere gelinceye kadar üstümde emeği olan tüm kıymetli hocalarıma çok teşekkür ederim.

Bu çalışmanın gerçekleşmesini sağlayan, gerek ölçek geliştirme aşamasında gerek uygulama aşamasında yardımcı olan tüm öğrencilere çok teşekkür ederim.

Çalışmam boyunca yardımlarını ve desteklerini benden esirgemeyen ve her zaman yanımda olan kıymetli arkadaşlarım Seda GÜNGÖR ve Cennet YILMAZ'a çok teşekkür ederim.

Her şartta benden sevgi ve ilgisini esirgemeyen, her zaman beni cesaretlendiren ve destekleyen, benimle aynı heyecan ve mutlulukları yaşayan, varlığıyla hep yanımda olan sevgili annem Necla DERE'ye, sevgili babam Sadullah DERE'ye ve canım kardeşim İbrahim DERE'ye sonsuz teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde büyük emeği olan, hayatımın en güzel yıllarını yaşamam için çabalayan ve hiçbir zaman haklarını ödeyemeyecek olduğum kıymetli babaannem Dudu DERE'ye ve kıymetli dedem Osman DERE'ye sonsuz teşekkür ederim.

Dudu DERE

## İÇİNDEKİLER

Sayfa

YEMİN METNİ .....	i
TEZ JÜRİSİ KARARI VE ENSTİTÜ MÜDÜRLÜĞÜ ONAYI.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT .....	v
ÖNSÖZ.....	vii
TABLolar LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiii
KISALTMALAR DİZİNİ .....	xiv

GİRİŞ .....	1
1. PROBLEM CÜMLESİ.....	3
2. ARAŞTIRMANIN AMACI.....	4
3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ.....	4
4. SAYILTILAR.....	5
5.SINIRLILIKLAR.....	5
6. TANIMLAR .....	5

### BİRİNCİ BÖLÜM

#### KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ LİTERATÜR

1. KURAMSAL ÇERÇEVE.....	7
1.1. MATEMATİK ÖĞRENME VE ÖĞRETME .....	7
1.2. KESİR KAVRAMI .....	9
1.3. KESİR VE RASYONEL SAYI KARŞILAŞTIRMASI .....	12
1.4. MATEMATİK ÖĞRETİM PROGRAMINDA KESİRLER .....	14
1.5. KESİR KONUSUNUN ÖĞRETİMİ VE KARŞILAŞILAN GÜÇLÜKLER. 19	
1.6. ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL KAVRAMLARI ANLAMALARINI BELİRLEMeye YÖNELİK GELİŞTİRİLEN TEORİLER .....	23
1.6.1. Skemp (1987)'in Matematiksel Anlama Teorisi .....	23
1.6.2. Herscovics ve Bergeron (1988)'un Matematiksel Anlama Teorisi.....	25
1.6.3.Hiebert ve Carpenter (1992)'in Matematiksel Anlama Teorisi.....	27
1.6.4. Pirie ve Kieren (1992)'in Matematiksel Anlama Teorisi .....	28
1.6.5. Behr, Lesh, Post ve Silver'ın Anlama Modeli .....	30
1.6.6. Streefland'ın Anlama Modeli .....	31

1.6.7. Pantziara ve Philippou'nun Anlama Modeli.....	32
1.6.8.Nicolaou ve Pitta-Pantazi'nin Anlama Modeli.....	34
<b>2.YAPILAN ÇALIŞMALAR .....</b>	<b>37</b>
2.1. YURT İÇİNDE YAPILAN ÇALIŞMALAR .....	37
2.2. YURT DIŞINDA YAPILAN ÇALIŞMALAR .....	40
2.3. KESİR ÖĞRENİMİ VE ÖĞRETİMİ İLE İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALAR .....	41

## İKİNCİ BÖLÜM

### YÖNTEM

1. ARAŞTIRMANIN MODELİ .....	43
2.ÇALIŞMA GRUBU .....	43
3. ARAŞTIRMANIN TASARIMI VE YÜRÜTÜLMESİ.....	44
4. KESİRLERİ ANLAMA BECERİSİ SINAVININ HAZIRLANMASI.....	47
5. KLİNİK MÜLAKATLAR .....	48
6. PİLOT UYGULAMA .....	49
7.VERİ TOPLAMA ARAÇLARI.....	50
7.1. KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİ SINAVI .....	50
7.2. KLİNİK MÜLAKATTA YER ALAN SORULAR .....	61
8. VERİLERİN ANALİZİ.....	61

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### BULGULAR VE YORUMLAR

1. ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİNE YÖNELİK ELDE EDİLEN BULGULAR .....	65
2. CİNSİYET DEĞİŞKENİNİN ÖĞRENCİLERİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ .....	67
3. SINIF DÜZEYİ DEĞİŞKENİNİN ÖĞRENCİLERİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ .....	70
4. MATEMATİK BAŞARI PUANI DEĞİŞKENİNİN ÖĞRENCİLERİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ.....	74
5. KLİNİK MÜLAKATTAN ELDE EDİLEN BULGULAR .....	79
<b>SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER .....</b>	<b>99</b>
<b>1. SONUÇ VE TARTIŞMA.....</b>	<b>99</b>
1.1. FARKLI ÖĞRENİM SEVİYESİNDEKİ ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİNE YÖNELİK ELDE EDİLEN BULGULARIN SONUÇ VE TARTIŞMALARI .....	99
1.2. CİNSİYET DEĞİŞKENİNE GÖRE ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİNE YÖNELİK ELDE EDİLEN BULGULARIN SONUÇ VE TARTIŞMALARI .....	109

1.3. AKADEMİK BAŞARI DEĞİŞKENİNE GÖRE ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİNE YÖNELİK ELDE EDİLEN BULGULARIN SONUÇ VE TARTIŞMALARI.....	111
<b>2. ÖNERİLER .....</b>	<b>115</b>
<b>KAYNAKÇA .....</b>	<b>118</b>
<b>EKLER DİZİNİ.....</b>	<b>132</b>

## TABLolar LİSTESİ

Sayfa

<b>Tablo 1.</b> Kesirler ve Rasyonel Sayılar Arasındaki Farklar.....	13
<b>Tablo 2.</b> İlkokul Matematik Öğretim Programında Yer Alan Kazanımlar.....	14
<b>Tablo 3.</b> Ortaokul Matematik Öğretim Programında Yer Alan Kazanımlar.....	15
<b>Tablo 4.</b> Kesri Tanıma Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular.....	51
<b>Tablo 5.</b> Kesirler İçin Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular.....	52
<b>Tablo 6.</b> Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular.....	53
<b>Tablo 7.</b> Kesirlerin Karşılaştırılması Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular.....	54
<b>Tablo 8.</b> Kesirlerin Temsili Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular.....	55
<b>Tablo 9.</b> Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular.....	57
<b>Tablo 10.</b> Kesir Problemlerini Çözme Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular.....	59
<b>Tablo 11.</b> Kesirleri Anlama Becerileri Rubriğinin Derecelendirme ve Puan Göstergesi.....	62
<b>Tablo 12.</b> Kesirleri Anlama Becerilerinin Puanlama Dereceleri ve Aralıkları.....	62
<b>Tablo 13.</b> Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerine İlişkin Betimsel Analiz Sonuçları.....	65
<b>Tablo 14.</b> Ortaokul Öğrencilerinin Cinsiyet Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Betimsel Analizi Sonuçları.....	67
<b>Tablo 15.</b> Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerinin Cinsiyet Değişkenine Göre Mann Whitney U testi Sonuçları.....	69
<b>Tablo 16.</b> Ortaokul Öğrencilerinin Sınıf Düzeyi Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Frekans ve Yüzde Sonuçları.....	70
<b>Tablo 17.</b> Ortaokul Öğrencilerinin Sınıf Düzeyi Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Aritmetik Ortalama ve Standart Sapma Sonuçları.....	71
<b>Tablo 18.</b> Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerinin Sınıf Düzeyi Değişkenine Göre Kruskal Wallis H- testi Sonuçları.....	73
<b>Tablo 19.</b> Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Başarı Puanı Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Frekans ve Yüzde Sonuçları.....	74

<b>Tablo 20.</b> Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Başarı Puanı Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Aritmetik Ortalama ve Standart Sapma Sonuçları...	76
<b>Tablo 21.</b> Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerinin Matematik Başarı Puanı Değişkenine Göre Kruskal Wallis H- testi Sonuçları.....	78
<b>Tablo 22.</b> Kesri Tanıma Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı.....	80
<b>Tablo 23.</b> Kesirler İçin Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalarbecerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı.....	82
<b>Tablo 24.</b> Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalarbecerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı.....	85
<b>Tablo 25.</b> Kesirlerin Karşılaştırılması Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı.....	88
<b>Tablo 26.</b> Kesirlerin Temsili Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı.....	89
<b>Tablo 27.</b> Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı.....	94
<b>Tablo 28.</b> Kesir Problemlerini Çözebilme Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı.....	96

## ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. Kesrin Parça-Bütün Anlamı.....	10
Şekil 2. Kesrin Bölüm Anlamı.....	10
Şekil 3. Kesrin Oran Anlamı.....	11
Şekil 4. Kesrin Ölçme Anlamı.....	11
Şekil 5. Kesrin İşlemci Anlamı.....	12
Şekil 6. Kesrin Farklı Anlamlarının İşlemlerle İlişkisi.....	12
Şekil 7. Kesrin Çizgi Modeli ile Gösterimi.....	22
Şekil 8. Kesrin Küme Modeli ile Gösterimi.....	22
Şekil 9. Kesrin Bölge Modeli ile Gösterimi.....	22
Şekil 10. Kesrin Alan Modeli ile Gösterimi.....	22
Şekil 11. Pirie ve Kieren (1994)'ın Matematiksel Anlama Modeli.....	29
Şekil 12. Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014)'nin Kesri Anlama Becerileri Şeması...37	37
Şekil 13. Kesirleri Anlama Becerileri ile İlgili Çalışmanın Aşamaları.....	45
Şekil 14. Kesirlerin Temsili Becerisinin İkinci Sorusuna Yönelik Öğrenci Cevabı..91	91
Şekil 15. Kesirlerin Temsili Becerisinin Dördüncü Sorusuna Yönelik Öğrenci Cevabı.....	92
Şekil 16. Kesirlerin Temsili Becerisinin Sekizinci Sorusuna Yönelik Birinci Öğrencinin Cevabı.....	93
Şekil 17. Kesirlerin Temsili Becerisinin Sekizinci Sorusuna Yönelik İkinci Öğrencinin Cevabı.....	93
Şekil 18. Kesir Problemlerini Çözebilme Becerisinin Beşinci Sorusuna Yönelik Öğrenci Cevabı.....	97

## **KISALTMALAR DİZİNİ**

IEA: International Association for the Evaluation of Educational Assessment

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics



## GİRİŞ

Geleneksel öğretim anlayışımızda matematik birbirinden kopuk, günlük ihtiyaçlardan uzak, değişmez, soyut ilke ve prensiplerden oluşan, ayrı ayrı öğrenilmesi zorunlu denklem ve formüller yığını olan bir disiplin olarak görülmektedir(Baki, 2014). Öğrenciye bu şekilde sunulan matematik öğrenci için kural ve formüllerden oluşan ve ezberlenerek öğrenilmesi gereken bir derse dönüşmektedir. Bu durum öğrencilerin matematiksel işlem ve kavramlar ile bu işlem ve kavramların ardında yatan matematiksel yapıları tam olarak anlamamalarına neden olmaktadır. Matematiksel bir kavrama yönelik oluşturduğumuz anlamaların tümü zihnimize yer almaktadır (Steffe, 2001) ve bu nedenle öğrencilerin matematiksel bir kavramı gerçekten anlayıp anlamadığını belirlemek oldukça güçtür. Bir matematiksel kavramı bilmek ile bu matematiksel kavramı anlamak birbirinden farklıdır. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2010) matematikte bir kavramı bilmek ile bu kavramı anlamak arasındaki farkı aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

“ $\frac{6}{8}$  kesrinin nasıl okunduğunu birçok öğrenci bilip 6 ile 8 sayılarını sırasıyla pay ve payda olarak belirleyebilirler. Bu kesrin  $\frac{3}{4}$ 'e eşit olduğunu ve  $\frac{1}{2}$ 'den büyük olduğunu bilirler. Ayrıca... $\frac{6}{8}$ 'i sadeleştirerek  $\frac{3}{4}$  yapılacağını da bilebilirler. Ancak  $\frac{3}{4}$  ile  $\frac{6}{8}$  in aynı çokluğu temsil ettiğini anlamayabilirler. Bazıları  $\frac{6}{8}$ 'nin  $\frac{3}{4}$ 'e sadeleştirilmesinin sayıyı küçülttüğünü düşünebilir (s.23)”.

Van de Walle vd. (2010)'nin açıklaması öğrencilerin kesirlerle ilgili farklı anlamalara sahip olduklarını göstermektedir.

Matematiksel kavramların ne anlama geldiklerini anlama, öğrencilerin çoğu zaman zorluk yaşadıkları bir konudur(Skemp, 1976).Pirie ve Kieren (1994)'e göre anlama belirli bir ortamda, bir konu ile ilgili insanın içsel yaşadığı bir süreçtir. Piaget (1977) ise anlamayı duyu yoluyla elde edilen deneyim ile var olan şema arasındaki bilişsel etkileşim sonucunda organize edilen, geliştirilen, yapılaşan bir kavram olarak tanımlamıştır. Benzer şekilde Haylock ve Cocburn (2013) matematiksel

anlamayı öğrencinin geçmiş deneyimleri ile öğrenmeleri arasında bağlantılar kurması olarak tanımlamaktadır. Kieren (1993) ise matematiksel anlamayı büyüme, genişleme ve yeniden oluşum döngüsünü gerektiren dinamik bir süreç olarak ifade etmektedir.

Literatürde öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarını belirlemeye yönelik çalışmalara rastlanmaktadır. Bu çalışmalardan ilki Skemp (1976)'e aittir. Skemp (1976) öğrenci anlamalarını ilişkisel (relational) ve enstrümental (instrumental) olarak ikiye ayırmıştır. Daha sonraki yıllarda teorisinde revizyona giderek mantıksal (logical) ve sembolik (symbolic) anlama kategorilerini de eklemiştir.

Pirie (1988), öğrencilerin matematiksel anlamalarını kategorilere ayırıp ayıramayacağını sorgulamıştır. Pirie ve Kieren (1994) öğrencilerin matematiksel anlamalarını belirlemeye yönelik teorik bir model oluşturmuştur. Bu model bir tek matematik konusuna yönelik (örneğin kesirler ya da ondalık gösterimler gibi) öğrencilerin anlamalarını belirlememekte, bunun yerine genel olarak öğrencilerin anlamalarını kategori etmeye çalışmaktadır. Bunun yanında bu modeli temel alan ve belli matematik konularına yönelik öğrenci anlamalarını inceleyen çalışmalara da rastlanmaktadır.

Benzer şekilde Hiebert ve Carpenter (1992) öğrencilerin matematiksel anlamalarını içsel ve dışsal temsiller arasındaki ilişkiyi inceleyen bir anlama modeli ile belirlemeye çalışmışlardır. Onların modelinde temsiller arasındaki bağlantıların “sayısı ve gücü” anlamaların derecesinin bir ölçüsünü göstermektedir.

Herscovics ve Bergeron (1981) anlamanın dört dereceden oluştuğu bir model tasarlamışlardır. Bunlar sezgisel, öncül, soyutlama ve kurallaştırma. Bu dereceler arasında ayırım yapmak zor olduğu için revize edilerek genişletilmiş bir model sunulmuştur.

Yukarıda kısaca tanıtılan anlama modelleri bir matematik konusuna yönelik öğrencilerin anlamalarını belirlemek yerine genel olarak matematiği anlamalarına yöneliktir. Buna karşın son yıllarda Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014) öğrencilerin matematiksel bir konuya (kesirler) yönelik anlamalarını belirlemeye yönelik bir model önermişlerdir. Modellerinde ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlamalarını

belirlemek için yedi beceriden bahsetmektedirler. Bu araştırmada öğrencilerin kesirleri anlama becerilerine odaklanıldığı için yukarıda genel olarak verilen matematiği anlama modelleri yerine Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014) tarafından öne sürülen ve öğrencilerin kesirleri anlama becerilerini ortaya koymaya çalışan model kullanılmıştır.

Günlük yaşantımızda eşit olarak paylaştırma, oran ya da bölme şeklinde karşımıza sıklıkla çıkan kesir konusu öğrencilerin matematikte anlamakta zorlandıkları konuların başında gelmektedir (Cramer, Behr, Post ve Lesh, 2009). Kesirlerle ilgili yapılan çalışmalarda sıklıkla öğrencilerin kesir konusunda sahip oldukları yanlış anlama ve kavram yanlışlarına (Haser ve Ubuz, 2003; Mack, 1990; Streefland, 1991; Lamon, 2001; Martinie, 2007) ve kesirlerin öğrenilmesi ve öğretilmesinde yaşanan zorluklara (Soylu ve Soylu, 2005; Ersoy ve Ardahan, 2003; Düzgün, 2003; Köseoğlu, 2005) yönelik çalışmalara rastlanmaktadır. Buna karşın az sayıda çalışmada ise yukarıda kısaca açıklanan genel matematiği anlama modelleri kullanılarak (Kieren, 1976; Behr, Lesh, Post ve Silver, 1983; Streefland, 1991) öğrencilerin kesirlere yönelik anlamaları belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin kesirleri anlamalarını ortaya koyan becerileri ve bu anlama becerilerinin üzerinde etkili olan değişkenleri ortaya çıkaran çalışmalara ise çok fazla rastlanmamaktadır. Ortaokul öğrencilerinin kesirlere yönelik anlama becerilerinin ve bu becerilerin üzerinde etkili olan değişkenlerin ortaya çıkarılması oldukça önemlidir. Bu nedenle bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerileri belirlenerek farklıdeğişkenlerin bu beceriler üzerindeki etkileri incelenmiştir.

## **1. PROBLEM CÜMLESİ**

Bu araştırmanın problemi, ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerini belirlemek ve bu becerilerin farklı değişkenlere göre değişimini incelemektir. Bu bağlamda araştırmanın alt problemleri:

1) Cinsiyete göre ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

2) Sınıf düzeyine göre ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

3) Matematik başarı puanlarına göre ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerileriarasında anlamlı bir fark var mıdır?

## **2. ARAŞTIRMANIN AMACI**

Kesirler konusundaki çalışmalar kesirlerin ortaokul matematiğinin karmaşık ve zor konularından biri olduğunu ve kesirleri anlamak için anlama seviyelerinin önemli olduğunu göstermiştir(Pirie ve Kieren, 1994; Pantziara ve Philippou, 2012; Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2011). Kesirler konusu ilkokulda temeli atılarak öğrencilerin ortaokul hayatlarında geniş yer edinen bir konudur. Kesirler öğretim programında sadece kesirler ünitesi içerisinde yer almayıp diğer ünitelerde de fazlaca kullanılmaktadır. Kesirleri tanıma, gösterme, problemlerde kullanmada sorun yaşayan bir öğrenci kesirler konusunda başarılı olamadığı gibi bu durum diğer ünitelerin de öğrenilmesinde sorun oluşturmaktadır. Bu konuda yurt dışında kesirlerde anlam oluşturmada çeşitli anlama seviyeleri oluşturulup incelenmiştir, fakat ülkemizde bu konuda fazla çalışmaya rastlanmamaktadır. Bu bağlamda bu araştırmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerini incelemek ve farklı değişkenlerin ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerindeki etkilerini ortaya çıkarmaktır.

## **3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ**

Kesirler matematikteki en temel konulardan biridir. Günlük yaşantımızda eşit olarak paylaşırma, oran ya da bölme şeklinde karşımıza sıklıkla çıkan kesir konusu öğrencilerin matematikte anlamakta zorlandıkları konuların başında gelmektedir (Cramer, Behr, Post ve Lesh, 2009). Ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama ve bu anlamaları sınıflandırmaya yönelik yurt dışında çeşitli çalışmaların (Kieren, 1976; Pirie ve Kieren, 1994; Behr, Lesh, Post ve Silver, 1983; Streefland, 1991; Lamon, 1999; Pantziara ve Philippou, 2012; Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2011) olduğu, buna karşın ülkemizde ise bu konuda sınırlı sayıda çalışmanın (Mısrıl, 2009; Düzenli Gökalp, 2012; Arslan, 2013) yapıldığı görülmektedir. Ancak bu çalışmalarda da öğrencilerin kesirleri anlama becerileri ve bu beceriler üzerinde etkili olan değişkenleri belirlenmemiştir.

Bu çalışma ülkemizde öğrencilerin kesirleri anlama becerilerinin belirlenmesi konusunda yapılan az sayıdaki çalışmadan biri olması ve ileride bu alanda yapılacak çalışmalara öncülük etmesi açısından önemlidir.

Bu çalışmada ülkemizdeki ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerileri belirlenerek mevcut durumun bir resminin ortaya konulması yönünden büyük öneme sahiptir. Bu sayede öğrencilerin kesirlere yönelik en az ya da en fazla sahip oldukları beceriler belirlenecektir. Bu ise ileride bu becerilerin geliştirilmesine yönelik yapılacak çalışmalara bir ışık tutacaktır. Ayrıca öğrencilerin kesirlere yönelik anlama becerileri belirlenirken aynı zamanda öğrencilerin kesirlere yönelik kavram yanılgıları da tespit edilecektir. Bu nedenle bu çalışma son yıllarda öğrencilerin kesirlere yönelik sahip oldukları kavram yanılgılarının bir resminin ortaya konulması açısından da bir öneme sahiptir.

#### **4. SAYILTILAR**

1. Çalışmaya katılan öğrencilerin araştırmaya gönüllü olarak katıldıkları varsayılmıştır,

2. Öğrencilerin soruları dikkatle inceleyerek çözdükleri varsayılmıştır.

#### **5. SINIRLILIKLAR**

1. Araştırma Afyonkarahisar ilinin belirlenen okullarındaki ortaokul (5.-6.-7.-8. sınıf) öğrencileri ile sınırlıdır.

2. Bu araştırma 2015-2016 eğitim-öğretim yılıyla sınırlıdır.

#### **6. TANIMLAR**

**Kesir**, bir bütün ile onun bir parçası arasındaki ilişkiyi belirten bir ifadedir (Altun, 2012). Çeşitli kaynaklarda (Alacacı, 2010; Kieren, 1976; Lamon 2001; Toluk 2001) kesrin farklı anlamları olduğuna değinilmiştir. Verilen bu anlamlar parça-bütün, bölüm, oran, ölçme ve işlemci olarak beş anlama ayrılmıştır.

*Parça-bütün* anlamı, bir bütünün eşit büyüklükteki parçalara ayrılıp bu parçalardan bazılarının alınması ya da seçilmesidir (Alacacı, 2010).

*Bölüm* anlamı, bir çokluğun belli sayıda kişi ya da nesneye paylaşılmasıdır (Lamon, 1999).

*Ölçüm* anlamı, belli bir miktarda o miktarın birimlerinden kaç tane bulunduğunu ifade eder(Behr, Harel, Post ve Lesh, 1991).

*Oran* anlamı, aynı bütünden gelen iki miktar arasındaki çarpımsal karşılaştırmadır(Behr vd., 1991).

*İşlemci* anlamı, belli bir miktarın büyütülmesi ya da küçültülmesidir (Alacacı, 2010).

**Matematiksel anlama**, öğrencinin geçmiş matematiksel deneyimleri ile matematiksel öğrenmeleri arasında kurduğu bağıdır (Haylock ve Cocburn, 2013).

**Beceri**, kişinin yatkınlık ve öğrenimine bağlı olarak bir işi başarma veya bir işlemi amaca uygun olarak sonuçlandırmasıdır (Türk Dil Kurumu).

# BİRİNCİ BÖLÜM

## KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ LİTERATÜR

### 1. KURAMSAL ÇERÇEVE

#### 1.1. MATEMATİK ÖĞRENME VE ÖĞRETME

Matematik öğrenmek sadece bir dizi işlem yapmak değil, ayrıca mantıksal düşünmek sorunlara çözüm üretmek ve günlük hayatta matematiği kullanmaktır (Yıkmış, 2007).

Matematik sadece sayı veya şekil anlamına gelmez. Matematik sayı, şekil, küçüklük, büyüklük, düzen, uzay gibi kavramların bütünüdür. Matematik bilgiyi üreterek işleyen ve bunlardan sonuçlar elde eden evrensel bir dildir (MEB, 2009). Yıldırım (2000)'e göre matematik, bireyleri doğruya, kesin bilgiye götüren düşünme yöntemidir.

Baykul (1997) insanların matematik hakkında sahip oldukları düşünceleri dört grupta toplamıştır:

- 1) Matematik günlük hayattaki problemleri çözüme kullanılan bir hesaplama, ölçme, sayma ve çizme yöntemidir.
- 2) Matematik semboller kullanan bir dildir.
- 3) Matematik, mantıklı düşünmeyi sağlayan mantıklı bir sistemdir.
- 4) Matematik yaşadığımız dünyayı anlamlandırmayı sağlayan bir yardımcıdır.

Sonuç olarak matematik insan zihninin çevreden aldığı ve soyutlayarak ürettiği bir bilgidir.

Birçok öğrencinin matematiği sevmediği ya da kaygılarından dolayı matematik öğreniminde sorun yaşadığı bilinir. Van de Walle vd. (2010) matematik öğretiminin

- a) öğrencilerin matematikle ilgili kavramları anlamalarına
- b) matematikle ilgili işlemleri anlamalarına ve

c) kavramların ve işlemlerin arasındaki bağları kurmalarına yardımcı olmak şeklinde üç amaca hizmet ettiğini belirtmektedir. Benzer şekilde Ardahan (2002)'a göre matematiği öğretmek öğrencinin

- a) düşünme becerisini geliştirir,
- b) kendi zihinsel özgürlüğünün ve gücünün farkına varmasını sağlar,
- c) kritik düşünen ve problem çözen bireyler yetiştirir ve
- d) yeni ilişkileri anlamasını sağlar.

Matematiği öğrenmek, sadece temel kavramların öğrenilmesini ve bazı becerilerin kazanılmasını sağlamakla kalmaz aynı zamanda problem çözme yöntemleri geliştirmeyi öğrenerek bunun günlük yaşamın önemli bir parçası olduğunu fark etmeyi de içerir (MEB, 2009).

Günümüzde matematik öğrenimi ve öğretiminde işlemsel bilgiye dayalı formül temelli bir anlayıştan farklı olarak işlemsel ve kavramsal bilginin dengeli kullanıldığı bir anlayışı benimsenmektedir. Skemp (1987) matematiksel bilgiyi işlemsel ve kavramsal olarak ikiye ayırmaktadır. İşlemsel bilgi matematiksel ifadeleri bilme, formülleri tanıma ve verilen kuralları uygun sırayla işlemlerde kullanmaktır. Örneğin,  $\frac{4}{6}$  kesrinin  $\frac{2}{3}$  kesrine denk olduğunun gösterilmesinde bir öğrenci  $\frac{4}{6}$  kesrinin pay ve paydasının 2 ile sadeleştirilmesi sonucu  $\frac{2}{3}$  kesrinin oluştuğunu söylerse bu öğrenci işlemsel bir bilgiye sahiptir. Kavramsal bilgi matematikteki kavramları algılayarak aralarında ilişki kurma, farklı biçimlerde ifade etme ve hangi basamakta hangi işlemi yapacağına karar vermeye dayalıdır. Yukarıdaki örneğe yeniden dönersek,  $\frac{4}{6}$  kesrinin  $\frac{2}{3}$  kesrine denk olduğunun gösterilmesinde, öğrenci aynı bütünün ilk gösterimde 6 eş parçaya bölünüp içinden 4 tanesinin alındığını, ikinci gösterimde ise yine aynı bütünün 3 eş parçaya bölünüp 2 parçasının alındığını ve sonuçta her iki durumda da alınan miktarların birbirine eşit olduğunu, sadece bütünün parçalanma sayısının farklı olduğunu ifade ediyorsa bu öğrenci kavramsal bir bilgiye sahiptir. Baki (2014), Soylu ve Aydın (2006) işlemsel bilginin öğrenciler için kalıcı olmadığını ifade etmektedir. Bu çalışmalar eğitim



süreci içinde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmediğini, işlemsel bilginin daha çok kullanıldığını ve kavramsal bilginin ise gerektiği gibi kullanılmadığını iddia etmişlerdir. İşlemsel bilgiyi ağırlıklı kullananların ezberci bir yaklaşımla sadece formül ve kural kullandığı görülmektedir.

Yapılan çalışmalar öğrencilerin kesirlerle ilgili temel kavramları anlamada zorluklar yaşadığını ortaya koymaktadır. Örneğin, Haser ve Ubuz (2000) beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusu ile işlem yapma başarılarının kavramsal anlama başarılarına göre daha yüksek olduğunu belirlemiştir. Benzer sonuçlar Şiap ve Duru (2004)'nun çalışmalarında da elde edilmiştir. Şiap ve Duru (2004) beşinci sınıf öğrencileri üzerinde yaptığı çalışmada öğrencilerin kesirlere yönelik işlemsel bilgi gerektiren soruları kavramsal bilgi gerektiren sorulara göre daha iyi çözdüklerini belirlemiştir.

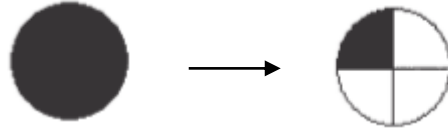
## 1.2. KESİR KAVRAMI

Kavramlar, bilgiyi şekillendirerek öğrenme ve öğretmede önemli rol alırlar (Altun, 2004). Matematikte kavram demek tanımlar kullanarak bir dizi açıklamalar sıralamak değildir (De Villiers, 1996, 1998, Akt: Zembat, Özmantar, Bingölbali, Şandır ve Delice, 2013). Tall ve Vinner (1981)'a göre kavram, ilgili kavramı açıklamak/belirlemek için kullanılan ve kelimelerden oluşan bir form/yapı olarak tanımlanmıştır. Matematiksel olarak kavram, nesnelerin belli bir özelliğe göre zihnimize sınıflandırılarak bu sınıflara vermiş olduğumuz isimler olarak tanımlanabilir (Altun, 2004). Örneğin 2 sayısı, iki öğrenci, iki kalem, iki ağaç vb. gibi bu tür varlıklar için ortak bir özelliktir. Matematikte kavramlar birbiri üzerine eklenerek oluşturulur (Zembat vd., 2013).

Kesir kavramı sayma sayılarından farklıdır. Elimizdeki çoklukları sayarak ifade edebiliriz, fakat kesirleri sayarak oluşturamayız. Kesirleri bölme ve ölçme yaparak oluştururuz. Kesirler “ne kadar” sorusuna yanıt ararlar (Olkun ve Uçar, 2004).

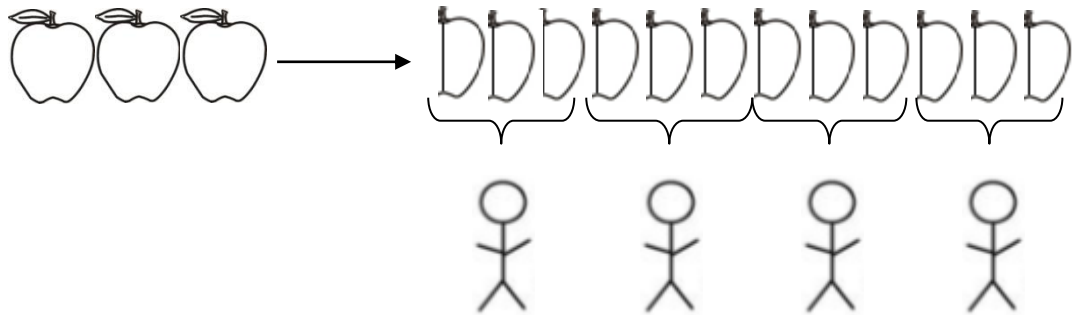
Kesirler gerçek hayat problemlerine uygulandıklarında farklı anlamlara gelirler (Behr, Harel, Post ve Lesh, 1992). Kesirler parça-bütün, bölüm, ölçüm, oran ve işlemci gibi farklı anlamlara sahiptir.

Parça-Bütün Anlamı: Bir bütünün eşit büyüklükteki parçalara ayrılıp bu parçalardan bazılarının alınması ya da seçilmesidir (Alacacı, 2010). Parça-bütün ilişkisi  $\frac{a}{b}$  şeklinde gösterilir. b bütünü temsil ederken a bütünün eş parçalarından kaç tanesinin alındığını gösterir.  $\frac{a}{b}$  kesrindeki parça ve bütün düşünüldüğünde ya parça bütünden daha azdır ya da parça ve bütün eşittir şeklinde düşünülür (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007). Kesir kavramında öğrencilere öğretilmesi gereken ilk şey, kesirde bütünün parçalarının eşit parçalar olacağıdır (Goularte, 1998; Akt: Acar, 2010). Parça-bütün anlamının anlaşılması kesirlerin büyüklüklerini kavramada ve kesirlerin denkleğini öğrenmede önemlidir (Zembat vd, 2010). Örneğin  $\frac{3}{4}$  kesri bir bütünün dört parçaya bölünmesi ve üçünün alınması anlamına gelir.



Şekil 1. Kesrin parça-bütün anlamı

Bölüm Anlamı:  $\frac{a}{b}$  kesri bir bölme işleminin sonucunu gösterir. Kesirler bölme anlamını eşit paylaşma ortamlarından alır. Eşit paylaşma ortamları kesir kavramının ve kesirlerle ilgili kavramların öğretimi için zengin bir içerik sağlar (Streefland, 1991). 3 elmanın 4 çocuk tarafından paylaşılması gibi.



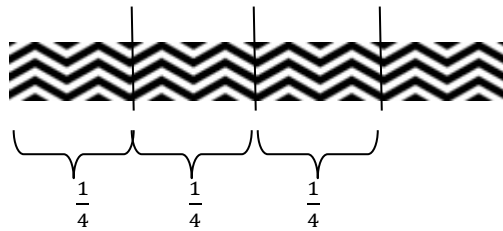
Şekil 2. Kesrin bölüm anlamı

Oran Anlamı:  $\frac{a}{b}$  kesri bir a niceliğinin b niceliği ile kıyaslanmasını gösterir (Acar, 2010). İki miktar arasındaki ilişkiyi açıklar (Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2014). Kesirlerde oran alt bölümü iki miktar arasında bir karşılaştırma kavramı taşır. Bu nedenle oran, sayıdan ziyade karşılaştırma göstergesi olarak kabul edilir (Carragher, 1996 Akt: Charalombous ve Pitta-Pantazi, 2007). Oran kavramı genellikle birbirini oranlama anlamında kullanılır. Lamon (1999), oranı aynı türden iki miktarın karşılaştırması olarak kullanmasına rağmen oran farklı türde iki miktarın karşılaştırılması olarak da kullanılabilir. Örneğin, bir sınıfta her 3 öğrenciye 4 çikolatanın düşmesi bu anlama örnek olabilir.



Şekil 3. Kesrin oran anlamı ((Lamon, 1999)'dan alınmıştır.)

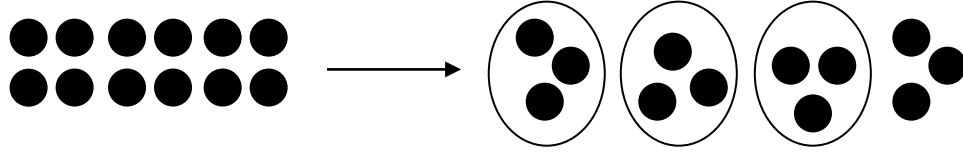
Ölçme Anlamı: Ölçüm olarak, kesirler bir ölçme işleminin sonucunu gösterirler (Acar, 2010). Ölçme bir uzunluğu belirledikten sonra başka bir uzunluğu ölçmek için o uzunluğu ölçme aracı olarak kullanmaktır (Van De Walle vd., 2010). Bu durumda kaç tane parça sorusunu sormak yerine ne kadar sorusuna odaklanılır (Behr, Lesh, Post ve Silver, 1983)  $\frac{3}{4}$  m kumaş örneğinde olduğu gibi, burada kesrin sıklıkla bir sayı doğrusu tarafından eşlik edilen sabit bir çokluğu gösterir.



Şekil 4. Kesrin ölçme anlamı

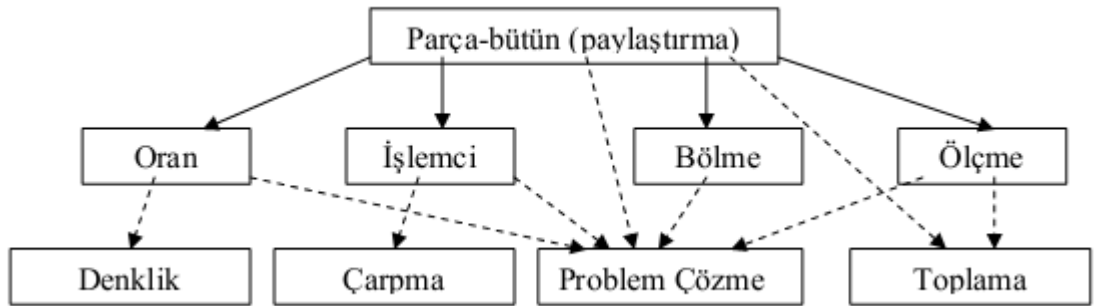
İşlemci (Operatör) Anlamı: Kesrin işlemci anlamında kesir bir sayıya, nesneye ya da kümeye uygulanan bir işlemdir. Belli bir miktarın büyütülmesi veya küçültülmesi anlamına gelmektedir (Alacacı, 2010). Burada işlem, payın eldeki

miktara uygulanması daha sonra da bu sonuca paydanın uygulanması olarak veya önce paydanın daha sonra payın uygulanması şeklinde yapılır (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2005). Örneğin 12 bilyenin  $\frac{3}{4}$ ' ü gibi.



Şekil 5. Kesrin işlemci anlamı

Kesrin farklı anlamları birbiriyle doğrudan ilişkili olduğu gibi kesirlerle işlemler de ilişkilidir. Behr, Lesh, Post ve Silver (1983)'in ortaya koyduğu bu modele göre (Bkz. Şekil 6) parça-bütün anlamı diğer dört anlam için temel teşkil etmektedir. İşlemci anlamı çarpma işleminin öğretimi, ölçme anlamı toplama işleminin öğretimi, oran anlamı denklik kavramının öğretimi için en uygun anlamlardır ve tüm bu anlamlar problem çözme için gereklidir.



Şekil 6. Kesrin farklı anlamlarının işlemlerle ilişkisi (Behr, Lesh, Post ve Silver, 1983'den uyarlanmıştır.)

### 1.3. KESİR VE RASYONEL SAYI KARŞILAŞTIRMASI

Kesirler konusu sayılar içerisinde ayrı bir önem taşır. Kesirlerin daha genel hali bize rasyonel sayılar kümesini verir. Her doğal sayı ve tamsayı kesir olarak yazılabildiği için rasyonel sayılar kümesi bunları da kapsar (Zembat vd., 2013).

Kesir ve rasyonel sayı ifadeleri birbirinden farklıdır. Kesir kavramının anlamı sınırlı iken rasyonel sayı kavramını sınırlandırmanın doğru olmadığını ifade edilmiştir (Nieven, 1961; Akt: Zembat vd., 2013).

Lamon (2007)'a göre kesirle rasyonel sayılara aynı anlam yüklenmektedir fakat Lamon kesirlerin rasyonel sayıların alt kümesi şeklinde düşünülmesinin doğru olacağını belirtmektedir. Lamon kesirler ve rasyonel sayılar arasındaki farkları aşağıdaki tabloda ifade etmektedir.

**Tablo 1. Kesirler ve Rasyonel Sayılar Arasındaki Farklar**

Kesirler	Rasyonel Sayılar
$\frac{a}{b}$ şeklinde ifade edilirler.	$\frac{a}{b}$ şeklinden başka şekilde de yazılabilirler (yüzde şeklinde, devirli/devirsiz ondalık gösterim).
Pozitifdir ( $x = \frac{a}{b}$ , a ve b $\in \mathbb{Z}^+$ )	Negatif olabilir ( $x = \frac{a}{b}$ , a ve b $\in \mathbb{Z}$ , b $\neq 0$ )
Her kesre karşılık birçok denk kesir bulunur $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \dots$	Her kesre sadece bir rasyonel sayı denk gelir

Rasyonel sayılar,  $Q = \{ x : x = \frac{a}{b}, a \text{ ve } b \text{ tamsayı, } b \neq 0, a \text{ ve } b \text{ aralarında asal} \}$  ifadesi ile tanımlanmıştır (MEB, 2009). Kesirler ise sadece pay ve paydadan oluşan bir ifade olarak tanımlanmıştır. Bütün kesirler rasyonel sayı değildir. Örneğin  $\frac{3}{4}$  hem kesir hem rasyonel sayıdır. Buna rağmen  $\frac{\pi}{2}$  ifadesi kesir şeklinde yazılmasına karşın rasyonel sayı değildir. Tüm rasyonel sayılar kesir olarak yazılabilir, aynı zamanda ondalık kesir, yüzde gibi diğer formlarda da yazılabilir. Örneğin devirli ve devirsiz ondalık kesirler ve yüzdeler rasyonel sayıdır ve kesir olarak yazılabilirler,

fakat sürekli olduğu halde periyodik devretmeyen ondalık kesirler rasyonel sayılarla eşlenmezler (Yazgan, 2007).

#### 1.4. MATEMATİK ÖĞRETİM PROGRAMINDA KESİRLER

Ortaokul matematik müfredatını incelediğimizde kesirler konusunun tamsayılar konusunun ardından geldiğini görürüz. Bunun önemli sebeplerinden biri kesirlerin günlük hayatta sıkça karşımıza çıkmasıdır (Alacacı, 2010)

Kesirler ilkökul matematik müfredatında birinci sınıftan başlayarak tüm sınıflara yayılmış bir konudur. İlkokul birinci sınıfta kesirlerle ilgili sadece yarım kavramı üzerinde durulmuştur. Örneklerde öğrencilerden verilen şekillerin yarısını boyamaları ya da yarısı boyalı şekilleri seçmeleri istenmiştir (yarı çizgisi çekilmiştir). İkinci sınıfta bütün, yarım ve çeyrek kavramları arasındaki ilişkiyi açıklamaları beklenmiştir. Üçüncü ve dördüncü sınıflarda ise öğrencilerin kesirlerin pay ve paydalarının anlamını bilme, kesirlerin eşitliğini anlama ve kesirleri karşılaştırma işlemlerini yapabilmeleri beklenmektedir. Buna göre ilkökul matematik öğretim programında kesirler konusuna yönelik kazanımlar tablo 2’de sunulmuştur.

**Tablo 2.** *İlkokul Matematik Öğretim Programında Yer Alan Kazanımlar*

Sınıf Düzeyi	Kazanımlar
1	1.Uygun şekil veya nesnelere iki eş parçaya böler ve yarımını belirler. 2. Yarım ve bütün arasındaki ilişkiyi açıklar.
2	1. Bütün, yarım ve çeyrek arasındaki ilişkiyi açıklar.
3	1. Bir bütünü eş parçalara ayırarak eş parçalardan her birinin kesrin birimi olduğunu belirtir. 2. Payı paydasından küçük ve paydası en çok iki basamaklı doğal sayı olan kesirler elde eder. 3. Paydası en çok iki basamaklı doğal sayı olan en çok üç kesri karşılaştırır ve sıralar. 4. Bir çokluğun belirtilen kesrin birimi kadarını belirler.
4	1. Payı ve paydası en çok iki basamaklı doğal sayı olan kesirleri, kesrin birimlerinden elde ederek isimlendirir.

	<p>2. Payı ve paydası en çok iki basamaklı olan kesirleri sayı doğrusunda gösterir.</p> <p>3. Kesirleri karşılaştırır.</p> <p>4. Eşit paydalı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar.</p> <p>5. Payları eşit, paydaları birbirinden farklı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar.</p> <p>6. Bir çokluğun belirtilen bir basit kesir kadarını belirler.</p>
--	---

İlkokul matematik öğretim programı göz önüne alındığında Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014) nin belirlediği kesirleri anlama becerileri için birinci ve ikinci sınıfta yer alan kazanımlar daha çok kesirleri tanıma becerisine yöneliktir. Benzer şekilde üçüncü sınıfta matematiksel açıklama ve tanımlama becerisi ile kesirleri karşılaştırma becerilerine yönelik kazanımların yer aldığını görmekteyiz. Dördüncü sınıfta yer alan kazanımlar ise üçüncü sınıftaki becerilerin üzerine kesirlerin temsili ile ilgili ve kesir problemlerini çözebilme becerisine yöneliktir.

Ortaokul matematik öğretim programına göre beşinci sınıfta kesirleri sadeleştirme ve genişletmeye, ondalık gösterim ve yüzdeler konusuna giriş yapılarak kesirlerde ve ondalık gösterimlerde toplama ve çıkarma işlemlerine yer verilmiştir. Altıncı sınıfta kesirlerde ve ondalık gösterimlerde çarpma ile bölme işlemine, kesrin bölme ve oran ile ilişkisine değinilmiştir. Yedinci sınıfta ise rasyonel sayılar konusuna geçiş yapılmıştır ve sekizinci sınıfta da üslü sayılar konusunun içerisinde rasyonel sayılar kullanılmıştır. Buna göre ortaokul matematik öğretim programında kesirler konusuna yönelik kazanımlar tablo 3’te sunulmuştur.

**Tablo 3. Ortaokul Matematik Öğretim Programında Yer Alan Kazanımlar**

Sınıf Düzeyi	Kazanımlar
5	<p>1. Birim kesirleri sıralar.</p> <p>2. Birim kesirleri sayı doğrusunda gösterir.</p> <p>3. Tam sayılı kesrin, bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı olduğunu anlar ve tamsayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam</p>

<p>sayılı kesre dönüştürür.</p> <p>4. Bir doğal sayı ile bir bileşik kesri karşılaştırır.</p> <p>5. Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur.</p> <p>6. Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin katı olan kesirleri sıralar.</p> <p>7. Bir çokluğun istenen basit kesir kadarını ve basit kesir kadarı verilen bir çokluğun tamamını birim kesirlerden yararlanarak hesaplar.</p> <p>8. Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin katı olan iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini yapar ve anlamlandırır.</p> <p>9. Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin katı olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren problemleri çözer.</p> <p>10. Ondalık gösterimlerin kesirlerin farklı bir ifadesi olduğunu fark eder ve paydası 10, 100 ve 1000 olacak şekilde genişletilebilen veya sadeleştirilebilen kesirlerin ondalık gösterimini yazar ve okur.</p> <p>11. Ondalık gösterimlerin kesirlerin farklı bir ifadesi olduğunu fark eder ve paydası 10, 100 ve 1000 olacak şekilde genişletilebilen veya sadeleştirilebilen kesirlerin ondalık gösterimini yazar ve okur.</p> <p>12. Ondalık gösterimde virgölün işlevini, virgülden önceki ve sonraki rakamların konumlarının basamak değeriyle ilişkisini anlar; ondalık gösterimdeki basamak adlarını belirtir.</p> <p>13. Ondalık gösterimleri verilen sayıları sıralar.</p> <p>14. Ondalık gösterimleri verilen sayıları sayı doğrusunda gösterir.</p> <p>15. Ondalık gösterimleri verilen sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri yapar.</p> <p>16. Paydası 100 olan kesirleri yüzde sembolü (%) ile gösterir.</p> <p>17. Bir yüzdelik ifadeyi aynı büyüklüğü temsil eden kesir ve ondalık gösterimle ilişkilendirir; bu gösterimleri birbirine dönüştürür.</p> <p>18. Kesir, ondalık ve yüzdelik gösterimle belirtilen çoklukları</p>
--



	<p>karşılaştırır.</p> <p>19. Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulur.</p>
6	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Çoklukları karşılaştırmada oran kullanır ve oranı farklı biçimlerde gösterir.</li> <li>2. Bir bütünün iki parçaya ayrıldığı durumlarda iki parçanın birbirine veya her birparçanın bütüne oranını belirler; problem durumlarında oranlardan biri verildiğindediğerini bulur.</li> <li>3. Aynı veya farklı birimlerdeki iki çokluğun birbirine oranını belirler.</li> <li>4. Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir.</li> <li>5. Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.</li> <li>6. Bir doğal sayı ile bir kesrin çarpma işlemini yapar ve anlamlandırır.</li> <li>7. İki kesrin çarpma işlemini yapar ve anlamlandırır.</li> <li>8. Bir doğal sayıyı bir birim kesre ve bir birim kesri bir doğal sayıya böler, bu işlem anlamlandırır.</li> <li>9. Bir doğal sayıyı bir kesre ve bir kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır.</li> <li>10. İki kesrin bölme işlemini yapar ve anlamlandırır.</li> <li>11. Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder.</li> <li>12. Kesirlerle işlem yapmayı gerektiren problemler çözer.</li> <li>13. Bölme işlemi ile kesir kavramını ilişkilendirir.</li> <li>14. Ondalık gösterimleri verilen sayıları çözümler.</li> <li>15. Ondalık gösterimleri verilen sayıları belirli bir basamağa kadar yuvarlar.</li> <li>16. Ondalık gösterimleri verilen sayılarla çarpma işlemi yapar.</li> <li>17. Ondalık gösterimleri verilen sayılarla bölme işlemi yapar.</li> <li>18. Ondalık gösterimleri verilen sayılarla 10, 100 ve 1000 ile kısa yoldan çarpma ve bölme işlemlerini yapar.</li> <li>19. Sayıların ondalık gösterimleriyle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder.</li> <li>20. Ondalık ifadelerle dört işlem yapmayı gerektiren problemleri</li> </ol>

	çözer.
7	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Rasyonel sayıları tanır ve sayı doğrusunda gösterir.</li> <li>2. Rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade eder.</li> <li>3. Devirli olmayan ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade eder.</li> <li>4. Rasyonel sayıları karşılaştırır ve sıralar.</li> <li>5. Rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.</li> <li>6. Rasyonel sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapar.</li> <li>7. Rasyonel sayıların kare ve küplerini hesaplar.</li> <li>8. Rasyonel sayılarla çok adımlı işlemleri yapar.</li> <li>9. Rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.</li> <li>10. Birbirine oranı verilen iki çokluktan biri verildiğinde diğerini bulur.</li> <li>11. Oranda çokluktan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirler.</li> <li>12. Gerçek yaşam durumlarını, tabloları veya doğru grafiklerini inceleyerek iki çokluğun orantılı olup olmadığına karar verir.</li> <li>13. Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi tablo veya denklem olarak ifade eder.</li> <li>14. Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabitini belirler ve yorumlar.</li> <li>15. Gerçek yaşam durumlarını ve tabloları inceleyerek iki çokluğun ters orantılı olup olmadığına karar verir.</li> <li>16. Doğru ve ters orantıyla ilgili problemleri çözer.</li> <li>17. Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulur; belirli bir yüzdesi verilen çokluğu bulur.</li> <li>18. Bir çokluğu diğer bir çokluğun yüzdesi olarak hesaplar.</li> <li>19. Bir çokluğu belirli bir yüzde ile arttırmaya veya azaltmaya yönelik hesaplamalar yapar.</li> <li>20. Yüzde ile ilgili problemleri çözer.</li> </ol>
8	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bir tam sayının negatif kuvvetini belirler ve rasyonel sayı olarak</li> </ol>

	ifade eder. 2. Ondalık kesirlerin veya rasyonel sayıların kendileriyle tekrarlı çarpımını üslü olarak yazar ve değerini belirler. 3. Üslü sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapar. 4. Çok büyük ve çok küçük pozitif sayıları bilimsel gösterimle ifade eder.
--	--

Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014)'nin belirlediği kesirleri anlama becerileri göz önüne alındığında beşinci sınıfta, ilkokulda kazanılan becerilerin üzerine kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile bağlantısı ve kesir problemleri çözebilme becerisi eklenmiştir. Ancak sadece toplama ve çıkarma işlemi gerektiren problemlere yer verilmiştir. Çarpma ve bölme işlemine yer verilmemesi öğrencilerin bilişsel seviyelerinin yeterli olmamasından kaynaklanmaktadır. Altıncı sınıfta kesir problemlerinin çözebilme becerisi ile ilgili kazanımlara yer verilmiştir. Beşinci sınıfta verilmeyen çarpma ve bölme işlemlerine altıncı sınıfta yer almaktadır. Beşinci ve altıncı sınıfta kesirle ilgili Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014)'nin belirlediği tüm becerilere yönelik kazanımlar sunulmuştur. Böylece kesirlerle ilgili yedi anlama becerisi ilkokul birinci, sınıftan ortaokul altıncı sınıfın sonuna kadar olan dönemde verilmektedir. Ortaokulun son iki yılında ise kesirlerle ilişkili olarak oran-orantı, rasyonel sayılar ve üslü sayılar konularında kesirin farklı anlamlarına (örneğin oran anlamına) yönelik kazanım ve konulara yer verilmektedir.

#### 1.5. KESİR KONUSUNUN ÖĞRETİMİ VE KARŞILAŞILAN GÜÇLÜKLER

TIMSS, dört yılda bir dördüncü ve sekizinci sınıf öğrencilerine yönelik Uluslararası Eğitim Başarılarını Değerlendirme Kuruluşu (IEA) tarafından yürütülen bir eğitim taramasıdır. Öğrencilerin bilgi ve becerilerinin değerlendirildiği bu çalışmanın sonuçlarını takip ederek bundan faydalanmak Türkiye gibi eğitimde sorunları olan ülkeler için önemlidir.

İlk defa 1995 yılında başlayan değerlendirmeye Türkiye 1999 ve 2007 yıllarında sekizinci sınıfları ile katılmışken 2011 yılında hem sekiz hem de dördüncü sınıf öğrencileriyle katılmıştır. Sekizinci sınıf düzeyinde Türkiye'nin matematik

başarı puanı 1999 ve 2007 yıllarında birbirine yakın iken, 2011 yılında yaklaşık 20 puanlık anlamlı bir artış görülmektedir. Türkiye 2011 yılında dördüncü sınıf düzeyinde 50 ülke arasında 35. olmuş, sekizinci sınıf düzeyinde ise 42 ülke arasında 24. olmuştur. TIMSS (2011) değerlendirmesinde Türkiye, aldığı puan açısından TIMSS (2007)'ye oranla iyileşme göstermiş olsa da, matematik alanında hem dördüncü hem de sekizinci sınıf düzeyinde belirlenen TIMSS ölçek ortalamasının altında kalmıştır. TIMSS 2011 matematik raporu incelendiğinde dördüncü sınıfların sayılar konusunda %50, sekizinci sınıfların ise %30 başarılı olduğu görülmektedir. Kesirler konusunun sayılar içerisinde yer aldığını düşününce kesir konusunda öğrencilerin hala yaşadıkları güçlüklerin devam ettiği söylenebilir.

Çocukların matematiksel ilerlemesindeki en büyük engellerinden birinin kesirleri öğrenememek olduğu düşünülmektedir (Behr, Harel, Post ve Lesh, 1993). Son otuz yılda araştırmacılar ve akademisyenler öğrencilerin kesirleri öğrenirken karşılaştığı birçok zorluğu tanımlamıştır. Özellikle, öğrencilerin kesirleri anlamada karşılaştıkları engeller kesrin hem niteliğine hem de doğasına ya da kesir öğretmek için kullanılan öğretim yaklaşımlarına bağlı olduğu öne sürülmüştür (Behr vd., 1993; Lamon, 1999).

Kesirler ve kesirlerle ilgili anlamların anlaşılması problem çözme becerisinin ve üst düzey matematik konularının öğrenilmesi için önemlidir. Kesirler matematiğin tüm seviyelerinde önemli bir rol oynar ama bu durum sık sık öğretmen ve öğrenciler için zorluklara neden olur (Bezuk ve Bieck, 1993). Kesir öğretiminde karşılaşılan zorluklar arasında öğrencilerin kesir kavramını anlamak yerine ezberlemeyi tercih etmesi yatmaktadır. Diğer bir neden de kesirdeki pay ve paydayı iki farklı sayı olarak düşünmeleridir (Acar, 2010). Kesirler genellikle ders kitaplarda pay ve payda olarak tanımlanmakta, öğretmenler tarafından da bu şekilde anlatılmaktadır. Bu, kesirleri anlamaya çalışan öğretmen ve öğrenciler için kesirlerin tanımını sınırlandırmaktadır (Redmond, 2009).

Kesir öğretiminde yaşanan öğrenci yanılgılarından bir tanesi bütünü parçalardan oluştuğunu düşünülmesidir. Öğrencilere ilk öğretilecek şey, bütünü parçalarının her birinin eşit olacağıdır (Goularte,1998). Bu düşünce yerleştirilirse öğrenci kesrin sayıdan ziyade bütünü parçalarını temsil ettiğini daha iyi kavrar ve

bu bilgi pekiştireç görevi görür (Toluk, 2001). Kieren (1988), parçalara ayırma ile ilgili şemaların kullanılmasının kesir öğretiminde önemli olduğunu belirtir. Kesirlerde yaşanan güçlüklerin en belirgin sebeplerinden biri de parça-bütün anlamı üzerinde durularak diğer anlamlarına yeterince değinilmemesidir. Bir diğer yanılğı öğrenciler kesirleri karşılaştırırken tam sayılar gibi düşünerek büyük sayılı kesirlerin büyük olacağını düşünmektedir (Hart, 1980). Örneğin  $6/8 > 3/4$  gibi. Kesirlerle işlemlerde; toplama işleminde paydaların toplanılması, çarpma işleminde sonucun tam sayılardaki gibi büyük çıkmasının beklenmesi, bölme işleminde tam sayılardaki gibi sonucun küçük çıkmasının beklenmesi gibi yanılığlar mevcuttur (Alacacı, 2010).

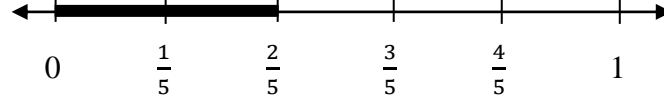
Genel olarak bakıldığında kesir öğretiminde yeterli altyapı oluşturulmadan öğrencilerin hesaplamalara başlatılması (Işıksal, 2006) ve kavramsal anlamaya yönelik etkinliklere yeterince yer verilmemesi (Pantziara ve Philippou, 2012; Redmond, 2009), bu zorluğun başlıca nedenleri arasında yer almaktadır. Kesirleri öğretirken konuyla ilgili kavramlar öğrencilere tek tek anlatılmalı daha sonra bu kavramlardan bütüne ulaşılmalıdır (Mack, 1995).

Kesirler öğretilirken tamsayılarla karışacağına inanılan yaygın bir inanış vardır. Örneğin Post, Cramer, Behr, Lesh ve Harel (1993) bunu şöyle yorumlamıştır: Çocuklar kesirler veya ondalık sayıları öğrenirken onları doğal sayılar gibi düşünmektedirler. Örneğin aynı paya sahip  $1/2$  ve  $1/3$  kesirlerinin hangisinin büyük olduğu sorulduğunda öğrencilerin doğal sayıların karşılaştırılmasında olduğu gibi  $1/3$  kesrinin  $1/2$  kesrinden 3, 2 sayısından daha büyük olduğu için büyük olduğunu düşünürler. Yeni kavramın gelişimiyle geçici olarak bu durum sıklıkla ortaya çıkar (Steffe ve Olive, 2010).

Kesir öğretiminde Davis, Hunting ve Pearn (1993) ve Kieren (1988) kesrin özelliklerini ortaya koyan geometriksel modellerin kullanılmasını önermektedir. Alacacı (2010) ise kesirler konusunun anlatımında kullanılan modelleri daha özel düşünerek dört farklı kategoriye ayırmıştır: çizgi, küme, bölge ve alan modelleri.

Çizgi modelinde çizgi, kesrin paydasındaki sayı kadar eşit parçaya ayrılır ve kesrin payındaki sayı kadar parça işaretlenir. Sayı doğrusu modeli de çizgi modeli içerisinde bulunmaktadır. Çizgi modeli genelde uzunluk ölçen sorularda kullanılır

(Çelik, 2015). Örneğin  $\frac{2}{5}$  kesrinin gösteriminde sayı doğrusu kullanılarak çizgi modeli gösterilmiştir.



**Şekil 7.** Kesrin çizgi modeli ile gösterimi

Küme modelinde bir grup nesne bütünü temsil eden kümeyi oluşturmakta, bu kümenin bazı elemanları diğerlerinden ayrı özellikleri nedeniyle kesir gösteriminde kullanılmaktadır (Alacacı, 2010). Bu model genelde sayılabilen ve bölünemeyen nesnelere (insan, kalem, hayvan, araba vs.) için kullanılır. Örneğin 2 tane siyah bilyenin 5 tane beyaz bilyeye oranı küme modeli ile gösterilmiştir.



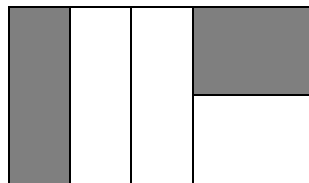
**Şekil 8.** Kesrin küme modeli ile gösterimi

Bölge modelinde basit geometrik şekiller kesrin paydasındaki sayı kadar eşit parçaya bölünür ve kesrin payındaki sayı kadar parça taranır. Bu modelde önemli olan parçaların aynı alana ve aynı şekle sahip olmasıdır (Alacacı, 2010). Örneğin bir şeklin 5 tane eşit parçaya ayrılıp 2 tanesinin seçilmesi bölge modeli ile gösterilmiştir.



**Şekil 9.** Kesrin bölge modeli ile gösterimi

Alan modeli, bölge modeline oldukça benzemektedir. Bu nedenle bölge modelini alan modeli olarak kabul edenler de vardır ama Alacacı (2010)'ya göre bölge ve alan modelini ayıran tek fark, bölge modelinin parçalarının aynı şekle ve alana sahip olması ama alan modelinin parçalarının aynı alana sahipken aynı şekle sahip olmak zorunda olmamasıdır.



**Şekil 10.** Kesrin alan modeli ile gösterimi

Matematik derslerinde kullanılan materyallerin temel amacı modelleme yoluyla öğrencinin matematiksel kavramları, işlemleri ve ilişkileri anlamasını kolaylaştırmaya katkıda bulunmaktır. Materyaller, öğrencilere soyut olan matematiksel kavramların neyi ifade ettiklerini daha iyi anlama fırsatı verirler (Fuson ve Briars, 1990; Jacobson ve Lehrer, 2002). Bu amaçla kesirler konusunun öğretiminde de çeşitli materyaller kullanılmaktadır. Kesir takımı ele alınan bir bütünün farklı büyüklükte eş parçalara ayrılmış, bu eş parçaların birleşmesinden aynı büyüklükte bütünler elde edilebilen çubuklardır. Kesir takımı, kesirleri karşılaştırma, sıralama, kesirleri toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini modellemekte kullanılır. Şeffaf kesir kartları asetat üzerine çizilerek oluşturulur ve kesirlerle toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini modellemede kullanılır. Onluk taban blokları; ondalık kesirleri karşılaştırma, sıralama, ondalık kesirlerle toplama, çıkarma ve bölme işlemlerini modellemede kullanılmaktadır (MEB, 2009).

#### 1.6. ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL KAVRAMLARI ANLAMALARINI BELİRLEMeye YÖNELİK GELİŞTİRİLEN TEORİLER

Öğrencilerin matematiksel bir kavramı nasıl anladıklarını incelemek için geliştirilmiş birçok anlama teorisi bulunmaktadır. Bu tezin amacı öğrencilerin kesirleri anlama bencirlerini belirlemek olduğundan öğrencilerin kesirleri anlamalarını incelemeye kullanılan bazı genel matematik anlama teorileri ile kesirlere yönelik geliştirilmiş anlama teorileri aşağıda ayrıntılı olarak incelenmiştir.

##### 1.6.1. Skemp (1987)'in Matematiksel Anlama Teorisi

Skemp (1987) matematiksel anlama görüşlerini ilişkisel (relational understanding) ve işlemsel (instrumental understanding) anlama başlıkları altında gruplandırmıştır. İlişkisel anlama hem kavramların hem de işlemlerin anlaşılmasını içermektedir. Kavramsal bilginin (conceptual understanding) çekirdeğinde matematiksel fikir ve kavramların arasındaki ilişki veya bağlantıların anlaşılması vardır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Bu anlayış türü bağlantılı bir bilgi ağı olarak algılanabilir. Bir kavramsal bilgi birimi, yalıtılmış bir bilgi parçası olamaz; daha ziyade diğer bilgi parçalarıyla bir ilişki veya bağlantısı olmalıdır. En basit haliyle işlemsel bilgi bir matematiksel görevin başarılması için gereken semboller, beceriler, kurallar, adım adım algoritmalara odaklanır (Aksu, 1997; Ashlock, 2002). Kavramsal

ve işlemsel bilgi matematiksel anlamanın en önemli yönleri olarak görülmektedir. Öğrenciler, bağlantı ve ilişkileri görebilmek için kavramları yöntemlerle eş zamanlı olarak öğrenmelidir (Carpenter, 1986). Mantık olmaksızın işlemsel anlama veya öğrenme, anlamlandırmaksızın hesaplamaya, ölçümlemeye ve problem çözmeye odaklanır. Öğrenciler kavramsal mantık olmadan bağlantı kuramazlar.

Matematiğin yalnızca uyulması gereken bir kurallar bütünü olduğuna inanan öğrencinin amacı bir matematik problemini işlemsel olarak anlamaktır. Skemp (1987) bu tür öğrenmenin üç avantajından bahsetmektedir:

1. İşlemsel matematiği anlamak genellikle daha kolaydır.
2. Getirileri daha çabuk ve daha gözle görülür olur.
3. Kişi doğru cevabı genellikle daha çabuk elde eder.

Bunun aksine ilişkisel anlama, sadece işlemsel anlama sergileyen öğrencilerin nadiren sergileyebileceği şekilde, öğrencilerin daha önce öğrendikleri yöntemleri yeni görevler başarmak için uyarlayabilmeleri fırsatını sunar. İlişkisel anlamaya sahip olan öğrenciler kendi deneyimlerinden, sosyal etkileşimden ve akran etkileşiminden bilgi oluşturabildikleri için problem çözmeye kullanılan yöntem ve stratejileri hatırlamaları da daha kolay olur. Skemp (1987) ayrıca ilişkisel anlama için eğitim verilirken daha fazla matematiksel içeriğin kullanılabilmesine de inanmaktadır. Bu tür matematiksel anlayış için “öğrencinin şeması içerisinde herhangi bir başlangıç noktasından herhangi bir bitiş noktasına ulaşmak için (prensipte) sınırsız sayıda plana ulaşabileceği kavramsal yapılar (ya da şemalar) üretebilmesi” gerekir. İlişkisel anlamaya ulaşabilmek için matematik öğretmenin öğrenciye matematikte kavramsal ve işlemsel bilgi geliştirmede ve bunlar arasındaki bağlantı ve farkları görmede yardımcı olması gerekir.

Hem Skemp (1987) hem de Hiebert ve Lefevre (1986) matematik işlemlerinin hafızaya alınması, hatırlanması ve etkili kullanımı için her iki anlama türünün ilişkilendirilmesi gerektiğini savunmuşlardır. Öğretmenlerden sınıf içi uygulamalarında doğru hesaplamaktan ziyade matematiksel fikir, ilişki ve kavramlar için daha derin bir anlayışa yönlentmeleri istenmektedir (NCTM, 2000). Bu nedenle öğrencilerinde kavramsal anlamayı geliştirmek isteyen öğretmenlerin matematik



öğretiminde çocuklarda matematiksel düşünme konularında bilgi ve bu bilgileri uygulamaya koymaya yönelik pedagojik becerilere sahip olmaları zorunlu hale gelmektedir.

### **1.6.2. Herscovics ve Bergeron (1988)'un Matematiksel Anlama Teorisi**

Herscovics ve Bergeron (1981) anlamının dört derecesini tanımlayan bir model geliştirmişlerdir. Bu dereceler sezgisel anlama (intuitive understanding), birincil kavrama (initial conceptualization), soyutlama (abstraction) ve kurallaştırma (formalization) olarak adlandırılmıştır. Bu modelin matematiksel kavramların analizinde çok az kullanıldığı görülmektedir. Bunun nedeni modelde yer alan seviyeler arasında bazen ayırım yapmak oldukça güçtür. Bu durumda Herscovics ve Bergeron (1988) bu anlama modeline bir açıklık getirmek zorunda kalmış ve modeli anlamının fiziksel özelliklerini de içeren bir seviyeye taşımışlardır.

Bu genişletilmiş anlama modeli (Herscovics ve Bergeron, 1988) matematiksel kavramların yapısını ikiye böler. Bu matematiksel kavramlar gerçek yaşamdaki objeleri iki basamaklı bir modelle tanımlamaya çalışmıştır. İlk basamak, fiziksel kavramları üç farklı seviyede tanımlar. İkinci basamak ise matematiksel kavramları anlamaya yönelik üç dış unsurdan bahseder. "Fiziksel objeleri içeren durumlara ilişkin düşünme ve gözlem sonucu ortaya çıkan anlama (mantıksal-fiziksel anlama) matematiksel objeleri içeren durumları inceleyerek ve düşünerek ortaya çıkan anlamadan (mantıksal-matematiksel anlama) önemli ölçüde farklıdır; ilki doğal ve gerçektir, diğeri yapay ve soyuttur." (Boulet, 1998).

İlk basamağa ait üç seviye şu şekildedir: içgüdüsel anlama, mantıksal-fiziksel kurallı anlama ve mantıksal-fiziksel soyutlama

*İçgüdüsel öğrenme:* Kavramın var olan küresel algısını temsil eder; öncelikli olarak görsel algıya dayalı bir düşünme biçiminden ortaya çıkar; yaklaşık değerler elde etmenizi sağlar.

*Mantıksal- fiziksel kuramsal anlama:* Öğrencilerin kendi içgüdüsel bilgileriyle ilişkilendirdiği ve uygun bir şekilde kullandığı mantıksal-fiziksel prosedürlerin kazanımıdır.

*Mantıksal- fiziksel soyutlama:* Bu anlama çeşidi mantıksal-fiziksel değişkenlerin oluşturulması ya da mantıksal fiziksel aktarımların dönüşümü ve birleştirilmesiyle ilgilidir. Başka bir tabirle genelleme olarak bilinir.

Matematik öğretimi ve öğrenimi genellikle semboller ve numaralardan ibaret olarak bilinir, fiziksel objelerle ilgili olarak görülmez. Bu sebeple Herscovics ve Bergeron (1988)'un modeli matematiksel kavramın kendisiyle ilgilenir (Boulet, 1998). Birinci basamakta yer alan anlama seviyelerinin ikinci basamakta yer alan bölümler için gerekli olduğunu unutmamak gerekir. Boulet (1993) bunu şu şekilde ortaya koymaktadır: "Modelin ilk basamağında tanımlanan kavramları anlamadan, bu seviyede bir anlama yapay ve geçici olacaktır... Aslında bu tamda gerçek fiziksel dünya ile basit (temel) matematiksel kavramların arasındaki bağlantıyı ortaya koyar." İkinci basamak üç yapı taşından oluşur: mantıksal- matematiksel kuramsal anlama, mantıksal- matematiksel soyutlama ve biçimlendirme. Bu noktada Herscovics ve Bergeron (1988)'un modelinde "seviye-derece" kelimesi "yapı taşı" olarak değişikliğe uğrar. Bunun amacı "aşırı derecede hiyerarşik bir yorumlama"dan kaçınma olarak gösterilir (Herscovics ve Bergeron, 1988).

*Mantıksal- matematiksel kuramsal anlama:* Anlamanın bu yapıtaşında, öğrenen belirgin olan mantıksal- matematiksel yöntemleri sahiplenir. Öğrenen bu yöntemleri en başından beri uygun bir şekilde kullandığı fiziksel kavramlarla ilişkilendirebilir.

*Mantıksal - matematiksel soyutlama:* Mantıksal-fiziksel değişmezlerle ya da mantıksal-matematiksel aktarımlar ve işlemlerle ya da biçimlendirmeye birlikte mantıksal matematiksel değişmezlerin oluşumunu açıklar.

*Biçimlendirme:* Anlamanın bu unsuru değişik matematiksel formüllerin dereceli gelişmesini içerir. Bu yapıtaşı "belirli ve kabul görmüş matematiksel kanıtlar" olarak tanımlanır (Boulet, 1998). Ortaokul seviyesinde, bu durum önermelerin keşfi ve bu önermelerin mantıklı bir şekilde doğrulanma becerisi olarak görülür. Biçimlendirme aynı zamanda matematiksel formülleri resmi bir tanımlamaya çevirmeyi de içerir. Ayrıca formüller için matematiksel sembollerin

kullanımı da biçimlendirmenin içinde yer alır. Araştırma literatürü (Saxe, Taylor, McIntosh ve Gearhart, 2005) aksine şunu belirtir: Öğrencilerin kesirlerle ilgili standart formül bilgisi ve parça-bütün ilişkileri bağımsız bir şekilde farklı kapsamlara girebilir.

### **1.6.3.Hiebert ve Carpenter (1992)’in Matematiksel Anlama Teorisi**

NCTM (1989), iletişim standartlarında matematiksel anlamayı bir matematiksel fikri çoklu yollarla temsil edebilme ve farklı temsiller arasında bağlantı kurabilme yeteneği olarak tanımlar. Matematiksel fikirler hakkında düşünebilmek için bunların içsel olarak temsil edilmesi gerekir fakat bu zihinsel temsiller gözlemlenemez. Bu durum bilişsel bilimin zihinsel temsilleri bir inceleme alanı olarak ele almasına neden olmuştur (Ashcraft, 1982; Greeno, 1991; Hiebert ve Carpenter, 1992).

Hiebert ve Carpenter (1992) de bu görüş doğrultusunda “matematik anlayışıyla ilgili bir dizi konuyu” analiz etmede ışık tutacak yapısalcı bakış açısından anlayışı ele almak için bir çerçeve ortaya koymuşlardır. Matematiksel fikirlerin içsel ve dışsal temsilleri arasında bir ayırım yapıp matematiksel fikirleri düşünmek ve dile getirmek için insanların bir şekilde bunları temsil etmeleri gerektiğini öne sürmüşlerdir. Dile getirme; konuşma dili, yazılı semboller, çizimler veya somut nesnelere şeklinde temsillerin dışsal olmasını gerektirir. Matematiksel fikirler ancak insanlar onları ifade edebildiğinde somutlaşır. Öğrenciler fikirlerini birbirlerine ifade ederek doğal dilin gizlediği ancak kesin matematik dilinin ayırım yaptığı anlamdaki küçük farkları anlamaya başlar (Silver, Kilpatrick ve Schlesinger, 1990; Lesh, Post ve Behr, 1987).

Öğrenici tarafından matematiksel fikirlerin dışsal temsilleri arasındaki bağlantılar, aynı fikrin güçlü yanları arasında ya da bağlantılı matematiksel fikirler arasında yapılandırılabilir (Hiebert ve Carpenter, 1992). Bu bağlantılar genellikle benzerlik veya farklılık ilişkilerine dayanır. Aynı temsil içerisindeki bağlantılar, kalıp ve düzenleri tespit ederek oluşturulur.

Fikirlerin içsel temsilleri arasındaki ilişki bir bilgi ağı oluşturur. Bu durumda anlama, bilginin temsil edilme biçimidir. Bu nedenle bir matematiksel fikir, işlem ya da gerçek bir iç ağın parçası olursa anlaşılır. Zihinsel temsil ağları, ağa yeni bilgi

eklendikçe veya daha önce bağlantısız olan bilgiler arasında yeni bağlar kuruldukça aşamalı olarak gelişir. Ağ daha da büyürse ve daha düzenli hale gelirse anlama artar; bağlantılar zayıf olduğu ya da bulunmadığı için kullanılmaz halde ise anlama kısıtlı olur (Hiebert ve Carpenter, 1992).

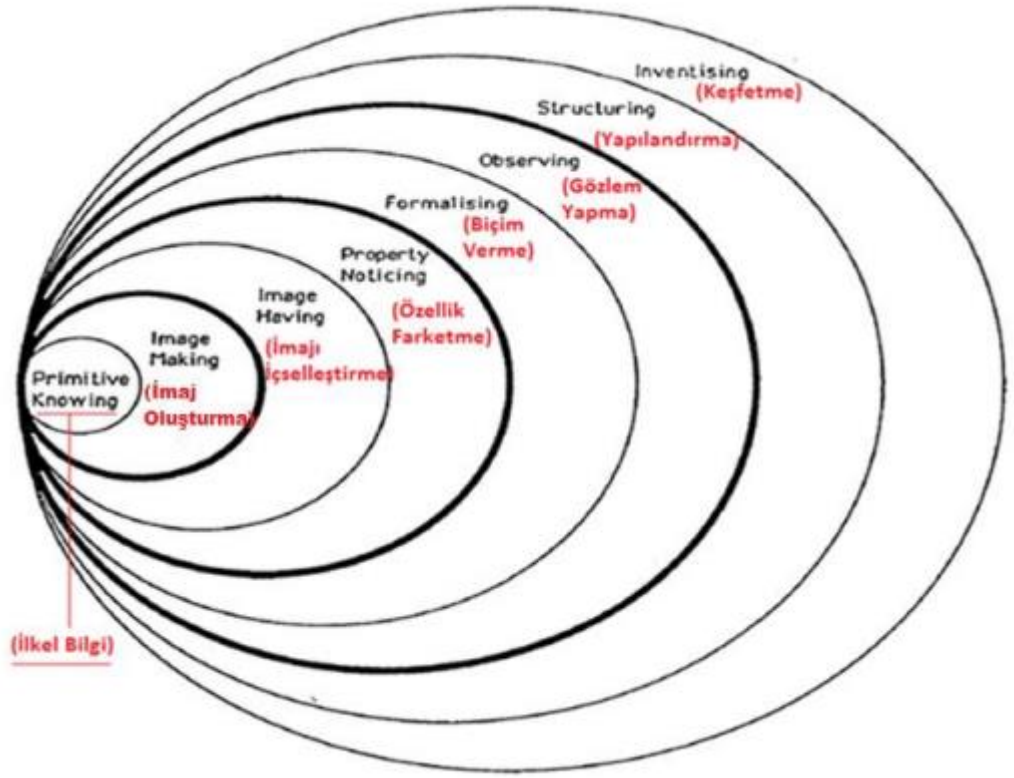
#### **1.6.4. Pirie ve Kieren (1992)'in Matematiksel Anlama Teorisi**

Pirie (1988) öğrencileri gözlemlediğinde bir çeşit matematiksel anlama sergilediklerini fark etmiştir. Pirie (1988) anlamanın sürecini izlemede gözle görülür kategoriler elde etmeyi düşünmüştür. Pirie ve Kieren (1991) bunun üzerine dinamik, bütüncül ve seviyelerden oluşan bir teori ortaya koydular. Pirie ve Kieren (1994)'in teorisine göre matematiksel anlama insanın içindeki bir süreçtir. Pirie'nin böyle bir teori ortaya koyma sebebi Skemp (1987)'in geliştirdiği teoriyi yetersiz görmesidir. Pirie'nin teorisi kendini yineleyen bir teoridir. Pirie ve Kieren (1989) çalışmalarında matematiksel kavramların öğrenciler tarafından anlaşılmanın nasıl olduğunu ve bu teoriyi nasıl kullanacaklarını açıklamıştır.

Pirie ve Kieren (1992)'in teorisine göre kendi kendini yineleyebilir demek belirledikleri seviyedeki anlayış başka bir seviyedeki anlayışa benzeyebilir, çağrışım yapabilir.

Pirie ve Kieren'nin geliştirdikleri modelde 8 basamak bulunmaktadır:

- 1) İlkel Bilgi ( Primitive Knowing)
- 2) İmaj Oluşturma (Image Making)
- 3) İmajı İçselleştirme ( Image Having)
- 4) Özellik Farketme ( Property Noticing)
- 5) Biçim Verme (Formalising)
- 6) Gözlem Yapma (Observing)
- 7) Yapılandırma (Structuring)
- 8) Keşfetme (İnventising)



**Şekil 11.** Pirie ve Kieren (1994)'ın matematiksel anlama modeli (Arslan, 2013'ten alınmıştır.)

Bu teori ile ilgili ilk çalışmalar 1989'da başlamıştır ve süreç içerisinde her basamağı isimlendirmede değişiklikler olmuştur.

İlk seviyede ilkel bilgi yer almaktadır. Burada ilkel bilgi ile az miktarda bilgiye sahip olmanın yanı sıra matematiksel anlamının başlaması için bir başlangıç noktasına sahip olma da ifade edilir.

İkinci seviye ile öğrencinin sahip olduğu bilgisini yeni bir yolla kullanmasıdır. Bu anlama basamağına yeni bir yol kullanıldığı için imaj oluşturma ismi verilmiştir.

Üçüncü seviyede öğrenci yeni yolla yanlış bilgilerini bırakıp imaj oluşturarak yeni bilgisini elde eder. Bu seviyede öğrenciden zihinsel olarak bir yapılanma beklenmektedir.

Dördüncü seviyede öğrencinin içselleştirdiği imajları karşılaştığı yeni durumlarda gerektiği şekilde kullanarak tutarlı kavramlar üretmesi beklenmektedir.

Özellik farketme olan bu seviyede öğrenci, karşılaştığı durumun farklı özelliklerini nasıl biraraya getireceğini anlar.

Biçim verme düzeyinde öğrenci fark ederek bir araya getirip kişiselleştirdiği özellikleri bir yöntem olarak tasarlar. Bu seviyedeki öğrenci matematiksel bir tanım yapabilecek durumdadır.

Gözlem yapma basamağında, biçim vermeyi başarmış öğrenci yaptıklarını düzenleyerek dışa yansıtır.

Yapılandırma ile öğrencinin yaptıklarını yorumlamasıyla bağımsız bir yapıdan bahsedilir.

Keşfetme olan son basamakta öğrenci yeni bir bakışa sahip olup özgün ve yeni sorular ortaya koyar.

Bu teorinin aynı zamanda üç tane özelliği vardır:

- 1) Geri Dönme (Folding Back)
- 2) İşe Koyulma ve Dışa Vurma
- 3) İhtiyaç Olmayan Sınırlar

Geri dönme özelliği matematiğin tek yönlü olmayan yapısını ortaya koyar ve anlamının gelişimi için önemlidir. Herhangi bir seviyede sorunla karşılaşıldığında ve bu soruna çözü üretilemediğinde öğrenci daha derine inerek geri dönüş yapmalı ki bu sorunu çözebilsin.

Diğer bir özellik olan işe koyulma ve dışa vurmadır. İlkel bilgidен sonra her seviyede bu tamamlayıcıları görürüz. Eğer bu tamamlayıcılar olmasaydı bir sonraki basamağa geçilemezdi. İşe koyulma ile zihinsel ve fiziksel çalışmalar, dışa vurma ile bu çalışmaların yapısının ortaya konulması kastedilmektedir.

Son özellik ise ihtiyaç olmayan sınırlardır. Burada eski anlamaların gerektiğinde kullanılması önerilmektedir. Sekiz basamaktan oluşan bu modelde belli bir basamağa sahip olan öğrenci artık geride bıraktığı diğer basamağı kullanmayabilir.

#### **1.6.5. Behr, Lesh, Post ve Silver'ın Anlama Modeli**

Behr, Lesh, Post ve Silver (1983)'in Rasyonel Sayı Kavramları (Rational Number Concepts) adlı çalışmalarında Kieren'in kategorilerini yeniden tanımlayıp bunları yedi alt maddeye ayırmışlardır. Bu alt maddeler ölçüm, oran, orantı, bölüm, lineer koordinat, ondalık sayılar ve işlemciden oluşmaktadır. Kieren (1976)'ın tanımladığı alt maddelerden farklı olarak orantı ile iki miktar arasındaki ilişki, ondalık sayılar ile kesrin dönüştürülmüş hali kastedilmektedir. Lineer koordinat ise Kieren (1976)'ın ölçüm anlamıyla ilişkilidir. Uzaklık, yoğunluk, bütünlük gibi sayı doğrusunun metrik topolojisi ile ilişkilendirilmektedir.

Bu çalışma daha sonra Cramer, Behr, Lesh ve Post (1997) tarafından "Rasyonel Sayı Projeleri" kapsamında incelendiğinde işlemci alt yapısı üç farklı kavramsal taslağa ayrılmıştır. Bunlar çoğaltıcı/ayırıcı-küçültücü, genişletici/daraltıcı ve çarpan/bölendir. Birimin kavramsallaştırılması genellikle "temel bir potansiyel alt madde" olarak rasyonel sayının gelişimini destekleyen bir strateji olarak sunulmaktadır (Behr, Harel, Post ve Lesh, 1983). Detaylı bir matematik modeli olan Rasyonel Sayı Projesinin alt maddeler arasında teorik ve kuramsal ilişkiler içermesine rağmen model deneysel olarak test edilmemiştir. Rasyonel Sayı Projesi öğrencileri 2. sınıftan 8. sınıfa kadar takip etmiş ve zamanla çeşitli alt maddelerin gelişimini, farklı temsil sistemlerinin etkilerini ve rasyonel sayılar fikirlerinin gelişiminde çeşitli müdahalelerin etkilerini incelemiştir. Rasyonel Sayı Projesinin teorik temeli Kieren (1976)'ın alt maddeler üzerinde çalışmasına, Post ve Reys(1979)'in Dienes'in algısal ve matematiksel değişkenlik prensiplerini kullanmalarına ve Lesh (1979)'in matematiksel kavram edinimi ve kullanımıyla bağlantılı temsil biçimleri incelemesine dayanmaktadır.

#### **1.6.6. Streefland'ın Anlama Modeli**

Streefland kesirleri matematik öğretim programı ve eğitim açısından ele almıştır (Streefland, 1991; Streefland, 1993). Çalışmaları, kesirleri kendisinin adlandırdığı şekliyle "gerçekçi" bir çerçeveye yerleştirir. Streefland'ın çalışmaları, kesirleri anlamak için belirli bir model geliştirmekten çok kesirleri öğretmek için bir yöntem geliştirmeye odaklanır. En çok vurguladığı nokta kesir bilgisini geliştirecek sağlam bir temel inşa etmektir. Bu temel de çocukların zamanla kesirleri anlamasını sağlayacak sağlam ve kapsamlı bir bağlamlar dayanağına oturmalıdır. Çocuklara verilen problemler hem bağlam hem de biçim olarak farklılık göstermektedir.

Streefland bilgisini paylaşırma durumlarında adil paylaşım/bölüşme konuları üzerine kurmaya başlamıştır. Bu “gerçekçi” dayanak kurulduktan sonra Streefland çocukların problemleri çözmesinde yardımcı olacak semboller, diyagramlar ve görsel modeller sağlamıştır. Örneğin “18 tane çikolatayı 24 çocuk arasında paylaşırın” problemini çözmek için Streefland sembolik gösterimi kullanmıştır. Bu da çocuk için durumla yakından ilişkili bir görsel imge sağlamıştır. Ayrıca 18 tane çikolatayla 24 çocuk arasındaki oranı vurgulamış ve çocuğa sembol üzerinde işlem yaparken oranı korumasını hatırlatmıştır. Çocuk sembolü her kullandığında paylaşılan şeyle paylaştırılan kişilerin sayısı arasındaki ilişkiyi yeniden düşünmek durumunda kalmıştır. Bu sembolik gösterim başka durumlarda da kullanılmıştır: oturma düzenlemeleri, kıyaslama, sıralama ve denklik.

Streefland ayrıca tasarladığı kesirler dersinin gelişimini takip etmek için eğitim prensipleri, öğretim süreci ve öğrenme süreciyle ilgili bir çerçeve de sağlamıştır. Streefland’ın kesirler dersine dahil ettiği, öğrenme sürecinin göstergelerinden biri “N-çeldirici” olarak bilinir. Temelde N-çeldiriciler, öğrencinin kesirleri parçalamasını ve pay ile payda üzerinde bağımsız işlemler yapmasına neden olan doğal sayı çeldiricileridir. Örneğin: 2 birim kırmızı ve 4 birim mavi karıştırılarak bir mor tonu elde edilmektedir. Bir öğrenciden 4 birim kırmızıyla aynı tonu elde etmesi istendiğinde öğrenci “2 birim fazla olduğu” için 6 birim maviyi seçmiştir. Streefland’a göre N-çeldiricilere karşı artan direnç kesirlere dair daha sağlam bir anlayış elde edildiğinin bir göstergesidir. N-çeldirici fikri çocuğun ya da öğretmenin belirli N-çeldiricilere karşı direnç geliştirip geliştirmedini görmeyi sağlayan yöntemler sunarak kesir bilgisinin değerlendirilmesini sağlar.

#### **1.6.7. Pantziara ve Philippou’nun Anlama Modeli**

Pantziara ve Philippou (2012), öne sürdükleri bu modellerinde öğrencinin kavramsallaştırma düzeyini; bir başka deyişle kesirlerin denkliği, karşılaştırılması ve toplanması kavramlarıyla beraber parça-bütün ve ölçüm düzeylerini incelemek için alt maddeler oluşturmuşlardır. Çalışmalarında daha çok parça-bütün ve ölçüm alt maddeleri üzerinde durmuşlardır. Bu iki alt maddenin seçilmesinin nedeni, öğrencilerin sürekli olarak parça-bütün alt maddesini ölçümlemede diğer alt maddelerle ilgili görevlerde olduğundan daha başarılı olduğunu; öte yandan



öğrencilerin ölçüm alt maddesiyle ilgili görevlerdeki performansının en düşük olduğunu gösteren çalışmalardır (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007; Hannula, 2003; Ni, 2001).

*Parça-bütün alt maddesi ve ölçüm alt maddesi:* Kesir kavramı genellikle devamlılık arz eden bir niceliği veya kesintili nesnelere eşit miktardaki parçalara veya alt kümelere bölümleyebilme yeteneği gerektiren parça-bütün alt maddesi ile tanıtılır (Lamon, 1999). Öğrencinin parça-bütün alt maddesinde ustalaşması için birtakım ilerici etkinlikler önerilmiştir. Öğrencilerin bir alan veya bir modeller kümesinin eşit boyutlarda parçalara ayrılıp ayrılmadığını anlayabilmesi ve bölümlenme ve birleştirilmeyi yani bir bütün verildiğinde kesir oluşturma ve kesir verildiğinde bütünü görebilme etkinliklerini yerine getirebilmesi gerekir.

Öte yandan ölçüm alt maddesi birkaç alt maddenin iç içe geçmesinin göstergesi olarak görülebilir (Hannula, 2003). Ölçüm alt maddesinde bir ölçüm sayı doğrusunda (ya da iki boyutlu modellerde bir bölgede) bir aralıkta tespit edilir, bir birim kesir tanımlanır ve tekrarlı şekilde önceden belirlenmiş bir başlangıç noktasına olan uzaklığın belirlenmesinde kullanılır (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007).

*Kesir denkliği:* Kesir denkliğini anlamak ilkokuldaki en önemli matematik fikirlerinden birini oluşturur ve öğrenciler için başlıca zor konulardan biridir (Ni, 2001). Bu zorluğun nedeni kavramın çarpımlı doğasına ve kesir kavramıyla ilgili diğer çeşitli alt maddelere bağlanmaktadır. Özellikle de bu zorluk işlemsel düşünmenin iki yönüne bağlıdır: Çarpımlı düşünme ve bütünü-parçaların korunması. Kamii ve Clark (1995)'a göre çarpımlı düşünme hiyerarşik bir yapı izler; örneğin  $4 \times 3$ 'ü düşünmek aynı zamanda "1 kere 3, 2 kere 3, 3 kere 3, 4 kere 3"ü ve tek seferde "4 kere 3"ü olmak üzere iki hiyerarşik seviyede düşünmeyi gerektirir. Ayrıca, kesir denkliği durumunda bütünü ve parçaların korunması durumu öğrencinin bir bütünü aynı parçasını örneğin hem  $3/12$  hem de  $1/4$  olarak düşünebilmesi yeteneğidir.

*Kesirlerin karşılaştırılması:* Kesirlerin karşılaştırılması iki kesrin arasındaki sıralama ilişkisini bulmayı içerir (Arnon, Nesher ve Nirenburg, 1999). Kesirleri karşılaştırmada anahtar öğelerden biri, birimin bölümlendiği parça sayısı ne kadar çok olursa kesir boyutunun o kadar küçük olacağını anlamasıdır (English ve

Halford, 1995). Kesirlerde sıralamayı başarmak için çocukların aynı paydaya sahip kesirler arasından payı büyük olanın daha büyük olduğunu ( $2/4 < 3/4$ ), aynı paya sahip kesirlerde ise paydası büyük olan kesrin daha küçük olduğunu anlaması gerekir. (örneğin  $3/4 > 3/5$ ) (Nunes, Bryant, Pretzlik, Evans, Wade ve Bell, 2004).

Kesirlerin toplanması: Öğrencilerin kesir kavramıyla ilgili yaşadıkları zorluklar kesir işlemlerine kadar uzanır; öğrenciler algoritmayı uygulayabilir ancak yaptıkları eylemlerin kavramsal anlayışa sahip olmayabilir veya sınırlı mantık fikrine sahip olabilir. Bunun muhtemel bir nedeni kesirlerin ders kitaplarında anlamsız yöntemler aracılığıyla sunulmasıdır (English ve Halford, 1995). Öğrenciler, sembolik yöntemler ve bunların işleme dökülmesiyle somut benzerleri arasında bağlantı oluşturma sürecine dahil olmayabilir. Kavramsal anlayışın bulunmaması öğrencilerde sadece işlemsel beceri gelişmesine neden olur.

#### **1.6.8.Nicolaou ve Pitta-Pantazi'nin Anlama Modeli**

Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2011), kesirleri anlama modelleri ile ilgili ilk çalışmaları Sierpinska, Nnadozie ve Oktaç (2002)'in teorisi üzerine kurulmuş ve diğer teorilerden de kavramlar ödünç almıştır. Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2011)'e göre kesirleri anlamayı oluşturacak seviyeleri şu şekilde sıralayabiliriz: tümevarımsal düşünme, tanımlamalar ve matematiksel açıklamalar, tartışma ve doğrulama, öğrencilerin kesirlerin büyüklüğüne ilişkin algısı, temsili ve kesirlerin diğer kavramlarla ilişkisi.

Nicolaou ve Pitta-Pantazi 2011 yılında öne sürdükleri kesirleri anlamamodellerini revize ederek 2014 yılında kesirleri anlama becerilerini sınıflandırmaya yönelik yeni bir anlama modeli öne sürmüşlerdir. Bu modeldeki anlama seviyeleri kesri tanıma, kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar, kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar, kesirlerin karşılaştırılması, kesirlerin temsili, kesirlerin ondalık yüzdeler ve bölme ile ilişkisi, kesir problemlerini çözebilme şeklinde sıralanmaktadır. 2011 yılındaki modelden farklı olarak 6 tane olan anlama seviyesinin 7'ye çıkarıldığı görülmektedir. Tümevarımsal düşünme becerisinin yerini kesri tanıma becerisi almıştır ve kesir problemlerini çözebilme becerisi eklenmiştir. Bu çalışmanın teorik çatısını Nicolaou ve Pitta-Pantazi'nin 2014 yılında ortaya attığı kesirleri anlama modeli oluşturmaktadır. Modelde yer alan her bir beceri (bkz. Şekil 12) aşağıda kısaca açıklanmıştır:

Kesirleri tanıma becerisi ile öğrencilerin bir kesrin diğer diğer kesirlerden farkını bulma, ortak özelliklerine göre kesirleri kategorilendirme, benzer kesirleri fark etme becerileri tespit edilmek istenmiştir (Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2014). Örneğin bu beceri için bir soruda payları aynı, paydaları farklı olan dört tane kesir verilerek ortak özelliklerini yazmaları istenmiştir.

NCTM (2000)'e göre bir dilin kullanımı ve iletişim becerisi kesirleri anlamada çok önemlidir. Niemi (1996b) öğrencilerin kesirlerle ilgili durumları açıklama becerisini "kesirleri derinlemesine anlamının" bir göstergesi olarak görmektedir. Kesirlerin tanımı ve matematiksel açıklaması becerisi ile "Kesir nedir?" diye sorulduğunda gerek sözel ifadelerle gerek çizimlerle arkadaşlarına anlatabilme, pay ve paydadaki değişimlerle kesrin yaşadığı değişimi açıklayabilme becerisi ölçülmüştür (Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2014). Örneğin bu beceride yer alan bir soruda öğrenciden bir arkadaşına kesri bir arkadaşına açıklaması istenmiştir. Açıklama yaparken örnek ve çizimlerden yararlanabileceği belirtilmiştir.

NCTM (2000)'e göre matematiksel kavramların anlaşılmasında muhakeme ve ispatın önemli olduğu düşünülmektedir. Öğrenci yeteneği olarak tanımlanan tartışma matematiksel bir durumun doğrulanması ya da yalanlanmasıdır (Duval, 1992/1993 Akt:Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2011). Tartışma ve savunma öğrencilerin kesirler hakkındaki anlayışlarını, bilgilerini, eksik ve yanlış yönlerini ortaya çıkardığı için önemlidir (Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2011). Kesirlerin tartışması ve savunması becerisi ile kesirler hakkında verilen ifadelerin doğru ya da yanlış olduğunu tespit ettikten sonra verdiği cevabı ne kadar savunabildiği görülmek istenmiştir. Öğrenciden bir nevi kendi düzeyinde ispat beklenmiştir. Örneğin bir soruda öğrenciye, bir kesrin pay ve paydasının iki ile genişletilince kesrin değerinin değişmeyeceği ifadesi verilmiştir. Bu ifadenin doğru ya da yanlış olduğunu belirttikten sonra öğrenciden düşüncesini açıklaması beklenmiştir.

Öğrencilerdeki ortak düşünce pay ve paydanın farklı iki sayı olarak görülmesidir. Pay ve paydanın birlikte bir durumu temsil ettiğini algılayamamaktadır. Kesirlerin karşılaştırılması ile kesirlerin büyüklük ilişkisi ve sıralama kastedilmektedir. Post, Behr ve Lesh (1986)'e göre kesirlerin karşılaştırılması, kesirlerin kavramsal olarak anlaşılmasına bağlıdır. Kesirlerin

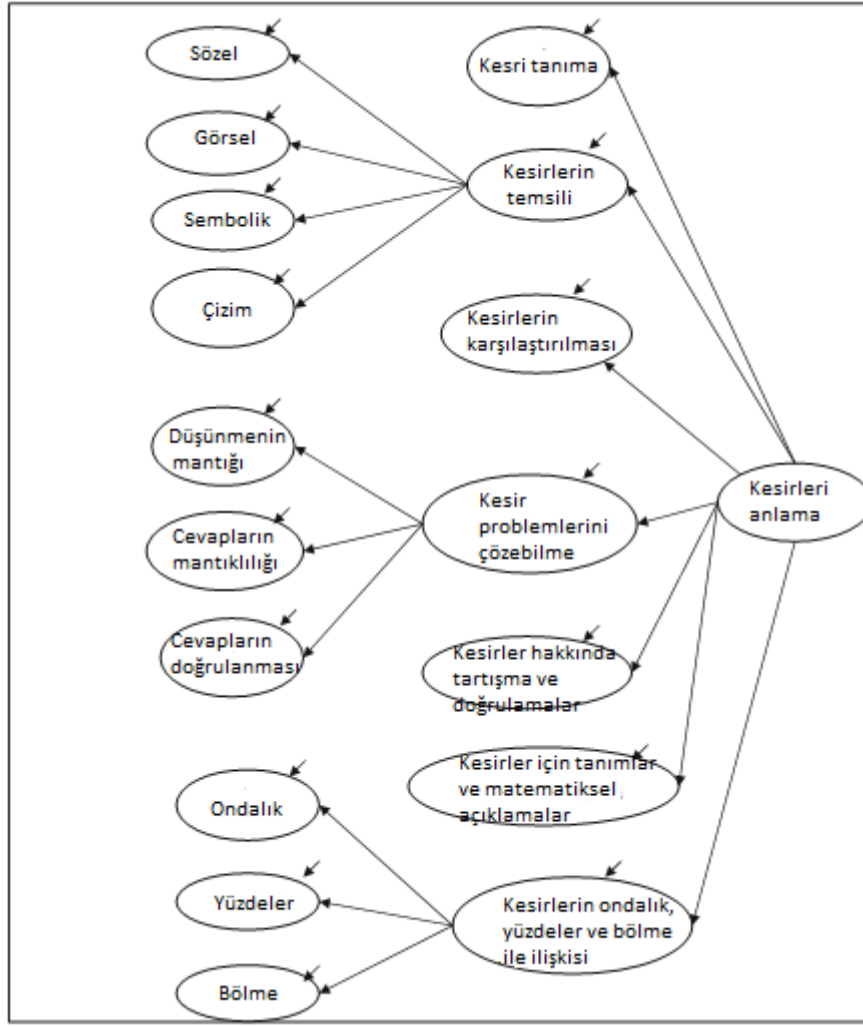
karşılaştırılması becerisi ile kesirleri kıyaslayarak büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe sıralama, verilen farklı kesir çeşitlerinden en büyük ya da en küçük olanı tespit etme becerisi ölçülmek istenmiştir. Örneğin bu beceri için bir soruda aynı paya sahip dört tane kesir verilerek büyükten küçüğe sıralanması istenmiştir.

Kesir öğrenimi ve öğretiminde temsil sistemlerindeki çeşitli türlerin kullanım amaçlarından biri kesri bir temsilden diğerine çevirebilme yeteneğidir (Lesh, Post ve Behr, 1987). Gagatsis, Michaelidou ve Shiakalli (2001) kesri anlamada önemli bir özellik olan bir temsilden diğer temsile çevirme yeteneği olduğunu iddia ediyor. Kesirlerin temsili becerisi ile sözel, görsel, sembolik ve çizim temsilleri arasından verilen bir ifadenin başka bir temsile dönüştürülme becerisinin olup olmadığı gözlemlenmeye çalışılmıştır. Örneğin bu beceride bir soruda dört tane şekil verilip şekillerin bir kısmı taranmıştır. Taralı parçaların çizgileri verilmeden her şeklin temsil ettiği kesri verilen üç kesirden seçmeleri beklenmiştir.

Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisinde kesrin ondalık ve yüzdeliğe çevrilmesi, kesrin diğer bir anlamı olan bölme ile olan ilişkisini kavrayabilmesi ön plana çıkar. Ondalık ve yüzdeliğe çevirmede kesrin diğer gösterim şekilleri kavranmış olur (Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2014). Örneğin bir soruda dört tane kesir verilerek her birinin ondalık gösteriminin yazılması istenmiştir.

Kesir problemleri çözebilme becerisinde öğrenciye verilen bir problemin öğrenci tarafından kavranması ve işlemlerini yapabilmesi incelenmektedir. Problem cümlesi şeklinde verilen sorularda işlem çözmenin yanında ayrıca soruyu anlayıp işlemi yazması daha zordur. Öğrencinin çözümleri incelendiğinde problemi anlayıp açıklamalarıyla bunu göstermesi beklenir. Çözümü yapılmış bir şekilde verilen problemlerde ise çözümün doğruluğunu kontrol etmesi sağlanarak problem çözme sürecini yorumlaması sağlanır (Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2014). Örneğin bir soruda verilen problemin çözümü yapılarak öğrenciden bu çözümün doğru ya da yanlış olduğunu tespit etmesi ve sonrasında düşüncesini açıklaması beklenmiştir.

Günümüzde kesri anlama ile ilgili çalışmalar yapılmıştır fakat bunların daha çok kavramsal ve işlemsel bilgi üzerine olduğu görülmüştür. Kesri anlama becerilerini incelemeye yönelik çalışmaların olmadığı görülmektedir. Bu alandaki boşluğu doldurmak ve kesir öğretimine yön vermek için bu çalışma yapılmıştır.



Şekil 12. Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014)'nin kesri anlama becerileri şeması

## 2.YAPILAN ÇALIŞMALAR

Kesirlerle ilgili yapılan çalışmalarda sıklıkla öğrencilerin kesir konusunda sahip oldukları yanlış anlama ve kavram yanılgılarına (Haser ve Ubuz, 2003; Mack, 1990; Streefland, 1991; Lamon, 2001; Martinie, 2007) ve kesirlerin öğrenilmesi ve öğretilmesinde yaşanan zorluklara (Soylu ve Soylu, 2005; Ersoy ve Ardahan, 2003; Düzgün, 2003; Köseoğlu, 2005) yönelik çalışmalara rastlanmaktadır. Kesirleri anlama becerilerine yönelik yurt içinde çok az çalışma bulunmakla beraber yurt dışında da bu konuyla ilgili az sayıda çalışma yapılmıştır.

### 2.1. YURT İÇİNDE YAPILAN ÇALIŞMALAR

Aksu (1997), ilköğretim altıncı sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada; kesirlerin anlamını kavrama, kesirlerle işlemler ve kesir içeren problemleri çözüme bağlamaları sunulduğunda öğrencilerin performanslarında oluşan farklılıkları incelemiştir. 6. sınıf öğrencilerine kesirlerle ilgili kavramsal bilgi, işlemsel bilgi ve problem çözme becerisini içeren üç ayrı test uygulamıştır ve araştırma sonucunda, öğrenci performansının işlem testinde en yüksek ve problem çözme testinde en düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Üç testten elde edilen anlamlı ve pozitif korelasyon katsayıları, kesir kavramını anlama, kesirlerle işlemleri gerçekleştirme ve kesirleri içeren problemleri çözüme arasında olası bir karşılıklı ilişkiyi göstermektedir. Üç testteki başarı ve öğrencilerin önceki dönemdeki matematik dersi notları arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

Haser ve Ubuz (2003), araştırmalarında öğrencilerin kesirlerle ilgili sözel problemleri çözerken gösterdikleri kavramsal anlamayı incelemiştir. Araştırma özel bir okulda öğrenim gören 122 tane 5.sınıf öğrencileri üzerinde gerçekleşmiştir. Araştırmada 10 tane sözel problemden oluşan bir test kullanılmıştır. Problemler genellikle parça-bütün kavramı ile ilgilidir. Problemlerin 7 tanesi rutin (parçası verilerek bütünü bulma, bütün verilerek kesir kadarını bulma ya da her ikisi), 3 tanesi rutin olmayan (problem çözümünde eksik bilgiyi bulma veya tamamlama) problemlerdir. Sonuçlar, öğrencilerin problem çözmek için farklı yollar kullandığını göstermiştir. Doğru ve yanlış cevaplar, öğrencilerin kesirleri nasıl algıladıkları hakkında özellikle parça-bütün anlamı hakkında ve problemleri çözmek için kesir kavramını nasıl kullandıkları hakkında bilgi vermiştir. Doğru olmayan çözümlerin, parça-bütün anlamının yanlış inşasından ve kesir işlemlerinde yanlış kavramlardan ve problemi anlamamaktan kaynaklandığını göstermiştir.

Yazgan (2007), “10-11 yaş grubundaki öğrencilerin kesirleri kavramaları üzerine deneysel bir çalışma” adlı çalışmada eşit dağıtım ve paylaşırma durumlarını, problem çözmeyi, grup ve sınıf tartışmalarını esas alan bir deneysel öğrenme ortamının 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin kesir kavramını anlamaları üzerindeki etkisi incelenmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak üç tane test kullanılmıştır. Çalışmayı gerçekleştirme aşamasında deney grubu olarak seçilen bir ilköğretim okulunda 16 ders saati öğretim yapılmış ve sonuçlar kontrol grubu olarak seçilen

başka bir ilköğretim okulundan elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bu 16 saatlik öğretim boyunca 15 tane etkinlik kullanılmıştır. Etkinliklerde problemler genellikle yazılı olarak iki kişilik gruplara verilerek çalışmaları sağlanmıştır. Daha sonra kağıtlar toplanarak sınıf tartışması yapılmıştır. Bu etkinlikler düzenlenirken öğrenciler kesrin farklı anlamlarını kullanmaya yöneltilmiştir. Kesrin parça-bütün, bölme, ölçme, oran ve işlemci anlamına farklı etkinliklerde yer verilmiştir. Çalışmanın nicel sonuçları incelendiğinde, öğretim sonunda deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilerinkinden daha güçlü ve ilişkisel bir kavrayış kazandıkları görülmüştür. Nitel sonuçlarında ise, deney grubundaki öğrencilerin özellikle temel kavramların (birim kesir, kesirlerin denkliği, kesirleri karşılaştırma ve sıralama vs.) anlamlarının kazanımı ve problemleri görselleştirme açısından kontrol grubundakilere göre daha ileri bir düzeye ulaştıkları görülmüştür.

Arslan (2013), “Ortaokul öğrencilerinin ‘Pirie ve Kieren modeli’ne göre matematiksel anlama seviyelerinin belirlenmesi” çalışmasının amacı ortaokul öğrencilerinin kesirlerle ilgili matematik problemleri çözerken Pirie ve Kieren Modeline göre matematiksel anlama seviyelerini belirlemektir. Katılımcılar, 6. ve 7. sınıflarından seçilen 55 öğrenciden oluşmaktadır. Öğrenciler matematik başarı notları ve öğretmen görüşlerine göre düşük, orta ve yüksek başarılı olmak üzere üç grup olarak seçilmiştir. Araştırmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır. İki tane veri toplama tekniğinden yararlanılmıştır. Yazılı verilerde, iki adet problem; görüşme tekniğinde yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır. Öğrencilerin Pirie ve Kieren anlama modelinin hangi basamağında olduğunu belirlemek için kesirlerle ilgili açık uçlu problemleri çözerken matematiksel anlama seviyeleri belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişimi modelinde daha çok 2. seviye (% 30,9) ve 5. seviyeye (% 29,0) çıkabildikleri görülmüştür. En son çıkabildikleri seviye ise 6. seviyedir. 2. seviye imaj oluşturma basamağıdır. Bu seviyede bulunan öğrenciler kesirleri kesir sayısı ile eşleştirme, bir bütünde kesri gösterebilme, enstrüman kullanarak toplama yapabilme davranışlarına sahiptir. 5. seviye biçim verme basamağıdır. Bu seviyede bulunan öğrenciler payda eşitleyerek (pay ve paydayı doğru sayılarla çarparak) toplamayı kolay bir şekilde yapabilmesi, çıkarmayı da aynı şekilde yapabilmesi davranışlarına sahiptir. 6. seviye, gözlem yapma basamağıdır. Bu seviyede bulunan öğrenciler

teoremler olarak dışa vurma, formüller oluşturma davranışlarına sahiptir. Öğrencilerin geri dönme yaptıkları seviyenin genellikle 2. seviye olduğu görülmüştür. Öğrencilerin geri dönme sebeplerinin daha çok öğretmen (araştırmacı) kaynaklı olduğu görülmüştür.

## 2.2. YURT DIŞINDA YAPILAN ÇALIŞMALAR

Mack (1990) çalışmasında 6. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama ve çıkarma ile ilgili kavrayışlarının gelişimini incelemiştir. Çalışmayı şu iki açıdan incelemiştir:

- a) öğrencilerin kesirlerle ilgili sembol ve yöntemlere anlam vermek için informal bilgilerini kullanıp kullanmadıkları,
- b) ezberlenmiş yöntemlerin informal bilgileri kullanmayı etkileyip etkilemediği.

Öğrenciler 6 hafta boyunca birebir eğitim görmüşlerdir. Öğretimden önce bu öğrencilerin sembol ve algoritmalarla ilgili kavrayışlarının çok az olduğu gözlenmiştir. Geleneksel öğretimden farklı olarak, öğrencilerin kesirlerle ilgili informal bilgileri esas alınmış ve tahmin becerileri vurgulanmıştır. Öğretim sonrasında, öğrencilerin sembolik olarak sunulan problemler ile gerçek yaşam durumları arasında bağlantı kurulduğunda informal bilgilerini kullanabildikleri, önceden öğrenilen algoritma ve kuralların bunu zorlaştırdığı ve bundan dolayı bilgi transferinin sınırlı olduğu gözlenmiştir.

Düzenli Gökalp ve Sharma (2010), öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemindeki anlamalarını incelemiştir. Çalışmalarında Pirie ve Kieren'in anlama modeli kullanılmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çarışması deseni kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak da araştırmacılar tarafından Avustralya müfredatına göre hazırlanıp daha önce pilot uygulaması yapılan bir ölçek kullanılmıştır. Çalışma Avustralya'da eğitim gören altıncı ve sekizinci sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Çalışmanın sonucunda sembolik açıklama gerektiren soruların sözlü açıklama gerektiren sorulara göre daha başarılı bir şekilde tamamlandığı görülmüştür. Kesirlerin kıyaslanmasına yönelik sorularda öğrencilerin çoğunun başarıyla bu soruları yapıp açıkladığı görülmüştür. Birçok öğrenci aynı



paydaya sahip kesirlerde toplama ve çıkarma işleminde başarı olmuşken farklı paydaya sahip kesirlerde işlemlerde başarısız olmuştur. Öğrencilerin en çok Pirie ve Kieren modeline göre son iki basamak olan yapılandırma ve keşfetme basamağında zorlandıkları görülmüştür. Yapılandırma ile öğrencinin yaptıklarını yorumlamasıyla bağımsız bir yapıdan bahsedilir. Keşfetme olan son basamakta öğrenci yeni bir bakışa sahip olup özgün ve yeni sorular ortaya koyar. Benzer şekilde, Düzenli Gökalp, Bulut ve Sharma (2010)'nın Türk ve Avustralyalı beşinci ve altıncı sınıf öğrencileri ile yaptıkları ortak çalışma sonucunda da benzer sonuçlara ulaşılmıştır.

Düzenli Gökalp (2012)'ın çalışmasında 6. sınıf öğrencilerinin kesirlerde çarpma anlamalarını çoklu gösterim kullanımının ışığında ve Pirie ve Kieren'in anlama teorisi doğrultusunda araştırmıştır. Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Çalışma süresince kesirlere yönelik öğrenim gören öğrenciler bu sürede aktivite kağıtlarını tamamlayıp ayrıca özdeğerlendirme formu doldurmuşlardır. Öğrencilerin günlük tutması sağlanıp öğrencilerle yarı yapılandırılmış mülakat da yapılmıştır. Bu çalışma öğrencilerin farklı tipteki gösterim kullanma tercihleri ile kesirlerde çarpma konusunda ulaştıkları anlama seviyeleri arasında ilişki olduğunu göstermiştir. Ayrıca kesirlerde çarpma kavramı ve bu kavramların gerçek hayatta kullanımları ve tam sayılarla çarpmanın kesirlerde çarpmaya genişletilmesi gibi durumların kesirlerde çarpmanın temellerini anlama sürecinde engel oluşturabileceği bulunmuştur. Ayrıca soru tipiyle öğrencilerin gösterimleri arasında bir ilişki olduğu görülmüştür. Bu çalışmayla öğrencilerin daha iyi anlama seviyelerine sahip olmaları için farklı gösterimlerin kullanılmasının daha faydalı olacağı görülmüştür.

### 2.3. KESİR ÖĞRENİMİ VE ÖĞRETİMİ İLE İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALAR

Mısral (2009)'ın çalışmasında kesirlerin farklı anlamlarına göre yapılan öğretimin kesirlerde toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde kavramsal ve işlemsel düzeyde bilgilerine bir etkisinin olup olmadığı incelenmiştir. Çalışma altıncı sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiş olup ön test-son test kontrol gruplu modele göre yapılmıştır. Verileri toplamak için çalışmanın başında ve sonunda kesir başarı testi kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda kesrin ölçme anlamına dayalı olarak yapılan öğretimin toplama ve çıkarma işlemlerinde kavramsal ve işlemsel düzeyde bilgilerine

bir etkisini olmadığı ancak kesrin işlemci anlamına dayalı olarak yapılan öğretimin kesirlerde çarpma ve bölme işleminde kavramsal düzeyde bilgiler üzerinde etkili olduğu belirlenmiştir.

Tarkan Yurtseven (2012)'in çalışmasında 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle işlemler konusunda yaptıkları hatalar ve karşılaştıkları zorluklar incelenmiştir. Bu çalışmada karma araştırma desenleri kullanılmıştır. Veriler kesirlerle işlemler anketi aracılığıyla ve yarı yapılandırılmış mülakatlar ile toplanmıştır. Sonuçlar incelendiğinde beşinci sınıf öğrencilerinin, beşinci sınıf matematik dersi programında yer alan kesirler konusuna yönelik çeşitli hatalar yaptıklarını ve kesirler konusu ve işlemleri ile ilgili kavram yanlışları olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Biber, Tuna ve Aktaş (2013)'in çalışmasında beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma ve çarpma konusunda sahip oldukları kavram yanlışlarını belirlemek ve bu yanlışların kesir problemlerindeki etkisini araştırmak amaçlanmıştır. Araştırmada tarama modeli kullanılmıştır. Veri toplamak için 8 tane açık uçlu soru kullanılmıştır ve içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin çoğunun kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma konularında kavram yanlışlarına sahip olduğu, kesir problemlerinde yanlış çözüm elde eden öğrencilerin daha az olduğu görülmüştür. Kesir problemlerinde hatalı çözüm üreten öğrencilerin çoğu soruyu sadece işlem yaparak çözme yolunu seçtikleri ve bu konuda kavram yanlışlığına sahip oldukları için doğru sonucu elde edemedikleri görülmüştür. Kesir problemlerinde başarılı olanların ise problem çözümünde modelleme kullandıklarını belirlenmiştir.

Işık ve Kar (2015)'in çalışmasında altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlere yönelik açık uçlu hikaye kurdukları problemlerin matematiksel ve dilsel karmaşıklığının analizi yapılmıştır. Bu çalışmada nicel araştırma yaklaşımlarından betimsel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilere bir tane açık uçlu sözel hikaye sunularak iki farklı sözel problem kurmaları istenmiştir. Öğrencilerin cevapları analiz edilirken matematiksel ve dilsel karmaşıklığa göre analiz edilmiştir. Dilsel karmaşıklığa göre problemler ödev, ilişkisel ve koşullu şeklinde sınıflandırılmıştır. Bu analizler sonucunda öğrencilerin kesirlerle işlemlere yönelik problem kurmada güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Problem kurmada dilsel gücü en düşük olan ödev türü problemlerin daha fazla tercih edildiği görülmüştür.

## İKİNCİ BÖLÜM

### YÖNTEM

#### 1. ARAŞTIRMANIN MODELİ

Bu araştırmada veri toplamak için hem nicel hem de nitel yöntemler bir arada kullanıldığından karma araştırma yöntemi tercih edilmiştir. Karma araştırma yöntemi, bir çalışma içerisinde nitel ve nicel yöntem, yaklaşım ve kavramları birleştirme olarak tanımlanır (Creswell, 2003). Bu amaçla araştırmada ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerini belirlemek için açık uçlu ve çoktan seçmeli sorulardan oluşan bir test ve öğrencilerin becerilerini derinlemesine incelemek için ise klinik mülakatlar kullanılmıştır.

Bu çalışmada farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin kesirleri anlama becerilerini incelemek amacıyla gelişimci araştırmaların bir çeşidi olan “enlemesine (cross-sectional)” araştırma deseni kullanılmıştır. Bu araştırma deseninin seçilmesindeki amaç; aynı öğrencilerin uzun süreli takip edilmelerinin zor olması nedeniyle, aynı anda farklı sınıf seviyesindeki öğrenciler alınıp incelenerek değişik sınıf seviyelerindeki öğrencilerin özelliklerini belirlemektir. Enlemesine araştırmalar aynı grubu uzun süre takip etmek yerine farklı seviyelerdeki örneklerle çalışarak araştırılan olay veya olgunun süreç içerisinde nasıl değiştiğini veya geliştiğini kısa sürede ortaya koymaya çalışır (Çepni, 2005).

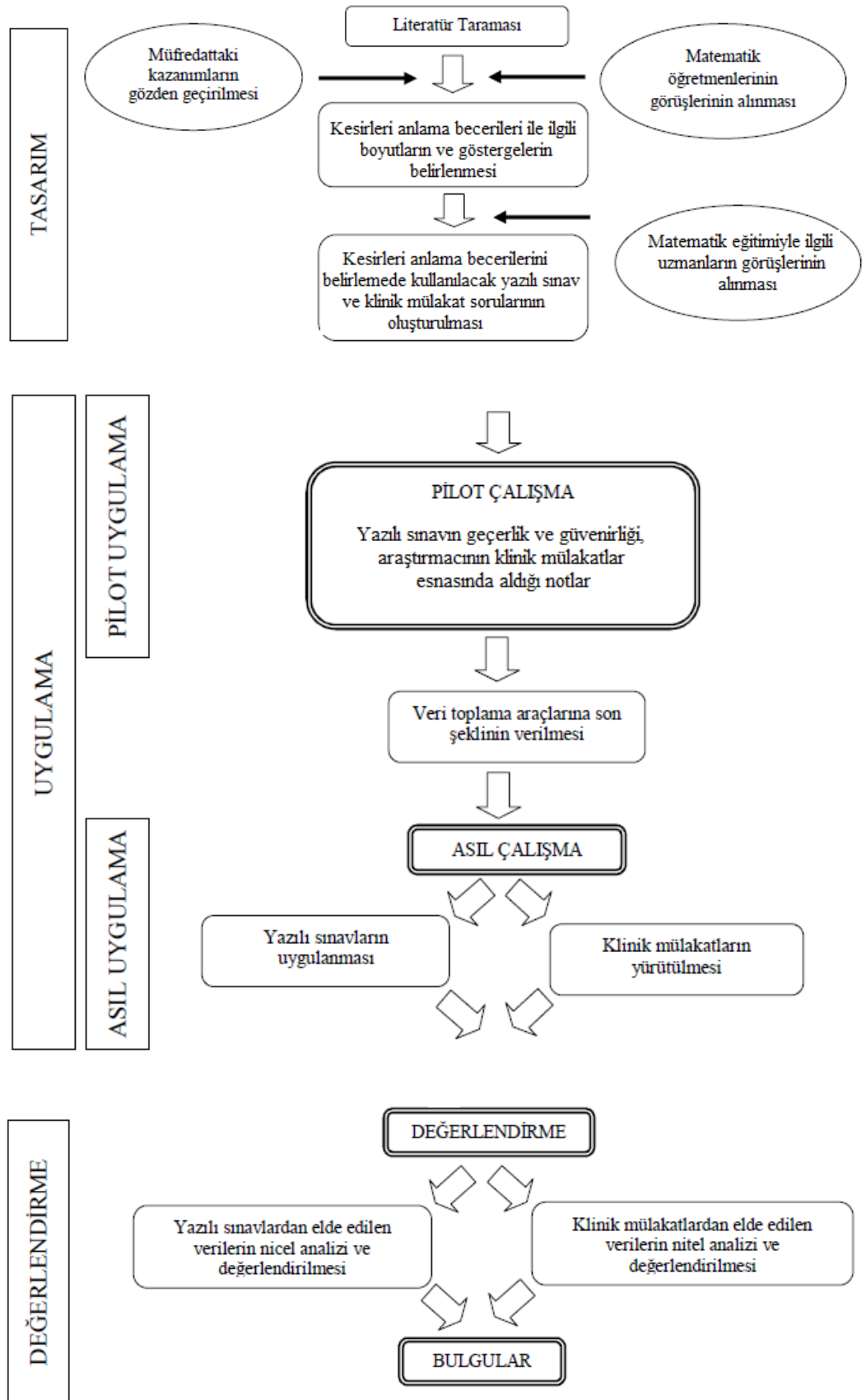
#### 2.ÇALIŞMA GRUBU

Araştırmanın örneklemini 2015-2016 eğitim öğretim yılında Afyonkarahisar il merkezi okullarında bulunan MEB’e bağlı ortaokullardan 575 tane öğrenci oluşturmuştur. Araştırmaya katılan ortaokullar başarı düzeyi olarak birbirine yakın ve genel olarak orta düzey bir profile sahiptirler. 144 tanesi 5.sınıf, 146 tanesi 6. sınıf, 153 tanesi 7. sınıf ve 132 tanesi 8.sınıf öğrencilerinden oluşan öğrencilerin 288 tanesi kız, 287 tanesi erkek öğrencidir. Örneklemin belirlenmesinde ulaşılabilir örnekleme (convenience sampling) yönteminden yararlanılmıştır. Ulaşılabilir örneklemezaman, para ve işgücü açısından var olan sınırlılıklar nedeniyle örneklemin kolay ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir birimlerden

seçilmesidir(Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2014). Bu bağlamda Afyonkarahisar il merkezinde çalışmaya katılmaya gönüllü olan okullardan öğrenciler seçilmiştir.

### **3. ARAŞTIRMANIN TASARIMI VE YÜRÜTÜLMESİ**

Farklı öğrenim seviyelerindeki öğrencilerin kesirleri anlama becerilerini incelemek amacıyla yürütülen çalışmanın çatısı üç aşamadan oluşmaktadır: Tasarım, uygulama ve değerlendirme. Uygulama ise pilot ve asıl uygulama olarak ikiye ayrılmıştır. Araştırma boyunca izlenen adımlar şematik olarak aşağıda gösterilmiştir:



Şekil 13. Kesirleri anlama becerileri ile ilgili çalışmanın aşamaları

Çalışmanın ilk aşamasında araştırmanın problemi ve amacı belirlenirken öncelikle konuyla ilgili literatür taraması yapılmıştır. Literatür taramasıyla ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerini incelemek için neler yapılması gerektiğine karar verilmiştir. Bu amaç doğrultusunda Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014) tarafından ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerileriyle ilgili belirlediği yedi anlama becerisi temel alınmıştır. Bu anlama becerilerini belirlemeye yönelik Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014) tarafından belirlenen göstergeler ve ortaokul matematik öğretim programında yer alan kazanımlar göz önüne alınarak 45 açık uçlu ve çoktan seçmeli sorudan oluşan bir taslak sınav hazırlandı. Sınavın hazırlanması aşamasında literatürde yer alan çalışmalardan ve matematik öğretmenleriyle yapılan görüşmelerden yararlanılmıştır.

Çalışmanın ikinci aşamasında oluşturulan bu taslak sınavın ve klinik mülakat sorularının gerçek sınıf ortamlarında uygulanması, araştırmacının deneyim kazanması, soruların düzenlemesi ve veri toplama araçlarının geçerlilik ve güvenilirliğinin belirlenmesi amacıyla 2015-2016 eğitim öğretim yılının güz döneminde pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışmanın yürütülmesi aşamasında öğretmenlerin ve matematik eğitimi alan uzmanlarının görüşleri, araştırmacının gözlemleri, öğrencilerin verdikleri cevaplar ile klinik mülakatlar verileri ve kağıt üzerinde yaptıkları tüm çalışmalar karşılaştırılarak, öğrencilerin kesirleri anlama becerileri ile ilgili anlaşılması güç ve aynı göstergeye ait olan birden fazla soru çıkartılmış ve asıl çalışmada uygulanacak sorulara son şekli verilmiştir. Buna göre asıl uygulamada kullanılmak üzere geçerlik ve güvenilirliği sağlanmış 40 açık uçlu ve çoktan seçmeli sorudan oluşan bir sınav hazırlanmıştır. Asıl uygulamayı içeren çalışmanın üçüncü aşaması ise 2015-2016 eğitim öğretim yılının bahar döneminde yürütülmüştür. Hazırlanan sınav ortaokul 5., 6., 7. ve 8. sınıflarında öğrenim gören toplam 575 öğrenciye uygulanmıştır. Uygulamalar esnasında araştırmacı sırasıyla sınıfları dolaşarak gerekli eksiklikleri gidermeye çalışmıştır. Uygulama iki ders saatini (40dk+40dk) kapsayacak şekilde toplam dört haftada tamamlanmıştır. Bunun yanında farklı anlama becerilerine sahip gönüllü 9 öğrenciyle klinik mülakatlar yürütülmüş ve her bir öğrenciyle yürütülen klinik mülakatlar yaklaşık olarak 30 dakika sürmüştür.

Çalışmanın son aşamasında ise uygulama sonunda elde edilen verilerin analizi yapılmıştır. Bu aşamada açık uçlu ve çoktan seçmeli sorulardan oluşan sınavdan elde edilen veriler nicel olarak değerlendirilmiş ve sınıflar arasındaki farkları belirlemek amacıyla istatistiksel analizler yapılmıştır. Bununla birlikte klinik mülakatlardan elde edilen veriler nitel olarak değerlendirilmiş ve nicel verileri desteklemek amacıyla kullanılmıştır.

#### **4. KESİRLERİ ANLAMA BECERİSİ SINAVININ HAZIRLANMASI**

Ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerini belirlemek için Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014) tarafından ortaya konulan yedi tane kesri anlama becerisi temel alınmıştır. Bu beceriler sırasıyla kesri tanıma, kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar, kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar, kesirlerin karşılaştırılması, kesirlerin temsili, kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi ve kesir problemlerini çözebilmedir. Hazırlanacak soruların öncelikle yukarıda ifade edilen her bir kesri anlama becerisini yansıtacak nitelikte olması gereklidir. Bu nedenle öncelikle Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014) tarafından ifade edilen her bir kesri anlama becerisinin göstergeleri belirlenmiştir. Daha sonra bu beceri ve göstergeler kapsamında yer alan kavram ve konular ile ilkökul ve ortaokul matematik öğretim programlarında kesirler konusuna yönelik yer alan kazanımlar karşılaştırılmıştır. Bunun yanında literatürde yer alan ve öğrencilerin kesirleri anlamalarını ortaya çıkaran çalışmalar (Lamon, 1999; Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007; Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2011; Pantziara ve Philippou, 2012; Nicolaou ve Pitta-Pantazi, 2014) incelenmiştir. Bu incelemeler sonucunda her bir beceriyi ortaya çıkaracak sorular hazırlanarak bir soru havuzu oluşturulmuştur. Soru havuzunda yer alan bazı sorular doğrudan daha önceden yapılmış çalışmalardan alınırken bir kısmı ise araştırmacı tarafından yazılmıştır.

Bununla birlikte ölçme aracında bulunan soruların ölçme amacına uygun olup olmadığı, ölçülmek istenen alanı temsil edip etmediği sorunu ile ilgili olup, “uzman görüşüne” göre saptanır. Bunun için, önce matematik öğretmeni ve matematik eğitimcileri tarafından oluşturulan bir grup “uzman” tarafından soru havuzunda yer alan soruların kesirleri anlama becerilerini ve bu becerilerin göstergelerini ne kadar temsil ettiği tartışılmıştır. Bunun yanında hazırlanan açık uçlu ve çoktan seçmeli

sorulardan oluşan sınav sorularının ve klinik mülakat sorularının dil, seviye, içerik ve kapsam geçerliliği sağlanmıştır.

## 5. KLİNİK MÜLAKATLAR

Klinik mülakat, öğrencilerin düşüncelerindeki derinliği ortaya çıkarmak, bilişsel becerilerini değerlendirmek ve düşüncelerindeki önemli ipuçlarını yakalamak için ilk defa Piaget tarafından psikolojik araştırmalar için kullanılan bir esnek soru sorma metodudur (Karataş ve Güven, 2003).

Son yıllarda matematik eğitiminde anlama ve problem çözme ile ilgili araştırmaların artması sebebiyle öğrencilerin oluşturmacı felsefesine dayalı öğrenmelerini incelemede bu metot sık kullanılmaya başlanmıştır (Karataş ve Güven, 2003).

Klinik mülakatın en önemli özelliklerinden biri veri kaynağı olan öğrenci ile veri analizi yapan öğretmenin etkileşim halinde olmasının, öğretmene kullandığı yöntem ve tekniği değerlendirme fırsatı sunmasıdır.

Goldin (1998), klinik mülakatın araştırmalarda daha çok iki amaç için kullanıldığı belirtmiştir. Bunlar problem çözme aşamasında öğrencilerin davranışlarını gözleme ile bu süreçte öğrencilerin bilişsel aşamalarını ve matematiksel anlam oluşturmalarını ele almaktır.

Matematik eğitiminde kullanılan klinik mülakat ile özellikle öğrencilerin problem çözme süreçlerinin daha detaylı incelenmesi sağlandığı gibi hataların ve yanlışların bu süreçte nerelerde olduğunu tespit etmede yardımcı olmaktadır. Örneğin bir öğrenci bir dizi işlemle doğru sonucu bulabilmekte fakat matematiksel açıklama olarak yetersiz olabilir, soruyu anlayabilmekte fakat nerede hangi denklem veya formülü kullanacağını anlamlandıramayabilir. Öğrencinin yanlış ya da eksik çözüm yapması bize bunun nereden kaynaklandığını tam olarak vermez. Bu nedenle klinik mülakat bize bu durumu sorgulayarak hatanın veya eksikliğin kaynağına ulaşmamızı sağlar. Bu hata ve eksikliklerin belirlenmesi için öğrencilere “Niçin böyle düşünüyorsun?”, “Yaptığın işlemlerin ne anlama geldiğini söyleyebilir misin?”, “Bulduğun sonucun doğruluğunu nasıl kontrol edebilirsin?”, “Problem hakkında ne düşünüyorsun?”, “Materyalleri kullanarak bana çözüm yolunu açıklayabilir misin?”



şeklinde sorular yöneltilerek çözümleri hakkında bilgiler elde edilebilir (Karataş ve Güven, 2004).

Bu araştırmada klinik mülakatlar iki amaç için kullanılmıştır. Bunlardan ilki araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan kesirleri anlama becerileri sınavının öğrencilerin kesirleri anlama becerilerini ne derece hassas bir ölçüm verdiğini incelemektir. Klinik mülakatlar esnasında öğrencinin ne yaptığından ziyade nasıl yaptığına odaklanıldığı için öğrencilerin kesirleri anlama becerileri klinik mülakatlarda daha net olarak ortaya çıkacaktır. Buna göre öğrencilerin kesirleri anlama sınavına göre sahip oldukları beceriler ile her seviyeden belirlenen öğrencilerin klinik mülakatlarda vermiş oldukları cevaplar karşılaştırılarak hazırlanan kesirleri anlama becerileri sınavının ne ölçüde etkin bir sınav olduğu ortaya konulmaya çalışılmıştır. Klinik mülakatları kullanmanın bir diğer nedeni ise kesirleri anlama sınavından elde edilen nicel verilerin nitel verilerle desteklenmesidir. Sınavdan elde edilen sonuçlar öğrencilerin sahip oldukları anlama becerilerini niceliksel olarak ortaya koysa da öğrencilerin sahip oldukları anlamaları, yanlış anlamaları, hataları ve kavram yanlışlarını daha derinlemesine incelemek amacıyla klinik mülakatlara yer verilmiştir.

## **6. PİLOT UYGULAMA**

Pilot çalışma problem durumlarının seçimi ve araştırmacıya deneyim kazandırması yanında veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenilirliklerinin hesaplanmasında ve elde edilen verilerin yorumlanmasında nasıl bir yol takip edileceği konusunda da belirleyici olmuştur. Asıl uygulamanın yapılacağı okullara benzer bir okuldaki 5., 6., 7. ve 8. sınıflarda öğrenim gören toplam 59 öğrenci ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın ilk aşamasında taslak olarak hazırlanan ve 45 sorudan oluşan kesirleri anlama becerileri sınavı 25 öğrenciye uygulanmıştır. Bu uygulama sırasında öğrencilerin sorulara ne kadar vakit ayırdığı gözlemlenmiştir. Öğrenciler ortalama 90-100 dk arasında 45 soruyu çözerek tüm ölçeği bitirmişlerdir. Bu durum sonucunda ölçeğin iki oturumda yapılmasının daha verimli olacağına karar verilmiştir. Ölçek uygulaması sırasında öğrencilere sorun yaşadıkları maddeler üzerinde konuşularak her öğrencinin aynı sorudan aynı anlamı çıkarıp çıkarmadıkları incelenmiştir. Busüreç sonunda sınavda yer alan bazı

maddeler çıkarılırken bazılarında düzeltmeler yapılmıştır. Örneğin kesri tanıma becerisine yönelik hazırlanan soruda;

Aşağıda verilen kesirlerin tümü için ortak bir özellik yazınız.

$$\frac{5}{12}, \frac{8}{12}, \frac{13}{12}, \frac{11}{12}$$

Verilen kesirlerin hepsi basit kesirdi. Bu durum bazı öğrencilerin “paydaları ortak” ifadesi yerine “basit kesir” şeklinde sınıflandırma yapmalarına neden olmuştur. Bu nedenle soruya 13/12 kesri eklenerek öğrencilerin tümünün sadece “paydaları ortak” şeklinde bir sınıflandırma yapmaları sağlanmıştır. Böylece 45 sorudan oluşan taslak ölçek 3 matematik eğitimi uzmanı, 4 matematik öğretmenin görüşleri ile pilot çalışmada öğrencilerden alınan dönütler doğrultusunda 40 maddeye indirgenmiştir. Daha sonra son şekli verilen kesirleri anlama becerileri sınavı iki oturumda (40 dakika + 40 dakika) 34 öğrenciye tekrar uygulanmıştır. Bu son uygulamada her öğrencinin sorulardan farklı anlamlara değil ortak anlamlara vardığı görülmüştür. Bu uygulama sonunda ölçekteki sorular ve süre ile ilgili herhangi bir sorun yaşanmamıştır. Daha sonra kesirleri anlama becerileri sınavının öğrencilerin kesirleri anlama becerilerini ne derece hassas ölçtüğünü belirlemek becerilere yönelik hazırlanan sorulara verilen cevapları göz önüne alarak rastgele seçilen 7 öğrenci ile klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Klinik mülakatlar sonucunda öğrencilerin kesirleri anlama sınavından almış oldukları puanlar ile klinik mülakatta vermiş oldukları cevaplar arasında bir uyum olduğu gözlemlenmiştir.

## **7. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI**

### **7.1. KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİ SINAVI**

Verilerin toplanması aşamasında farklı öğrenim seviyelerindeki öğrencilerin kesirleri anlama becerilerini ve bu becerilerdeki değişimi belirlemek için açık uçlu ve çoktan seçmeli sorulardan oluşan bir sınav uygulanmıştır. Yedi beceriyi içeren bu veri toplama aracı ayrıntılı olarak aşağıda açıklanmıştır.

#### *1. Kesri tanıma becerisi ile ilgili hazırlanan sorular:*

Kesri tanıma becerisi kesirlerin yapısal özelliklerini tanıma, kesirler arasındaki benzerlik ve farklılıkları belirleme ve ortak özellikleri göz önüne alarak (ortak pay ya da payda vb.) kesirleri sınıflandırma göstergelerini içermektedir. Bu göstergeler doğrultusunda 7 soru hazırlanmıştır.

**Tablo 4. Kesri Tanıma Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular**

Soru	Gösterge
Aşağıda verilen kesirlerin tümü için ortak bir özellik yazınız. $\frac{5}{12}$ , $\frac{8}{12}$ , $\frac{13}{12}$ , $\frac{11}{12}$	Kesirlerin paydalarının ortak olduğunu ifade eder.
Aşağıdakilerden hangisi basit kesirdir? Yuvarlak içine alınız. $\frac{2}{2}$ , $\frac{6}{3}$ , $\frac{9}{10}$ , $\frac{11}{7}$	Basit kesri tanı.
“Bir tam onda yedi” kesri aşağıdakilerden hangisidir? Bu kesri yuvarlak içine alınız. $1\frac{7}{10}$ , $1\frac{10}{7}$ , $10\frac{1}{7}$ , $7\frac{1}{10}$	Sözel ifadesi verilen kesri belirler.
Aşağıda verilen kesirlerin ortak özelliği nedir? Yazınız $\frac{5}{8}$ , $\frac{5}{3}$ , $\frac{5}{7}$ , $\frac{5}{2}$	Kesirlerin paylarının ortak olduğunu ifade eder.
Aşağıdaki kesirlerden farklı olanı yuvarlak içine alınız. $\frac{2}{7}$ , $\frac{3}{2}$ , $\frac{14}{41}$ , $\frac{9}{35}$ , $\frac{5}{6}$  (Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014)’ten alınmıştır.)	Bileşik kesri tanı.
Aşağıda verilen kesirlerden tam sayılı kesir olanları yuvarlak içine alınız. $\frac{5}{3}$ , $3\frac{1}{2}$ , $\frac{2}{7}$ , $1\frac{1}{5}$ , $\frac{101}{10}$	Tam sayılı kesri tanı.
Aşağıdaki kesirlerden farklı olanı yuvarlak içine alınız.	Denk kesirleri belirler.

$\frac{8}{12}$ , $\frac{2}{3}$ , $\frac{4}{9}$ , $\frac{10}{15}$ , $\frac{4}{6}$	
--	--

2.Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisine yönelik hazırlanan sorular:

Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisi öğrencilerin sahip olduğu kesir bilgisini ne kadar açıklayabildiği, kesri nasıl tanımladığı ve nasıl ifade ettiği ile ilgili göstergeler içermektedir. Bu beceriye yönelik 5 soru hazırlanmıştır.

**Tablo 5. Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular**

Soru	Gösterge
1) Öğretmenin senden bir arkadaşına kesrin ne olduğunu açıklamayı istedi. Kesri arkadaşına nasıl açıklarsın? (Açıklamalarında örnek ve çizimlerden yararlanabilirsin) (Nicolaou ve Pitta-Pantzi (2011)'den alınmıştır.)	Kesri tanımlar. (Sözel, görsel, grafiksel modellerle yada örnekle ifade etme).
2) 0 ile 1 sayıları arasında kaç tane kesir vardır? Cevabınızı açıklayınız.(Açıklamalarında örnek ve çizimlerden yararlanabilirsin) (Niemi, (1996b)'den alınmıştır.)	0 ile 1 arasındaki kesir sayısını belirtir.
3) İki kesir birbirine ne zaman eşittir? Açıklayınız. (Açıklamalarında örnek ve çizimlerden yararlanabilirsin)	Eşit kesir kavramını açıklar.
4) İki kesir birbirine ne zaman denktir? Açıklayınız. (Açıklamalarında örnek ve çizimlerden yararlanabilirsin)	Denk kesir kavramını açıklar.
5) Bir kesrin diğerinden küçük olması ne demektir? Açıklayınız. (Açıklamalarında örnek ve çizimlerden yararlanabilirsin)	İki kesrin büyüklük ilişkisini açıklar.

3.Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisine yönelik hazırlanan sorular:

Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisinde öğrencilerden kesirler ile ilgili verilen ifadelerden doğru ya da yanlış olanı seçerek düşüncelerini savunmaları beklenmiştir. Bu beceriyle öğrencide düşünme başlatılarak cevabını sorgulaması beklenir. Bu beceriye yönelik 6 soru hazırlanmıştır.

**Tablo 6.** Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular

Soru	Gösterge
<p>1) Bir kesrin payı aynen kalıp paydasını büyütürsek kesir küçülür.</p> <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> D                      <input type="checkbox"/> Y</p> <p>Çünkü; .....</p>	Kesrin payı ve paydasındaki değişimleri açıklar.
<p>2) Kesrin payını ve paydasını 2 ile genişletirsek kesrin değeri değişmez.</p> <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> D                      <input type="checkbox"/> Y</p> <p>Çünkü; ..... (Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2014)'ten alınmıştır.)</p>	Kesrin payı ve paydasındaki değişimin kesrin değerine etkisini açıklar.
<p>3) Bir sayıyı 3 ile çarpıp daha sonra 4'e bölmek, aynı sayıyı <math>\frac{3}{4}</math> ile çarpmak demektir.</p> <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> D                      <input type="checkbox"/> Y</p> <p>Çünkü; .....</p>	Bir sayının belli bir miktarını nasıl bulacağını açıklar.
<p>4) Bir kesrin paydası aynen kalıp payını küçültürsek kesir büyür.</p> <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> D                      <input type="checkbox"/> Y</p> <p>Çünkü; .....</p>	Kesrin payı ve paydasındaki değişimin kesrin değerine etkisini açıklar.
<p>5) Ayşe bir pizzanın <math>\frac{3}{5}</math>'ünü yedi. Ahmet aynı pizzanın <math>\frac{6}{10}</math>'sını yedi. Ahmet, Ayşe'den daha</p>	İki kesrin denliğini açıklar.

<p>fazla pizza yemiştir.</p> <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> D                      <input type="checkbox"/> Y</p> <p>Çünkü; .....</p>	
<p>6) Halis bir tepsi kekin <math>\frac{2}{3}</math>'sini yedi. Hülya da farklı bir tepsi kekin <math>\frac{2}{3}</math>'sini yedi. Halis, Hülyadan daha fazla kek yemiş olabilir.</p> <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> D                      <input type="checkbox"/> Y</p> <p>Çünkü; .....</p>	<p>Farklı büyüklükteki bütünlerin aynı miktardaki parçalarının farklı olduğunu açıklar.</p>

*4.Kesirlerin karşılaştırılması becerisine yönelik hazırlanan sorular:*

Kesirlerin karşılaştırılması becerisinde ortak pay, ortak payda, farklı pay ve payda ile tam sayılı kesir örnekleri verilip bu kesirlerin kıyaslayarak sıralanması istenmiştir. Bu amaçla 4 soru hazırlanmıştır.

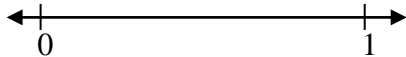
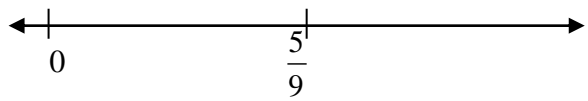
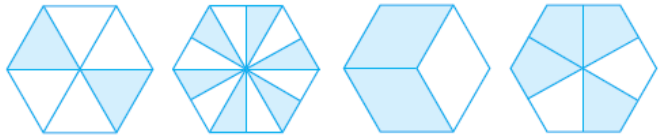
**Tablo 7.** Kesirlerin Karşılaştırılması Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular

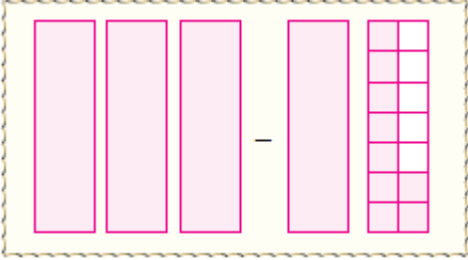
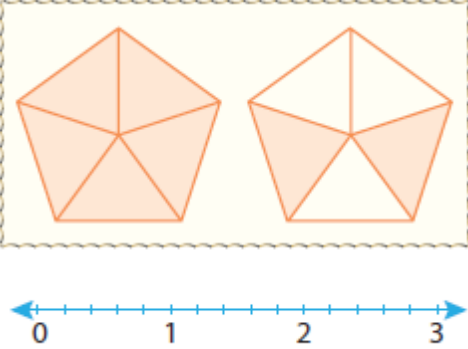


Soru	Gösterge
<p><math>\frac{3}{7}, \frac{3}{14}, \frac{3}{2}, \frac{3}{8}</math> kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.</p>	<p>Payları aynı, paydaları farklı kesirleri sıralar.</p>
<p><math>\frac{7}{8}, \frac{17}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}</math> kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.</p>	<p>Paydaları aynı, payları farklı kesirleri sıralar.</p>
<p><math>2\frac{3}{5}, 1\frac{1}{8}, 3\frac{1}{2}, \frac{3}{4}</math> kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.</p>	<p>Tam sayılı kesirleri sıralar.</p>
<p><math>\frac{3}{2}, \frac{2}{5}, \frac{5}{3}, \frac{1}{6}</math> kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.</p>	<p>Pay ve paydaları farklı kesirleri sıralar.</p>

5. Kesirlerin temsili becerisine yönelik hazırlanan sorular:



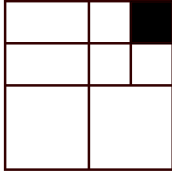
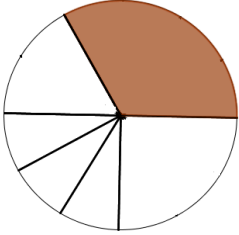
Kesirlerin temsili becerisinde kesirlerin 4 farklı temsil türü olan sözel, görsel, sembolik veya çizim ile belirtilen ifadelerin birbirine dönüştürülmesi hedeflenmiştir. Örneğin görsel olarak verilen bir ifadenin sembolik ifadeye, sözel ifadenin çizime dönüştürülmesi beklenmiştir. Bu göstergeler doğrultusunda 9 tane soru hazırlanmıştır.

**Tablo 8. Kesirlerin Temsili Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular**

Soru	Gösterge
<p>a) <math>\frac{5}{7}</math> kesrini gösteren bir model çiziniz.</p> <p>b) <math>1\frac{2}{3}</math> kesrini gösteren bir model çiziniz.</p>	Sembolik ifadeleri görsel ifadelere çevirir.
<p>a) <math>\frac{2}{5}</math> kesrini sayı doğrusunda gösteriniz.</p> <p style="text-align: center;"></p> <p>b) Bir (1) sayısını aşağıda verilen sayı doğrusunda uygun yere yerleştiriniz. Niçin buraya yerleştirdiğinizi açıklayınız.</p> <p style="text-align: center;"></p>	Sembolik ifadeyi sayı doğrusuna yerleştirir.
<p>3) Aşağıda verilen şekillerde taralı bölgenin ifade ettiği kesir hangi şekil ya da şekillerde <math>\frac{1}{2}</math> ye eşit ise onu yuvarlak içine alınız. (Birden fazla şekli yuvarlak içine alabilirsiniz). Nedenini yazınız.</p> <p style="text-align: center;"></p>	Sembolik olarak verilen ifadenin görsel olarak verilenini seçer.

<p>4) <math>\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \square</math> şeklinde verilen ifadeyi uygun bir modelle gösteriniz. Bu ifadeye uygun bir problem cümlesi yazarak problemi çözünüz. (Nicolaou ve Pitta-Pantazi (2011)'den alınmıştır).</p>	<p>Cevap olarak verilen kesir işlemini sözel olarak ve çizimle ifade eder.</p>
<p>5) Aşağıdaki modelle gösterilen işlemi yazınız ve bu modele uygun bir problem cümlesi yazarak problemi çözünüz.</p> 	<p>Görsel ifadeyi sözel olarak ifade eder ve çözer.</p>
<p>6) Aşağıda modelle gösterilen kesri sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.</p> 	<p>Görsel ifadeyi temsil eden sembolik değeri sayı doğrusuna yerleştirir.</p>
<p>7) Aşağıdaki şekilleri temsil eden kesirleri yuvarlak içine alınız.</p> <p>a)  b) </p> <p><math>\frac{1}{9}</math>   <math>\frac{1}{3}</math>   <math>\frac{3}{5}</math>      <math>\frac{1}{4}</math>   <math>\frac{9}{10}</math>   <math>\frac{3}{5}</math></p>	<p>Verilen çizimleri sembolik ifadeye çevirir.</p>



<p>b) </p> <p>d) </p> <p><math>\frac{1}{10}</math>   <math>\frac{1}{3}</math>   <math>\frac{2}{4}</math>      <math>\frac{9}{10}</math>   <math>\frac{3}{4}</math>   <math>\frac{2}{5}</math></p> <p>(Nicolaou ve Pitta-Pantazi, (2014)'den alınmıştır.)</p>	
<p>8) Bir terzinin <math>\frac{2}{3}</math> metrelik kumaşının <math>\frac{1}{5}</math>'inin kaç metre olduğunu modelleyerek gösteriniz. (Çizimlerinizde sayı doğrusu, kare, dikdörtgen ya da daire modelleri kullanabilirsiniz)</p>	<p>Verilen sembolik ifadeleri çizerek çözümü ifade eder.</p>
<p>9) Aşağıdaki şekilleri temsil eden kesirleri yazınız.</p> <p>a) </p> <p>b) </p>	<p>Farklı parçalara ayrılmış görsel ifadeyi eş parçalara ayırarak sembolik olarak ifade eder.</p>

*6.Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisine yönelik hazırlanan sorular:*

Bu beceride sorularda verilen kesirlerin ondalık gösterime, yüzdeler ifadeye çevrilmesi beklenmiştir. Ayrıca kesrin bölme ile olan ilişkisini incelemek amacıyla da soru hazırlanmıştır. Her soru içinde alt sorulardan oluşan 3 tane soru bulunmaktadır.

**Tablo 9.** *Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular*

Soru	Gösterge
1) Aşağıdaki kesirleri ondalık gösterime çeviriniz.	Kesri ondalık gösterime çevirir.

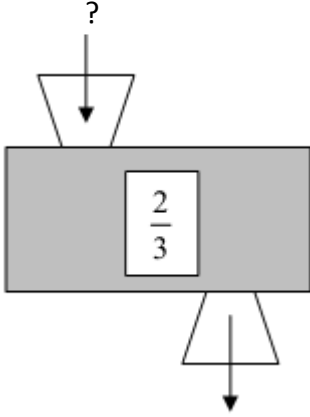

<p>a) <math>\frac{1}{4}</math>    b) <math>\frac{2}{5}</math>    c) <math>\frac{3}{10}</math>    d) <math>\frac{1}{20}</math></p> <p>(Nicolaou ve Pitta-Pantazi, (2011)'den alınmıştır.)</p>	
<p>2) Aşağıdaki kesirleri yüzde sembolü ile yazınız.</p> <p>a) <math>\frac{3}{4}</math>                      b) <math>\frac{64}{100}</math></p> <p>c) <math>\frac{48}{200}</math>                      d) <math>\frac{128}{100}</math></p>	<p>Kesri yüzde olarak yazar.</p>
<p>3) Aşağıdaki ifadelerden doğru olanlar için D, yanlış olanlar için Y'yi işaretleyiniz. Nedenini yazınız</p> <p>a) <math>\frac{2}{3}</math>, 2'nin 3'e bölümüdür.</p> <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> D                      <input type="checkbox"/> Y</p> <p>Çünkü , .....</p> <p>b) <math>\frac{12}{7}</math>, 7'nin 12'ye bölümüdür.</p> <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> D                      <input type="checkbox"/> Y</p> <p>Çünkü , .....</p> <p>c) 3 pizza 6 çocuğa eşit paylaşılıyor. Her çocuğa <math>\frac{3}{6}</math> pizza düşer.</p> <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> D                      <input type="checkbox"/> Y</p> <p>Çünkü , .....</p> <p>(Kieren (1993)'dan alınmıştır.)</p>	<p>Payın paydaya bölümünü ifade eder.</p>

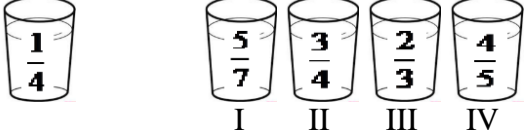
*7.Kesir problemlerini çözebilme becerisine yönelik hazırlanan sorular:*

Bu beceride yer alan problemlerle öğrencilerinin problemi anlayarak çözüme yansıtılmaları beklenmiştir. Çözüm aşamasında düşüncelerini açıklayarak cevaplarının

mantığı üzerine düşünmeleri ayrıca çözümü verilen soruda cevabın doğruluğunu ya da yanlışlığını açıklamaları beklenmiştir. Bu göstergeler doğrultusunda 6 tane soru hazırlanmıştır.

**Tablo 10.** Kesir Problemlerini Çözebilme Becerisine Yönelik Hazırlanan Sorular

Soru	Gösterge
<p>1) Şekildeki bir bilet makinesidir. Bu makineye atılan paranın <math>\frac{2}{3}</math>'si para üstü olarak geri verilmektedir. Buna göre makine 12 TL para üstü verdiyse, başlangıçta makineye kaç TL atmışızdır? Düşüncenizi açıklayarak yazınız.</p>  <p>12 (Lamon, (1999)'dan alınmıştır.)</p>	Parçası verilen bütünü bulur.
<p>2) Osman, 24 cevizinin <math>\frac{1}{6}</math>'ini yedikten sonra geriye kalan cevizlerinin <math>\frac{2}{5}</math>'sini arkadaşlarına dağıtıyor. Osman'ın geriye kaç ceviz kalır? Cevabınızı açıklayınız.</p>	Bir sayının kesir kadarını bulur.
<p>3) Aşağıdaki soruya yönelik bir çözüm verilmiştir. Bu çözümün doğruluğu hakkındaki düşüncenizi açıklayınız.</p> 	Parçası verilen bütünü bulur.

<p>Benzin göstergesi şekildeki gibi olan bir aracın deposunda 6 litre benzin vardır. İbre sıfırı gösterdiğinde aracın deposu boş olduğuna göre bu aracın deposu kaç litreliktir?</p> <p><b>Çözüm:</b> Göstergedeki 0 ile 1 arası 8 eşit parçaya bölünmüş. Aracın deposundaki benzin ise 3 parça ( 0'dan başlayarak sayıyoruz). Bu demektir ki 3 parça 6 litreye karşılık geliyor. O zaman <math>6:3 = 2</math> işleminden 1 parçaya 2 litre karşılık gelir. En başta 8 parça olduğu için <math>2 \times 8 = 16</math> litre olur.</p> <p>Sorunun çözümü; doğrudur ( ) yanlış ( )</p> <p>Çünkü, .....</p> <p>(6. sınıf SBS (2010)'dan uyarlanmıştır.)</p>	
<div style="text-align: center;">  </div> <p>4) Yukarıda verilen eş bardakların kaçta kaçının su ile dolu olduğu üzerlerine yazılmıştır. <math>\frac{1}{4}</math>'inde su bulunan bardak, kaç numaralı bardağa boşaltılırsa o bardaktaki su taşar? Cevabınızı açıklayınız.</p> <p>(6. sınıf SBS (2009)'dan alınmıştır.)</p>	<p>Toplamı farklı kesir olan işlemi bulur.</p>
<p>5) Şevval ve Selin aynı büyüklükte iki pizza sipariş etti. Her biri pizzaları 8 eşit parçaya ayırdı ve toplam 13 parçasını yediler. Geriye pizzalarının kaçta kaçı kalır? Cevabınızı açıklayınız.</p>	<p>Bütünden kalan parçayı bulur.</p>
<p>6) Bir kek hazırlamak için <math>\frac{1}{10}</math> litre süte ihtiyacım var. <math>\frac{4}{15}</math> litre süt ile kaç kek hazırlayabilirim. Cevabınızı açıklayınız.</p> <p>(Nicolaou ve Pitta-Pantazi, (2014)'den alınmıştır.)</p>	<p>Verilenleri oranlayarak bulduğu oranla verilmeyen miktarı bulur.</p>

## 7.2. KLİNİK MÜLAKATTA YER ALAN SORULAR

Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerine odaklanılmıştır. Farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerin kesirleri anlama becerilerindeki değişimi incelemek, öğrencilerin süreç boyunca ne düşündüklerini, nasıl düşündüklerini ve neden öyle düşündüklerini belirlemek ve elde edilen nicel verileri desteklemek amacıyla klinik mülakatlar yapılmıştır.

Kesirleri anlama becerileri sınavına göre farklı kesirleri anlama becerilerine sahip öğrencilerden gönüllü olan ve öğretmenlerinin tavsiyeleri de göz önüne alınan 9 öğrenci klinik mülakatlar için seçilmiştir. Ayrıca öğrenci seçimlerinde düşüncelerini rahatlıkla ifade etme becerisine sahip ve çalışmaya katılmaya gönüllü öğrenciler tercih edilmiştir. Mülakatlar öğrencilerin kesirleri anlama becerileri sınavında yapmış oldukları işlemler üzerinde gerçekleştirilmiş ve açıklamalar ses kayıt cihazına kaydedilmiştir. Mülakatlar bireysel yapılmış olup her bir mülakat yaklaşık olarak 30 dakika sürmüştür. Mülakatlarda öğrencilerden her bir soru için cevaplarının ne olduğunu ve bu cevaba nasıl ulaştıklarını açıklamaları, ihtiyaç duyulan ek soruları cevaplamaları (“Bunu nasıl yaptın?”, “Nasıl düşündün?” , “Niçin?” ve “Neden?” gibi sorularının yanında problemin içeriği ile ilgili ek sorular) beklenmiştir.

## 8. VERİLERİN ANALİZİ

Ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerini incelemeyi amaçlayan bu çalışmada kesirleri anlama becerileri sınavından elde edilen bulgular aşağıdaki şekilde analiz edilmiştir.

Kesirleri anlama becerileri sınavı açık uçlu ve çoktan seçmeli sorulardan oluşan bir sınavdır. Öğrencilerin sınavdaki çoktan seçmeli sorulara vermiş oldukları cevaplar, eğer doğru ise “1”, yanlış ise “0” şeklinde puanlanmıştır. Açık uçlu soruların analizinde ise araştırmacı tarafından hazırlanan bir rubrik kullanılmıştır(Ek-1). Rubrikte öğrencilerin cevapları beş kategoride değerlendirilmiştir. Buna göre öğrencilerin cevapları kesirleri anlama becerileri göstergelerini karşılayıp karşılamamasına göre “yüksek”, “iyi”, “orta”, “zayıf” ve “karşılıyor/boş” şeklinde

sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmaya göre öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar aşağıdaki şekilde puanlanmıştır:

**Tablo 11.** Kesirleri Anlama Becerileri Rubriğinin Derecelendirme ve Puan Göstergesi

Derecelendirme	Puan	Göstergeler
Yüksek	1.00	Doğru cevabı yazması/seçmesi tamaçıklama yapılması
İyi	0.75	Doğru cevabı yazması/seçmesi ve eksik açıklama yapılması
Orta	0.50	Doğru cevabı yazması/seçmesi
Zayıf	0.25	Yanlış cevap yazması/seçmesi
Karşılamıyor/boş	0.00	Boş

Öğrencilerin kesirleri anlama becerileri sınavında yer alan açık uçlu sorulara yönelik vermiş oldukları puanların güvenilirliğinin sağlanması amacıyla araştırmacı ve bir uzman rastgele seçilen 25 sınav kağıdını verilen rubriğe göre ayrı ayrı puanlanmıştır. Daha sonra araştırmacı ve uzmanın açık uçlu sorulara vermiş oldukları puanların uyuşum yüzdeleri Miles ve Huberman (1994)'ın güvenilirlik hesaplama formülüne göre hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar araştırmacı ve uzmanın uyuşum yüzdesinin %83 olduğunu göstermektedir. Bu ise puanlama güvenilirliğinin oldukça yüksek olduğunu göstermektedir.

Öğrencilerin kesirleri anlama becerileri sınavına vermiş oldukları cevaplar yukarıda ifade edildiği gibi puanlandıktan sonra her bir beceri için ayrı ayrı puanlar hesaplanmıştır. Öğrencilerin kesirleri anlama becerileri sınavının tümü ve her bir beceri için almış oldukları puanların yorumlanmasında aşağıda verilen aralıklar göz önüne alınmıştır:

**Tablo 12.** Kesirleri Anlama Becerilerinin Puanlama Dereceleri ve Aralıkları

Derecelendirme	Puan aralıkları
----------------	-----------------

Yüksek	0,80-1,00
İyi	0,60-0,79
Orta	0,40-0,59
Zayıf	0,20-0,39
Çok zayıf	0,00-0,19

Örneğin bir öğrencinin kesri tanıma becerisine ait 7 soru için almış olduğu puanlar sırasıyla 1.00, 1.00, 0.00, 0.50, 0.25, 1.00 şeklinde olsun. Bu öğrencinin kesri tanıma becerisine yönelik toplam puanı  $\frac{1+1+0+0,5+0,25+1}{7}=0,68$  şeklinde olup bu puan değeri 0,60-0,79 puan aralığına düştüğü için öğrencinin kesri tanıma becerisine “iyi” düzeyde sahip olduğu söylenebilir.

Bu yöntemle tüm beceriler ve toplam durum analiz edilerek öğrencilerin her bir kesri anlama becerisinin puanları belirlenmiş ve düştükleri puan aralıklarına göre dereceleri tespit edilmiştir.

Verilerin normalliği için yapılan normallik testlerinde hem verinin tümü hem de her bir alt değişken için verilerin normal dağılmadığı belirlenmiştir. Bu nedenle elde edilen verilerin analizinde non-parametrik testler kullanılmıştır. Cinsiyet değişkeni için Mann Whitney U testi, sınıf düzeyi ve matematik başarı puanı değişkeni için Kruskal Wallis H testi kullanılmıştır. Öğrencilerin her bir kesri anlama becerisine yönelik düzeyleri frekans ve yüzde ile betimsel olarak sunulmuştur.

Çalışmada veriler aynı zamanda öğrencilerle yapılan klinik mülakatlar yardımıyla da toplanmıştır. Klinik mülakatlar betimsel olarak analiz edilmiştir. Betimsel analizde, görüşülen bireylerin görüşlerini çarpıcı bir şekilde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilerek elde edilen bulgular düzenlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde okuyucuya sunulur. Bu nedenle veriler açık ve sistematik bir biçimde betimlenerek açıklanır, yorumlanır, neden-sonuç ilişkileri irdelenir ve bu sayede sonuçlara ulaşılır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Kesirleri anlama becerileri

testinden elde edilen bulguları desteklemek amacıyla klinik mülakatlarda öğrencilerin vermiş oldukları cevaplardan doğrudan alıntılara yer verilmiştir.



## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### BULGULAR VE YORUMLAR

Elde edilen veriler bu bölümde beş alt başlık altında sunulacaktır: İlk bölümde genel olarak ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerileri, ikinci bölümde cinsiyet değişkeninin öğrencilerin kesirleri anlama becerileri üzerindeki etkileri, üçüncü bölümde sınıf düzeyi değişkeninin öğrencilerin kesirleri anlama becerileri üzerindeki etkileri dördüncü bölümde akademik başarının öğrencilerin kesirleri anlama becerileri üzerindeki etkileri ve son bölümde klinik mülakatlardan elde edilen bulgulardır.

#### 1. ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİNE YÖNELİK ELDE EDİLEN BULGULAR

Ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerileri sınavına vermiş oldukları yanıtlara ilişkin betimsel analiz sonuçları tablo 13'te sunulmuştur.

**Tablo 13.** Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerine İlişkin Betimsel Analiz Sonuçları

Kesirleri anlama becerileri	Düzeyler	F	%	Ortalama	Standart sapma
Kesri Tanıma	Çok zayıf	21	3,65	0.664	0.218
	Zayıf	54	9,39		
	Orta	119	20,70		
	İyi	213	37,04		
	Yüksek	168	29,22		
Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar	Çok zayıf	218	37,91	0.236	0.156
	Zayıf	238	41,39		
	Orta	111	19,30		
	İyi	7	1,22		
	Yüksek	0	0		
Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar	Çok zayıf	243	42,26	0.276	0.200
	Zayıf	196	34,09		
	Orta	81	14,09		
	İyi	45	7,83		
	Yüksek	10	1,74		
Kesirlerin Karşılaştırılması	Çok zayıf	39	6,78	0.594	0.296
	Zayıf	102	17,74		
	Orta	153	26,61		
	İyi	165	28,70		
	Yüksek	116	20,17		
Kesirlerin Temsili	Çok zayıf	69	12	0.446	0.201
	Zayıf	179	31,13		
	Orta	189	32,87		

	İyi	115	20		
	Yüksek	23	4		
Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi	Çok zayıf	248	43,13	0.315	0.259
	Zayıf	115	20		
	Orta	121	21,04		
	İyi	63	10,96		
	Yüksek	28	4,87		
Kesir Problemlerini Çözebilme	Çok zayıf	161	28	0.280	0.155
	Zayıf	294	51,13		
	Orta	102	17,74		
	İyi	16	2,78		
	Yüksek	2	0,35		
Toplam	Çok zayıf	42	7,30	0.412	0.154
	Zayıf	237	41,22		
	Orta	216	37,57		
	İyi	75	13,04		
	Yüksek	5	0,87		

Tablo 13'e göre ortaokul (5.-6.-7.-8. sınıflar) öğrencilerinin kesri tanıma becerilerinin ortalamasının 0,664 ile "iyi" düzeyde olduğu görülmektedir. Kesri tanıma becerisi için öğrencilerin %29.22'sinin yüksek, %37.04'ünün iyi, %20.70'inin orta, %9.39'unun zayıf ve %3.65'inin ise çok zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinin ortalamasının 0,236 ile "zayıf" düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencilerin %37,91'i çok zayıf, %41,39'u zayıf, %19,30'u orta, %1,22'si iyi seviyede bulunmaktadır. Bu beceri için yüksek seviyede hiçbir öğrencinin bulunmadığı görülmektedir. Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisi 0,276 ortalama ile "zayıf" düzeydedir. Öğrencilerin %42,26'sı çok zayıf, %34,09'u zayıf, %14,09'u orta, %7,83'ü iyi, %1,74'ü yüksek düzeyde yer almaktadır. Kesirlerin karşılaştırılması becerisi 0,594 ortalama ile "orta" düzeydedir. Öğrencilerin %6,78'i çok zayıf, %17,74'ü zayıf, %26,61'i orta, %28,70'i iyi, %20,17'si yüksek düzeye bulunmaktadır. Kesirlerin temsili becerisi 0,446 ortalama ile "orta" düzeyde yer almaktadır. Öğrenciler bu beceride %12 ile çok zayıf, %31,13 ile zayıf, %32,87 ile orta, %20 ile iyi ve %4 ile yüksek düzeyde bulunmaktadır. Kesirlerin ondalık yüzdeler ve bölme ilişkisi becerisi 0,315 ortalama ile "zayıf" düzeydedir. Bu beceri için öğrencilerin %43,13'ü çok zayıf, %20'si zayıf, %21,04'ü orta, %10,96'sı iyi ve %4,87'si yüksek düzeydedir. Kesir problemlerini çözebilme becerisi 0,280 ortalama ile "zayıf" düzeydedir. Bu beceri için öğrencilerin %28'inin çok zayıf, %51,13'ünün zayıf, %17,74'ünün orta, %2,78'inin iyi ve %0,35'nin yüksek düzeyde olduğu

görülmektedir. En yüksek anlama becerisi 0,664 ortalama ile kesri tanıma becerisi iken en düşük anlama becerisi ise 0,236 ile ortalama ile kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalardır. Tüm becerilerin birlikte değerlendirildiği toplam duruma bakıldığında 0,412 ortalama ile öğrencilerin kesirleri anlama becerilerinin “orta” düzeyde olduğu görülmektedir.

## 2. CİNSİYET DEĞİŞKENİNİN ÖĞRENCİLERİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Cinsiyet değişkenine göre öğrencilerin kesirleri anlama becerileri arasındaki farklılıkları belirlemek için yapılan betimsel analiz sonuçları Tablo 14’te sunulmuştur.

**Tablo 14.** Ortaokul Öğrencilerinin Cinsiyet Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Betimsel Analizi Sonuçları

Kesirleri anlama becerileri	Düzeyler	Kız öğrenciler				Erkek öğrenciler			
		F	%	Ort.	S.s.	f	%	Ort	S.s
Kesri Tanıma	Çok zayıf	11	3,82	0,670	0,205	10	3,47	0,657	0,230
	Zayıf	21	7,29			33	11,46		
	Orta	59	20,49			60	20,83		
	İyi	114	39,58			99	34,38		
	Yüksek	83	28,82			85	29,51		
Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar	Çok zayıf	92	31,94	0,260	0,154	126	43,75	0,213	0,154
	Zayıf	128	44,44			111	38,54		
	Orta	62	21,53			49	17,01		
	İyi	6	2,08			1	0,35		
	Yüksek	0	0,00			0	0,00		
Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar	Çok zayıf	129	44,79	0,280	0,216	114	39,58	0,273	0,184
	Zayıf	89	30,90			107	37,15		
	Orta	35	12,15			46	15,97		
	İyi	27	9,38			18	6,25		
	Yüksek	8	2,78			2	0,69		
Kesirlerin Karşılaştırılması	Çok zayıf	17	5,90	0,588	0,291	22	7,64	0,601	0,301
	Zayıf	57	19,79			45	15,63		
	Orta	75	26,04			78	27,08		
	İyi	86	29,86			79	27,43		
	Yüksek	53	18,40			63	21,88		
Kesirlerin Temsili	Çok zayıf	23	7,99	0,475	0,195	46	15,97	0,416	0,202
	Zayıf	87	30,21			92	31,94		
	Orta	96	33,33			93	32,29		
	İyi	66	22,92			49	17,01		
	Yüksek	16	5,56			7	2,43		
Kesirlerin Ondalık,	Çok	111	38,54	0,337	0,267	137	47,57	0,292	0,250

Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi	zayıf								
	Zayıf	64	22,22			51	17,71		
	Orta	62	21,53			59	20,49		
	İyi	34	11,81			29	10,07		
	Yüksek	17	5,90			11	3,82		
Kesir Problemlerini Çözebilme	Çok zayıf	76	26,39	0,288	0,160	85	29,51	0,272	0,150
	Zayıf	150	52,08			144	50,00		
	Orta	50	17,36			52	18,06		
	İyi	10	3,47			6	2,08		
	Yüksek	2	0,69			0	0,00		
Toplam	Çok zayıf	15	5,21	0,426	0,152	27	9,38	0,399	0,154
	Zayıf	118	40,97			120	41,67		
	Orta	115	39,93			101	35,07		
	İyi	35	12,15			39	13,54		
	Yüksek	5	1,74			0	0,00		

Tablo 14'e göre kesri tanıma becerisinde kız öğrenciler 0,670 ortalamaya, erkek öğrenciler 0,657 ortalamaya sahiptir. Her iki grubun kesri tanıma becerisinin "iyi" düzeyde olduğu görülmektedir. Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinde kız öğrenciler 0,260, erkek öğrenciler 0,213 ortalama ile "zayıf" düzeyde bulunmaktadır. Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisinde kız öğrenciler 0,280, erkek öğrenciler 0,273 ortalama ile "zayıf" düzeyde yer almaktadır. Kesirlerin karşılaştırılması becerisinde kız öğrenciler 0,588 ortalama ile "orta", erkek öğrenciler 0,601 ortalama ile "iyi" düzeyde bulunmaktadır. Kesirlerin temsili becerisinde kız öğrenciler 0,475, erkek öğrenciler 0,416 ortalama ile "orta" düzeyde bulunmaktadır. Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisinde kız öğrenciler 0,337, erkek öğrenciler 0,292 ortalama ile "zayıf" düzeyde yer almaktadır. Kesir problemlerini çözebilme becerisinde kız öğrenciler 0,288, erkek öğrenciler 0,272 ortalama ile "zayıf" düzeyde bulunmaktadır. Kız ve erkek öğrencilerin kesirlerin karşılaştırılması becerisinde farklı düzeylerde, diğer becerilerde ise aynı düzeyde olduğu görülmektedir. Tüm becerilerin birlikte değerlendirildiği toplam durumu incelediğinde kız öğrencilerin 0,426 ortalama ile "orta" düzeyde, erkek öğrencilerin 0,399 ortalama ile "zayıf" düzeyde olduğu görülmektedir.

Tablo 14'te görüldüğü gibi cinsiyet değişkenine göre ortaokul öğrencilerin kesirleri anlama becerileri arasında farklılıklar bulunmaktadır. Bu farklılıkların

istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için Mann-Whitney U testi yapılmıştır. Tablo 15’te Mann-Whitney U testi sonuçları sunulmuştur.

**Tablo 15.** Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerinin Cinsiyet Değişkenine Göre Mann Whitney U testi Sonuçları

Kesirleri Anlama Becerileri	Grup	N	Sıra ortalaması	Sıra toplamı	U	P
Kesri Tanıma	Kız	288	292,14	84135,50	40136,50	,548
	Erkek	287	283,85	81464,50		
Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar	Kız	288	312,09	89880,50	34391,50	,000*
	Erkek	287	263,83	75719,50		
Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar	Kız	288	283,94	81775,00	40159,00	,556
	Erkek	287	292,07	83825,00		
Kesirlerin Karşılaştırılması	Kız	288	283,54	81659,00	40043,00	,507
	Erkek	287	292,48	83941,00		
Kesirlerin Temsili	Kız	288	310,83	89520,00	34752,00	,001*
	Erkek	287	265,09	76080,00		
Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi	Kız	288	300,97	86679,50	37592,50	,059
	Erkek	287	274,98	78920,50		
Kesir Problemlerini Çözme	Kız	288	294,03	84680,50	39591,50	,382
	Erkek	287	281,95	80919,50		
Toplam	Kız	288	301,27	86765,00	37507,00	,055
	Erkek	287	274,69	78835,00		

Tablo 15’e göre kız ve erkek öğrencilerin kesirleri anlama becerileri arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını anlamak için yapılan Mann Whitney U testi sonucuna göre kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisi ile kesirlerin temsili becerisinde anlamlı bir fark bulunmaktadır ( $p < .05$ ). Bu iki becerinin sıra ortalamaları incelendiğinde kız öğrencilerin sıra ortalamalarının erkek öğrencilerin sıra ortalamasından daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu sonuca göre kız öğrencilerin kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisi ile kesirlerin temsili becerisine erkek öğrencilerden daha çok sahip olduğu söylenebilir. Diğer beceriler arasında ise anlamlı bir fark bulunmamaktadır. Tüm becerilerin değerlendirildiği toplam durumda kız ve erkek öğrencilerin sıra ortalamaları arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmektedir ( $p > .05$ ).

### 3. SINIF DÜZEYİ DEĞİŞKENİNİN ÖĞRENCİLERİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Sınıf düzeyi değişkenine göre öğrencilerin kesirleri anlama becerileri arasındaki farklılıkları belirlemek için yapılan betimsel analiz sonuçları tablo 16 ve tablo 17’de sunulmuştur.

**Tablo 16.** Ortaokul Öğrencilerinin Sınıf Düzeyi Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Frekans ve Yüzde Sonuçları

Kesirleri Anlama Becerileri	Düzeyleler	5. sınıf		6. sınıf		7. sınıf		8. sınıf	
		F	%	f	%	f	%	F	%
Kesri Tanıma	Çok zayıf	6	4,16	5	3,42	6	3,92	4	3,03
	Zayıf	12	8,33	18	12,32	13	8,49	11	8,33
	Orta	29	20,13	33	22,60	33	21,56	24	18,18
	İyi	45	31,25	57	39,04	61	39,86	50	37,87
	Yüksek	52	36,11	33	22,60	40	26,14	43	32,57
Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar	Çok zayıf	49	34,02	62	42,46	53	34,64	54	40,90
	Zayıf	64	44,44	64	43,83	63	41,17	48	36,36
	Orta	60	41,66	20	13,69	34	22,22	28	21,21
	İyi	1	0,69	0	0	3	1,96	2	1,51
	Yüksek	0	0	0	0	0	0	0	0
Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar	Çok zayıf	69	47,91	68	46,57	53	34,64	53	40,15
	Zayıf	46	31,94	45	30,52	62	40,52	43	32,57
	Orta	22	15,27	19	13,01	19	12,41	21	15,90
	İyi	4	2,77	14	9,58	15	9,80	12	9,09
	Yüksek	3	2,08	0	0	4	2,61	3	2,27
Kesirlerin Karşılaştırılması	Çok zayıf	9	6,25	10	6,84	9	5,88	11	8,33
	Zayıf	19	13,19	23	15,75	28	18,30	32	24,24
	Orta	51	35,41	31	21,23	35	22,87	36	27,27
	İyi	45	31,25	56	38,35	38	24,83	26	19,69
	Yüksek	20	13,88	26	17,80	43	28,10	27	20,45
Kesirlerin Temsili	Çok zayıf	7	4,86	19	13,01	23	15,03	20	15,15
	Zayıf	44	30,55	47	32,19	42	27,45	46	34,84
	Orta	62	43,05	55	37,67	35	22,87	37	28,03
	İyi	27	18,75	20	13,69	43	28,10	25	18,93
	Yüksek	4	2,77	5	3,42	10	6,53	4	3,03
Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi	Çok zayıf	100	69,44	70	47,94	49	32,02	29	21,96
	Zayıf	23	15,97	21	14,38	38	24,83	33	25,00
	Orta	17	11,80	33	22,60	31	20,26	40	30,30
	İyi	4	2,77	15	10,27	33	21,56	21	15,90
	Yüksek	0	0	7	4,79	12	7,84	9	6,81
Kesir Problemlerini Çözebilme	Çok zayıf	43	29,86	40	27,39	37	24,18	41	31,06
	Zayıf	71	49,30	83	56,84	72	47,05	68	51,51
	Orta	26	18,05	19	13,01	37	24,18	20	15,15
	İyi	4	2,77	4	2,73	6	3,92	2	1,51
	Yüksek	0	0	0	0	1	0,65	1	0,75
Toplam	Çok zayıf	13	9,02	12	8,21	13	8,49	7	5,30
	Zayıf	64	44,44	66	45,20	49	32,02	58	43,93
	Orta	57	39,58	51	34,93	62	40,52	46	34,84
	İyi	13	9,02	16	10,95	27	17,64	19	14,39

	Yüksek	0	0	1	0,68	2	1,30	2	1,51
--	--------	---	---	---	------	---	------	---	------

Tablo 16'ya göre kesri tanıma becerisi için 5. sınıf öğrencilerinin frekanslarının “yüksek” düzeyde, diğer sınıfların “iyi” düzeyde frekanslarının yüksek olduğu görülmektedir. Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisi için 8. sınıf öğrencilerinin frekanslarının “çok zayıf”, diğer sınıfların “zayıf” düzeyde frekanslarının yüksek olduğu görülmüştür. Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisi için 7. sınıf öğrencilerinin frekansının “zayıf”, diğer sınıfların frekansının “çok zayıf” düzeyde yüksek olduğu belirlenmiştir. Kesirlerin karşılaştırılması becerisi için 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin frekanslarının “orta”, 6. sınıf öğrencilerinin “iyi”, 7. Sınıf öğrencilerinin “yüksek” düzeyde frekanslarının yüksek olduğu görülmektedir. Kesirlerin temsili becerisi için 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin “orta” düzeyde, 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin “zayıf” düzeyde frekanslarının yüksek olduğu görülmektedir. Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisi için 8. sınıf öğrencilerinin “orta” düzeyde, diğerlerinin “çok zayıf” düzeyde frekanslarının yüksek olduğu belirlenmiştir. Kesir problemlerini çözebilme becerisi için tüm sınıfların “zayıf” düzeyde frekansların yüksek olduğu görülmektedir. Toplam durumda 7. sınıf öğrencilerinin “orta” düzeyde, diğer sınıfların “zayıf” düzeyde frekanslarının yüksek olduğu görülmektedir.

**Tablo 17. Ortaokul Öğrencilerinin Sınıf Düzeyi Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Aritmetik Ortalama ve Standart Sapma Sonuçları**

Kesirleri Anlama Becerileri	5. sınıf		6. sınıf		7. sınıf		8. sınıf	
	Ort.	S.s.	Ort	S.s	Ort.	S.s.	Ort	S.s
Kesri Tanıma	0,679	0,211	0,635	0,222	0,658	0,255	0,683	0,207
Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar	0,243	0,149	0,212	0,145	0,252	0,162	0,237	0,163
Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar	0,248	0,185	0,263	0,190	0,298	0,213	0,294	0,210
Kesirlerin	0,583	0,267	0,610	0,289	0,627	0,310	0,549	0,312

Karşılaştırılması								
Kesirlerin Temsili	0,468	0,173	0,422	0,193	0,466	0,225	0,422	0,202
Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi	0,165	0,178	0,303	0,262	0,378	0,270	0,415	0,242
Kesir Problemlerini Çözebilme	0,274	0,160	0,264	0,135	0,309	0,168	0,269	0,149
Toplam	0,404	0,135	0,395	0,149	0,433	0,169	0,415	0,156

Tablo 17'ye göre kesri tanıma becerisinde 5. sınıflar 0,679, 6. sınıflar 0,635, 7. sınıflar 0,658 ve 8. sınıflar 0,683 ortalamaya sahiptir. Tüm sınıfların bu beceri için “iyi” düzeyde olduğu görülmektedir. Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinde 5. sınıflar 0,243, 6. sınıflar 0,212, 7. sınıflar 0,252 ve 8. sınıflar 0,237 ortalamaya sahiptir. Bu beceri için tüm sınıfların “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisi incelendiğinde 5. sınıfların 0,248, 6. sınıfların 0,263, 7. sınıfların 0,298 ve 8. sınıfların 0,294 ortalamaya sahip olduğu görülmektedir. Bu durum tüm sınıfların bu beceriye “zayıf” düzeyde sahip olduğunu göstermektedir. Kesirlerin karşılaştırılması becerisinde 5. sınıflar 0,583, 6. sınıflar 0,610, 7. sınıflar 0,627 ve 8. sınıflar 0,549 ortalamaya sahiptir. Bu beceri için 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin “orta”, 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin “iyi” düzeyde olduğu görülmektedir. Kesirlerin temsili becerisi için 5. sınıflar 0,468, 6. sınıflar 0,422, 7. sınıflar 0,466 ve 8. sınıflar 0,422 ortalamaya sahiptir. Bu beceri için tüm sınıfların “orta” düzeyde olduğu görülmektedir. Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisi incelendiğinde 5. sınıfların 0,165 ortalama ile “çok zayıf”, 6. sınıfların 0,303 ortalama ve 7. sınıfların 0,378 ortalama ile “zayıf”, ve 8. sınıfların 0,415 ortalama ile “orta” düzeyde olduğu



görülmektedir. Kesir problemlerini çözebilme becerisi için 5. sınıfların 0,274, 6. sınıfların 0,264, 7. sınıfların 0,309 ve 8. sınıfların 0,269 ortalama ile “zayıf” düzeyde yer aldığı görülmektedir. Toplam durum incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin sınıf düzeyi değişkenine göre kesirleri anlama becerilerinin 5. sınıf için 0,404 ortalama ile “orta”, 6. sınıf için 0,395 ortalama ile “zayıf”, 7. sınıf için 0,433 ortalama ile “orta” ve 8. sınıf için 0,415 ortalama ile “orta” düzeyde olduğu görülmüştür.

Tablo 17’ye göre sınıf düzeyi değişkenine göre ortaokul öğrencilerin kesirleri anlama becerileri arasında farklılıklar bulunmaktadır. Bu farklılıkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için Kruskal Wallis H testi yapılmıştır. Tablo 18’de Kruskal Wallis H testi sonuçları verilmiştir.

**Tablo 18.** Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerinin Sınıf Düzeyi Değişkenine Göre Kruskal Wallis H- testi Sonuçları

Kesirleri Anlama Becerileri	Sınıf	N	Sıra ortalaması	Sd	$\chi^2$	P	Farkın kaynağı
Kesri Tanıma	5	144	298,55	3	4,394	0,222	
	6	146	265,34				
	7	153	286,91				
	8	132	302,82				
Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar	5	144	295,68	3	5,200	0,158	
	6	146	262,20				
	7	153	303,26				
	8	132	290,47				
Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar	5	144	268,22	3	5,024	0,170	
	6	146	278,51				
	7	153	306,86				
	8	132	298,22				
Kesirlerin Karşılaştırılması	5	144	280,26	3	6,086	0,108	
	6	146	298,26				
	7	153	306,80				
	8	132	263,31				
Kesirlerin Temsili	5	144	308,55	3	7,899	0,048*	5 ile 6 5 ile 8
	6	146	269,49				
	7	153	305,06				
	8	132	266,28				
Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi	5	144	190,26	3	83,609	0,000*	5 ile 6 5 ile 7 5 ile 8 6 ile 7 6 ile 8
	6	146	279,52				
	7	153	327,78				
	8	132	357,89				
Kesir Problemlerini Çözebilme	5	144	280,73	3	6,277	0,099	
	6	146	273,96				
	7	153	316,43				
	8	132	278,52				
Toplam	5	144	280,34	3	4,797	0,187	
	6	146	270,07				
	7	153	310,32				

	8	132	290,32				
--	---	-----	--------	--	--	--	--

Tablo 18'e göre 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin kesirleri anlama becerileri arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını anlamak için yapılan Kruskal Wallis H testi sonucuna göre kesirlerin temsili becerisi ve kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisinde anlamlı bir farklılık bulunmaktadır ( $p < .05$ ). Kesirlerin temsili becerisi incelendiğinde 5. sınıf öğrencilerinin (sıra ort.:308,55) 6. sınıf öğrencileri (sıra ort.:269,49) ve 8. sınıf öğrencileri (sıra ort.:266,28) arasındaki farkın anlamlı olduğu görülmüştür. Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisinde 5. sınıf öğrencilerinin (sıra ort.:190,26) 6. sınıf (sıra ort.:279,52), 7. sınıf (327,78) ve 8. sınıf (357,89) öğrencileri ile arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir. Aynı şekilde bu beceri için 6. sınıf öğrencilerinin de 7. ve 8. sınıf öğrencileri ile arasında anlamlı bir fark görülmektedir. Diğer becerilerde ise anlamlı bir farklılık görülmemektedir. Tüm becerilerin değerlendirildiği toplam durumda 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin kesirleri anlama becerileri arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmektedir ( $p > .05$ ).

#### 4. MATEMATİK BAŞARI PUANI DEĞİŞKENİNİN ÖĞRENCİLERİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Öğrencilerin matematik başarı puanı aralıkları ortaokul puan sistemine göre 0-44, 45-54, 55-69, 70-84 ve 85-100 olarak belirlenmiştir. Matematik başarı puanı değişkenine göre öğrencilerin kesirleri anlama becerileri arasındaki farklılıkları belirlemek için yapılan betimsel analiz sonuçları tablo 19 ve tablo 20'de sunulmuştur.

**Tablo 19.** Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Başarı Puanı Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Frekans ve Yüzde Sonuçları

Kesirleri Anlama Becerileri	Düzeyleyler	0-44		45-54		55-69		70-84		85-100	
		f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Kesri Tanıma	Çok zayıf	4	15,38	7	13,20	8	8,69	2	2,15	0	0
	Zayıf	9	34,61	8	15,09	22	23,91	5	5,37	10	3,21
	Orta	6	23,07	16	30,18	27	29,34	33	35,48	37	11,89
	İyi	1	3,84	15	28,30	25	27,17	36	38,70	136	43,72
	Yüksek	6	23,07	7	13,20	10	10,86	17	18,27	128	41,15
Kesirler için Tanımlar	Çok zayıf	22	84,61	27	50,94	45	48,91	40	43,01	84	27,00
	Zayıf	4	15,38	22	41,50	38	41,30	42	45,16	133	42,76

veMatematikselAçıklamalar	Orta	0	0	4	7,54	9	9,78	11	11,82	87	27,97
	İyi	0	0	0	0	0	0	0	0	7	2,25
	Yüksek	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulama lar	Çok zayıf	19	73,07	36	67,92	61	66,30	56	60,21	71	22,82
	Zayıf	6	23,07	14	26,41	26	28,26	29	31,18	121	38,90
	Orta	1	3,84	2	3,77	4	4,34	5	5,37	69	22,18
	İyi	0	0	1	1,88	1	1,08	3	3,22	40	12,86
	Yüksek	0	0	0	0	0	0	0	0	10	3,21
Kesirlerin Karşılaştırılması	Çok zayıf	6	23,07	5	9,43	7	7,60	6	6,45	15	4,82
	Zayıf	5	19,23	13	24,52	25	27,17	27	29,03	32	10,28
	Orta	8	30,76	22	41,50	37	40,21	28	30,10	58	18,64
	İyi	6	23,07	8	15,09	20	21,73	25	26,88	106	34,08
	Yüksek	1	3,84	5	9,43	3	3,26	7	7,52	100	32,15
Kesirlerin Temsili	Çok zayıf	11	42,30	15	28,30	16	17,39	11	11,82	16	5,14
	Zayıf	11	42,30	26	49,05	50	54,34	37	39,78	55	17,68
	Orta	3	11,53	11	20,75	20	21,73	31	33,33	13	4,18
	İyi	1	3,84	1	1,88	6	6,52	13	13,97	94	30,22
	Yüksek	0	0	0	0	0	0	1	1,07	22	7,07
Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi	Çok zayıf	17	65,38	31	58,49	50	54,34	50	5,37	100	32,15
	Zayıf	7	26,92	13	24,52	15	16,30	15	16,12	65	20,90
	Orta	2	7,69	7	13,20	20	21,73	18	19,35	74	23,79
	İyi	0	0	2	3,77	7	7,60	10	10,75	44	14,14
	Yüksek	0	0	0	0	0	0	1	1,07	28	9,00
Kesir Problemlerini Çözme	Çok zayıf	16	61,53	23	4,33	37	40,21	31	33,33	54	17,36
	Zayıf	8	30,76	28	52,83	45	48,91	53	56,98	160	51,44
	Orta	2	7,69	2	3,77	10	10,86	9	9,67	79	25,40
	İyi	0	0	0	0	0	0	0	0	16	5,14
	Yüksek	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0,64
Toplam	Çok zayıf	10	38,46	8	15,09	13	14,13	6	6,45	5	1,60
	Zayıf	13	50,00	36	67,92	58	63,04	56	60,21	74	23,79
	Orta	3	11,53	9	16,98	20	21,73	27	29,03	157	50,48
	İyi	0	0	0	0	1	1,08	4	4,30	70	22,50
	Yüksek	0	0	0	0	0	0	0	0	5	1,60

Tablo 19'a göre kesri tanıma becerisi için 0-44 puan aralığındaki öğrencilerin frekansının "zayıf" düzeyde, 44-54 ve 55-69 puan aralığındakilerin frekansının "orta" düzeyde, 70-84 ve 85-100 puan aralığındakilerin "iyi" düzeyde yoğunlaştığı görülmektedir. Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisi için en düşük puan aralığındaki öğrencilerin frekansının "çok zayıf" düzeyde, diğer iki aralığın frekansının "zayıf" düzeyde yüksek olduğu görülmektedir. Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisi için 85-100 puan aralığındaki öğrencilerin frekansının "zayıf" düzeyde, diğer puan aralığındakilerin ise "çok zayıf" düzeyde yüksek olduğu görülmüştür. Kesirlerin karşılaştırılması becerisi için 85-100 aralığındakilerin frekansı "iyi" düzeyde, diğer öğrencilerin frekansının "orta" düzeyde yüksek olduğu görülmektedir. Kesirlerin temsili becerisi için 0-44 puan

aralığındaki öğrencilerin frekansının “çok zayıf” ve “zayıf” düzeyde eşit olarak yoğunlaştığı, 85-100 puan aralığındakilerin “iyi” düzeyde, diğer puan aralığındakilerin “zayıf” düzeyde frekanslarının yoğunlaştığı görülmektedir. Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisi için tüm puan aralığındaki öğrencilerin frekansının “çok zayıf” düzeyde yüksek olduğu belirlenmiştir. Kesir problemlerini çözebilme becerisi için 0-44 puan aralığındakilerin “çok zayıf” düzeyde, diğer puan aralığındakilerin “zayıf” düzeyde frekanslarının yüksek olduğu görülmektedir. Toplam durumda 85-100 puan aralığındakilerin frekanslarının “orta” düzeyde, diğerlerinin “zayıf” düzeyde yüksek olduğu belirlenmiştir.

**Tablo 20.** Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Başarı Puanı Değişkenine Göre Kesirleri Anlama Becerilerinin Aritmetik Ortalama ve Standart Sapma Sonuçları

Başarı Puanı	0-44		45-54		55-69		70-84		85-100	
	Ort.	S.s.	Ort.	S.s.	Ort.	S.s.	Ort.	S.s.	Ort.	S.s.
Kesri Tanıma	0,458	0,281	0,524	0,235	0,527	0,230	0,640	0,184	0,751	0,161
Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar	0,090	0,113	0,167	0,135	0,183	0,138	0,204	0,133	0,285	0,154
Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar	0,141	0,090	0,173	0,123	0,168	0,120	0,196	0,155	0,360	0,210
Kesirlerin Karşılaştırılması	0,413	0,299	0,476	0,269	0,464	0,238	0,500	0,265	0,695	0,286
Kesirlerin Temsili	0,253	0,168	0,290	0,133	0,328	0,157	0,401	0,167	0,535	0,183
Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi	0,166	0,145	0,207	0,176	0,240	0,230	0,255	0,226	0,384	0,274
Kesir Problemlerini	0,171	0,122	0,195	0,101	0,222	0,125	0,248	0,119	0,329	0,163

Çözebilme										
Toplam	0,249	0,127	0,296	0,101	0,312	0,109	0,364	0,115	0,489	0,137

Tablo 20'ye göre kesri tanıma becerisi için 0-44 puan aralığındaki öğrenciler 0,458, 45-54 puan aralığındakiler 0,524, 55-69 puan aralığındakiler 0,527 ortalama ile “orta” düzeyde, 70-84 puan aralığındakiler 0,640, 85-100 puan aralığındakiler 0,751 ortalama ile “iyi” düzeyde yer almaktadır. Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisi için 0-44 puan aralığındaki öğrenciler 0,090, 45-54 puan aralığındakiler 0,167, 55-69 puan aralığındakiler 0,183 ortalama ile “çok zayıf” düzeyde, 70-84 puan aralığındakiler 0,204, 85-100 puan aralığındakiler 0,285 ortalama ile “zayıf” düzeyde bulunmaktadır. Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisi için 0-44 puan aralığındaki öğrenciler 0,141, 45-54 puan aralığındakiler 0,173, 55-69 puan aralığındakiler 0,168, 70-84 puan aralığındakiler 0,196 ortalama ile “çok zayıf” düzeyde ve 85-100 puan aralığındakiler 0,360 ortalama ile “zayıf” düzeyde yer almaktadır. Kesirlerin karşılaştırılması becerisi için 0-44 puan aralığındaki öğrenciler 0,413, 45-54 puan aralığındakiler 0,476, 55-69 puan aralığındakiler 0,464, 70-84 puan aralığındakiler 0,500 ortalama ile “orta” düzeyde, 85-100 puan aralığındakiler 0,695 ortalama ile “iyi” düzeyde bulunmaktadır. Kesirlerin temsili beceri için 0-44 puan aralığındaki öğrenciler 0,253, 45-54 puan aralığındakiler 0,290, 55-69 puan aralığındakiler 0,328 ortalama ile “zayıf” düzeyde, 70-84 puan aralığındakiler 0,401, 85-100 puan aralığındakiler 0,535 ortalama ile “orta” düzeyde yer almaktadır. Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisi için 0-44 puan aralığındaki öğrenciler 0,166 ortalama ile “çok zayıf” düzeyde, 45-54 puan aralığındakiler 0,207, 55-69 puan aralığındakiler 0,240, 70-84 puan aralığındakiler 0,255, 85-100 puan aralığındakiler 0,384 ortalama ile “zayıf” düzeyde bulunmaktadır. Kesir problemlerini çözebilme becerisi için 0-44 puan aralığındaki öğrenciler 0,171, 45-54 puan aralığındakiler 0,195 ortalama ile “çok zayıf” düzeyde, 55-69 puan aralığındakiler 0,222, 70-84 puan aralığındakiler 0,248, 85-100 puan aralığındakiler 0,329 ortalama ile “zayıf” düzeyde bulunmaktadır.

Toplam durum incelendiğinde 0-44 puan aralığındaki öğrenciler 0,249, 45-54 puan aralığındakiler 0,296, 55-69 puan aralığındakiler 0,312, 70-84 puan aralığındakiler 0,364 ortalama ile “zayıf” düzeyde, 85-100 puan aralığındakiler 0,489 ortalama ile “orta” düzeyde bulunmaktadır.

Tablo 20’ye göre matematik başarı puanı değişkenine göre ortaokul öğrencilerin kesirleri anlama becerileri arasında farklılıklar bulunmaktadır. Bu farklılıkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için Kruskal Wallis H testi yapılmıştır. Tablo 21’de Kruskal Wallis H testi sonuçları verilmiştir.

**Tablo 21. Ortaokul Öğrencilerinin Kesirleri Anlama Becerilerinin Matematik Başarı Puanı Değişkenine Göre Kruskal Wallis H- testi Sonuçları**

Kesirleri Anlama Becerileri	Matematik başarı puanı	N	Sıra ortalaması	sd	$\chi^2$	P	Farkın kaynağı
Kesri Tanıma	0-44	26	164,08	4	121,160	0,000*	0-44 ile 70-84 0-44 ile 85-100 45-54 ile 70-84 45-54 ile 85-100 55-69 ile 70-84 55-69 ile 85-100 70-84 ile 85-100
	45-54	53	186,25				
	55-69	92	188,94				
	70-84	93	256,60				
	85-100	311	354,39				
Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar	0-44	26	131,63	4	76,284	0,000*	0-44 ile 45-54 0-44 ile 55-69 0-44 ile 70-84 0-44 ile 85-100 45-54 ile 85-100 55-69 ile 85-100 70-84 ile 85-100
	45-54	53	215,56				
	55-69	92	233,59				
	70-84	93	256,57				
	85-100	311	338,91				
Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar	0-44	26	163,08	4	141,902	0,000*	0-44 ile 85-100 45-54 ile 85-100 55-69 ile 85-100 70-84 ile 85-100
	45-54	53	197,05				
	55-69	92	192,08				
	70-84	93	218,74				
	85-100	311	363,03				
Kesirlerin Karşılaştırılması	0-44	26	196,15	4	87,910	0,000*	0-44 ile 85-100 45-54 ile 85-100 55-69 ile 85-100 70-84 ile 85-100
	45-54	53	220,51				
	55-69	92	212,82				
	70-84	93	233,65				
	85-100	311	345,67				
Kesirlerin Temsili	0-44	26	134,63	4	162,366	0,000*	0-44 ile 70-84 0-44 ile 85-100 45-54 ile 70-84 45-54 ile 85-100 55-69 ile 70-84 55-69 ile 85-100 70-84 ile 85-100
	45-54	53	154,92				
	55-69	92	185,84				
	70-84	93	250,90				
	85-100	311	364,82				
Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile	0-44	26	197,92	4	47,880	0,000*	0-44 ile 85-100 45-54 ile 85-100 55-69 ile 85-100 70-84 ile 85-100
	45-54	53	227,13				
	55-69	92	239,63				
	70-84	93	253,09				

İlişkisi	85-100	311	330,65				
Kesir Problemlerini Çözebilme	0-44	26	168,06	4	79,624	0,000*	0-44 ile 70-84
	45-54	53	193,98				0-44 ile 85-100
	55-69	92	224,66				45-54 ile 70-84
	70-84	93	258,84				45-54 ile 85-100
	85-100	311	341,50				55-69 ile 85-100
Toplam	0-44	26	119,40	4	196,589	0,000*	0-44 ile 55-69
	45-54	53	157,35				0-44 ile 70-84
	55-69	92	175,12				0-44 ile 85-100
	70-84	93	232,37				45-54 ile 70-84
	85-100	311	374,36				45-54 ile 85-100
							55-69 ile 70-84
							55-69 ile 85-100
							70-84 ile 85-100

Tablo 21'e göre 0-44, 45-54,55-69, 70-84 ve 85-100 puan aralığındaki öğrencilerin kesirleri anlama becerileri arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını anlamak için yapılan Kruskall Wallis H testi sonucuna göre tüm beceriler ve toplam durumda puan grupları arasında anlamlı bir fark görülmüştür ( $p < .05$ ).

Genel olarak matematik başarı puanı arttıkça sıra ortalamalarının da arttığı görülmektedir. Toplam durum incelendiğinde 0-44 puan aralığındaki sıra ortalamasının 119,40, 45-54 puan aralığındakinin 157,35, 55-69 puan aralığındakinin 175,12, 70-84 puan aralığındakinin 232,37,85-100 puan aralığındakinin 374,36 sıra ortalamasına sahip olduğu görülmektedir. Bu duruma göre matematik başarı puanı arttıkça kesri anlama becerilerine sahip olma özelliğinin de arttığı söylenebilir.

## 5. KLİNİK MÜLAKATTAN ELDE EDİLEN BULGULAR

Bu bölümde her bir kesri anlama becerisi ayrı ayrı incelenerek, elde edilen sonuçlar klinik mülakatlarla desteklenmiştir. Bunun için öncelikle her bir kesri anlama becerisinin alt bileşenlerini belirlemeye yönelik sorulan soruların sınıf seviyesine göre ortalama puanlarındaki değişim belirlenmiştir. Daha sonra bu puanlardaki değişimi derinlemesine yansıtmak amacıyla yapılan klinik mülakatlar betimsel olarak sunulmuştur.

Kesri anlama becerilerinden ilki olan “kesri tanıma” becerisi ve bu becerinin alt bileşenlerini belirlemeye yönelik sorulan sorulara ilişkin ortalama puanlar ile standart sapma değerleri tablo 22’de verilmiştir.

**Tablo 22.** Kesri Tanıma Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı

Beceri türü/ Sınıf seviyesi	5. sınıf		6. sınıf		7. sınıf		8. sınıf		Toplam	
	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s
1.soru	.71	.46	.77	.42	.86	.35	.85	.35	.80	.40
2. soru	.73	.45	.67	.47	.67	.47	.66	.47	.68	.47
3. soru	.87	.34	.84	.37	.78	.41	.90	.30	.85	.36
4. soru	.76	.43	.75	.44	.80	.40	.81	.39	.78	.42
5. soru	.70	.46	.57	.50	.61	.49	.64	.48	.63	.48
6. soru	.81	.30	.62	.38	.57	.40	.59	.37	.65	.38
7. soru	.19	.39	.24	.42	.30	.46	.33	.47	.26	.44

Kesri tanıma becerisindeki 1. soru öğrencilerin kesirleri ortak paydaya göre sınıflandırmaya yöneliktir. 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin 1. soruya yönelik ortalamaları “iyi” düzeyinde olsa da 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin bu soru için ortalama puanlarının “yüksek” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin sınıf düzeyine göre puan ortalamalarında bir artışın olduğunu göstermektedir. Kesri tanıma becerisinin 2. sorusu öğrencilerin verilen kesirler arasından basit kesri belirlemesine yöneliktir. Her bir sınıf düzeyindeki öğrencilerin basit kesir tanıma ortalamalarının “iyi” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Kesri tanıma becerisinin 3. sorusu öğrencilerin okunuşu verilen bir kesir yazmalarına yöneliktir. Bu soruya yönelik sadece 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları “iyi” düzeyde iken diğer tüm sınıf seviyelerinde öğrencilerin puan ortalamaları “yüksek” düzeydedir. Kesri tanıma becerisinin 4. sorusu ortak paya sahip kesirleri sınıflandırmaya yöneliktir. 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin 4. soruya yönelik ortalamaları “iyi” düzeyinde olsa da 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin bu soru için ortalama puanlarının “yüksek” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin sınıf düzeyine göre puan ortalamalarında bir artışın olduğunu göstermektedir. Kesri tanıma becerisinin 5. sorusu bileşik kesri belirlemeye yöneliktir. 5., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin bu soruya yönelik vermiş oldukları cevapların puan ortalaması “iyi” düzeyinde iken 6. sınıf öğrencilerinin puan ortalaması “orta” düzeydedir. Kesri tanıma becerisinin 6. sorusu tamsayı kesirleri belirlemeye yöneliktir. Bu soruya yönelik 5. sınıf öğrencilerin ortalamaları “yüksek” iken 6. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları “iyi” ve 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin ise ortalama puanlarının “orta” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin sınıf düzeyine göre puan ortalamalarında bir azalışın olduğunu göstermektedir. Kesri



tanıma becerisinin 7. sorusu denk kesri belirlemeye yöneliktir. Bu soruya yönelik 5. sınıf öğrencilerinin puan ortalamalarının “çok zayıf” düzeyinde diğer sınıf seviyelerindeki öğrencilerin puan ortalamalarının ise “zayıf” düzeyinde olduğu belirlenmiştir. Kesri tanıma becerisi içerisinde en düşük puan ortalamalarına bu sorunun sahip olduğu görülmektedir.

Kesri tanıma becerisinin 6. sorusuna yönelik beşinci sınıf öğrencisi ile yapılan mülakatta öğrenciden verilen kesirler arasından tam sayılı kesirleri seçmesi istenmiştir ve öğrenci ile araştırmacı arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

(Öğrenci soruyu sesli bir şekilde okuduktan sonra)

*Araştırmacı: Neden bu iki kesri seçtin?*

*Abdullah: (Tam sayılı kesirleri göstererek) Çünkü bunlar tamsayılı. Bunların önünde tamı var.*

*Araştırmacı: (Bileşik kesri göstererek) Neden bunu seçmedin?*

*Abdullah: Önünde tam yok ama çevirebiliriz.*

*Araştırmacı: Peki tama çevirebilirim dediğin kesir hangi kesir?*

*Abdullah: ?*

*Araştırmacı: Bu kesrin adı ne?*

*Abdullah: Hatırlayamadım.*

Burada öğrencinin tam sayılı ve bileşik kesirleri yapı olarak bildiğini fakat bileşik kesri isim olarak hatırlayamadığını görüyoruz. Ölçeklerde bu soru ile ilgili yaygın en çok yapılan hatanın tam sayılı kesirlerle birlikte bileşik kesirlerin de seçilmesi olarak görülmüştür. Bunun sebebinin ise tam sayılı ve bileşik kesirler birbirine dönüştürülebildiği için öğrencilerin bunları aynı kabul etmelerinden kaynaklanması olabilir.

Kesri tanıma becerisinin 7. sorusuna ilişkin beşinci sınıf öğrencisi ile yapılan mülakatta öğrenciden verilen kesirler arasından farklı olan kesri seçmesi istenmiştir ve öğrenci ile araştırmacı arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

*Araştırmacı: Neden 10/15 kesrini seçtin?*

*Sümevha: Çünkü diğerleri daha basit kesir. O yüzden onu seçtim. Çünkü*

onun sayısı daha büyük, diğerlerine göre daha çok.

*Araştırmacı: Bu seçtiğin kesir daha mı basit kesir?*

*Sümeýha: Evet.*

*Araştırmacı: Daha basit kesir diye bir şey öğrendiniz mi derste?*

*Sümeýha: Hayır.*

*Araştırmacı: Neden bu kesir için daha basit kesir dedin?*

*Sümeýha: Çünkü miktar olarak daha çok.*

*Araştırmacı: Peki senden miktar olarak farklı olan kesri istemiş mi?*

*Sümeýha: Hayır.*

Bu soruda öğrenci denk olan ikili kesirleri fark edememiştir. Bu sebeple pay ve paydası büyük olan kesri seçerek büyük olan kesir farklıdır şeklinde düşündüğünü göstermiştir. Bu mülakat öğrencinin “büyük sayılı kesir daha büyüktür.” Düşüncesine sahip olduğunu göstermektedir.

“Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar” becerisi ve bu becerinin alt bileşenlerini belirlemeye yönelik sorulan sorulara ilişkin ortalama puanlar ile standart sapma değerleri tablo 23’te verilmiştir.

**Tablo 23.** Kesirler İçin Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı

Beceri türü/ Sınıf seviyesi	5. sınıf		6. sınıf		7. sınıf		8. sınıf		Toplam	
	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s
Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar										
1.soru	.33	.24	.27	.24	.34	.27	.23	.25	.29	.25
2. soru	.17	.19	.13	.17	.17	.25	.22	.24	.17	.22
3. soru	.22	.19	.26	.24	.27	.22	.25	.22	.25	.22
4. soru	.30	.28	.21	.24	.25	.26	.27	.25	.26	.26
5. soru	.20	.24	.20	.25	.22	.24	.22	.23	.21	.24

Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinin 1. sorusunda öğrencilerden kesri bir başkasına açıklaması istenmiştir. Tüm sınıf seviyelerinin bu soru için “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 2. sorusu iki doğal sayı arasında kesir olup olmadığına yöneliktir. Bu soruda 5., 6. ve 7. Sınıf öğrencilerinin “çok zayıf” düzeyde, 8. sınıf öğrencilerinin “zayıf” düzeyde olduğu

görülmektedir. Bu becerinin 3. sorusunda iki kesrin eşitliğine yöneliktir. Bu soruda tüm sınıf seviyelerinin “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 4. sorusunda iki kesrin denk olmasına yöneliktir. Bu soruda tüm sınıf seviyelerinin “zayıf” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu becerinin 5. sorusu bir kesrin diğer kesirden küçük olmasına yöneliktir. Bu soruda tüm sınıf düzeylerinin “zayıf” olduğu görülmektedir. Bu becerinin soruları içinde 2. sorunun en düşük ortalamaya sahip olduğu görülmektedir. Bu beceri için 2. soru hariç tüm sorularda bütün sınıfların aynı kesri anlama becerisi düzeyinde olduğu ve tüm düzeylerin “zayıf” olduğu görülmektedir. Farklı olan 2. soruda ise 5., 6., ve 7. sınıfların aynı düzeyde olduğu, 8. sınıfların ise bir miktar ortalama artışıyla bir üst düzeyde olduğu görülmektedir.

Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisine ait 2.soruda sekizinci sınıf öğrencisinden 0 ile 1 arasında kaç tane kesir olduğunu açıklaması istenmiştir. Buna ilişkin yapılan klinik mülakat şu şekilde gerçekleşmiştir:

*Araştırmacı: Ne düşündün bu soru hakkında?*

*Gülçin: Pek bir şey düşünemedim çünkü kesirlerde böyle sorularda sıkıntı yaşıyorum.*

*Araştırmacı: Peki sayı doğrusunu çizip 0 ile 1 i yazdın. 0 ile 1 in arasına kaç tane kesir yerleştirdin?*

*Gülçin: 10 tane. 0'dan sonra 0,1 diye yazılıyor o şekil de mi?*

*Araştırmacı: Sadece 10 tane mi yerleştirebilirsin? Neden?*

*Gülçin: Yani daha fazla olabilir.*

*Araştırmacı: Daha fazla olabilir derken 20 tane mi mesela?*

*Gülçin: Yani*

*Araştırmacı: Peki 100 olur mu?*

*Gülçin: 100 olmaz*

*Araştırmacı: Neden?*

*Gülçin: 0 ile 1 arasında değil.*

*Araştırmacı: Sayı olarak kastetmiyorum. 100 tane kesir olarak yerleştirebilir misin?*

*Gülçin: Yerleştiririm.*

*Araştırmacı: Peki 200 tane yerleştirebilir misin?*

*Gülçin: Bilmiyorum.*

Bu durum öğrencinin 0 ile 1 arasına kesir değil sayı yerleştirmeye

çalıştığını, iki sayı arasındaki kesirler hakkında bir bilgisinin olmadığını göstermektedir.

Başka bir öğrenci ise bu soruya yönelik tam açıklamalarda bulunmuştur. Beşinci sınıf öğrencisi ile aynı soru üzerine olan diyalog şu şekildedir:

*Araştırmacı: Ne düşün bu soru hakkında?*

*Ali: Sayıların sonu yoktur. Bu durumda 0 dan 1 e kadar olan kesirleri istediğimiz kadar parçaya bölebiliriz.*

*Araştırmacı: Sayıların sonu yoktur dedin ya peki 0 ile 1 arası sınırlı değil mi?*

*Ali: Böle böle parçaları küçülür.*

*Araştırmacı: Cevabında 3'e ya da 3000000'a bölünür demişsin ya bu sayılar daha da büyüyebilir mi?*

*Ali: Büyüyebilir.*

Bu mülakatta öğrencinin iki sayı arasını sonsuz parçaya ayırabildiği ve iki sayı arasında sonsuz sayıda kesir olduğu bilgisini sayı doğrusu üzerinde gösterebildiği görülmektedir.

Bu becerinin 3. ve 4. sorusuna yönelik yedinci sınıf öğrencisi ile yapılan mülakatta 3. soruda iki kesrin birbirine ne zaman eşit olduğunu, 4. soruda iki kesrin ne zaman birbirine denk olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğrenci ile araştırmacı arasında söyle bir diyalog geçmiştir:

*Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?*

*Sinem: İki kesrin ne zaman birbirine eşit olduğunu sormuş. Örnek verdim. Mesela 2/4 ile 4/8. Bunları sadeleştirerek birbirine eşitledim. İkisini de 1/2 yaptım.*

*Araştırmacı: Peki iki kesiri birbirine eşitlemek için sadeleştirme veya genişletme mi kullanmak gerekiyor?*

*Sinem: ?*

*Araştırmacı: Peki 2/4, 4/8'e eşit olmuyor mu?*

*Sinem: Olmuyor.*

*Araştırmacı: Peki iki kesrin birbirine denk olması hakkında ne düşündün?*

*Sinem: Yine genişletme ve sadeleştirme kullandım. 8/9 ile 16/18 kesirlerini verdim. 8/9'u genişlettim. 16/18 kesrine çevirdim.*

*Araştırmacı: Verdiğin örnekte iki farklı kesri aynı kesir yapmışsın. İki kesrin birbirine denk olması için aynı kesir mi olması lazım.*

*Sinem: Evet*

*Araştırmacı: Peki eşit kesir ile denk kesirin farkı ne?*

*Sinem: ?*

*Araştırmacı: Denk kesir için de eşit kesir için de aynı şeyi yaptın. Genişletme veya sadeleştirme ile birbirinin aynısı olacak dedin. Bunların farkı ne?*

*Sinem: Ben bir fark bulamadım. Bence ikisi de aynı.*

Öğrenci bu mülakatta denk kesir ve eşit kesrin aynı ifadeler olduğunu düşünüyor. Eşit kesir ve denk kesir miktar olarak aynı miktarı temsil ediyor fakat eşit kesirde kesirlerin pay ve paydasının aynı olması gerekirken denk kesirde böyle bir durum söz konusu değildir. Denk kesirde iki kesir birbirinin genişletilmiş veya sadeleştirilmiş halidir. Bu durumdan dolayı eşit kesirlerin denk kesir olabildiğini fakat denk kesirlerin eşit kesir olamadığını söyleyebiliriz. Öğrencinin cevabı bize bu farkın tam olarak bilinmediğini gösteriyor.

“Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar” becerisi ve bu becerinin alt bileşenlerini belirlemeye yönelik sorulan sorulara ilişkin ortalama puanlar ile standart sapma değerleri tablo 24’te verilmiştir.

**Tablo 24.** Kesirler Hakkında Tartışma Ve DoğrulamalarBecerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı

Beceri türü/ Sınıf seviyesi	5. sınıf		6. sınıf		7. sınıf		8. sınıf		Toplam	
	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s
Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar										
1.soru	.28	.32	.29	.29	.30	.31	.32	.29	.30	.30
2. soru	.26	.30	.21	.28	.25	.31	.31	.30	.26	.30
3. soru	.17	.24	.25	.25	.25	.27	.23	.24	.22	.25
4. soru	.28	.35	.29	.32	.27	.32	.29	.35	.28	.34
5. soru	.35	.36	.38	.38	.47	.40	.42	.39	.41	.38
6. soru	.14	.30	.15	.30	.25	.38	.20	.33	.19	.33

Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisinin 1. sorusu kesrin payı aynen kalıp paydası büyütüldüğünde kesrin değerindeki değişimin belirlenmesine yöneliktir. Tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin bu soruda “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 2. sorusunda kesrin payı ve paydasının aynı sayı ile genişletilmesine yöneliktir. Tüm sınıf düzeylerinin bu soru için “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 3. sorusu kesrin işlemci anlamına yöneliktir. Bu soru için 5. sınıf öğrencilerinin ortalamaları “çok zayıf” düzeyde, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ortalamalarının “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 4. sorusu kesrin paydası aynen kalıp payının değişmesiyle kesrin değerindeki değişimin belirlenmesine yöneliktir. Bu soru için tüm sınıf düzeylerinin “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 5. sorusu kesirlerin denklğine yöneliktir. Bu soru için 5. ve 6. sınıf öğrencileri “zayıf” düzeyde iken, 7. ve 8. sınıf öğrencileri “orta” düzeyde bulunmaktadır. Bu becerinin 6. sorusu farklı büyüklüklerin kesir miktarının karşılaştırılmasına yöneliktir. Bu soru için 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin “çok zayıf” düzeyde, 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin en düşük ortalamaya sahip sorusunun 6. soru olduğu görülmektedir.

Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisinin 2. sorusuna yönelik beşinci sınıf öğrencisi ile yapılan mülakatta öğrenciye kesrin payının ve paydasının 2 ile genişletilmesinin kesrin değerini değiştirmeyeceği ifadesi verilerek bu ifadenin doğru ya da yanlış seçeneğini işretlemesi ve düşüncesini savunması beklenmiştir. Bu durumda şöyle bir diyalog geçmiştir:

*Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?*

*Büşra: Kesri 2 ile genişletirsek değeri değişmez demiş. Yanlış. Çünkü genişletince çarpıyoruz. Çarptığımızda arttığı için bunun payı ve paydası değişir.*

*Araştırmacı: Örneğin bir pasta düşünürsek 2 ile genişlettiğimizde pasta büyüyor mu?*

*Büşra: Evet*

*Araştırmacı: Peki pasta ne kadar büyüyor?*

*Büşra: İki katına çıkıyor.*

*Araştırmacı: O zaman 2 tane mi pasta olmuş oluyor?*

*Büşra: Hayır.*

*Araştırmacı: Biraz önce 2 katına çıkıyor dedin.*

*Büşra: ?*

Bu mülakatta öğrenci genişletme ile kesrin değerinin değiştiğini düşünüyor. Genişletince kesrin büyüdüğü, sadeleştirince küçüldüğü şeklinde bir düşünceye sahip olduğu görülüyor.

Bu becerinin 6. sorusuna yönelik yedinci sınıf öğrencisi ile yapılan klinik mülakatta öğrenciye “Halis bir tepsi kekin 2/3’sini yedi, Hülya da farklı bir tepsi kekin 2/3’sini yedi. Halis, Hülyadan daha fazla kek yemiş olabilir.” ifadesi yöneltmiştir. Bu ifade için doğru ya da yanlış ibaresini seçerek düşüncesini savunması istenmiştir. Bu durumda şöyle bir diyalog geçmiştir:

*Araştırmacı: Ne düşünüyorsun bu soru hakkında?*

*Muhsin: İkisi de aynı miktarda yemiş ama tepsinin farkını bilmediğim için az da olabilir fazla da ama aynı deseydi eşit olurdu. Ben de cevap olarak yanlış seçtim.*

*Araştırmacı: Farklı tepsi dediği için tepsilerin eşit olduğunu mu yoksa farklı olduğunu mu düşünüyorsun?*

*Muhsin: Farklı olur.*

*Araştırmacı: Yani biri büyük diğeri küçük olacak şekilde mi düşünüyorsun?*

*Muhsin: Evet, o şekilde olabilir.*

*Araştırmacı: Peki olabilir dediği için Hülya daha fazla yemiş olabilir miydi Halis’ten?*

*Muhsin: Olabilir. Ben burada yanlış işaretlemişim.*

*Araştırmacı: Ama sen soruyu çözerken ikisinin de eşit yediğini düşündün.*

*Muhsin: Evet, soruyu çözerken 2/3 lerin eşit olduğunu düşündüğüm için yanlış seçtim ama farklı tepsiyi soruyu çözerken fark edememişim.*

*Araştırmacı: Peki şöyle söylese doğru muydu? Halis Hülya’dan daha fazla kek yemiş olabilir demiş ya onun yerine Hülya Halis’ten daha fazla kek yemiş olabilir deseydi doğru bir ifade olur muydu?*

*Muhsin: Olabilirdi.*

Bu mülakatta öğrencinin soruyu çözerken farklı tepsi ifadesine dikkat etmediği, mülakat esnasında bunun farkına vardığı görülmüştür. Bu durum

öğrencinin sözel ifadeye dikkat etmekten daha çok kesre odaklandığını, bu yüzden verilen ifadenin anlamını gözden kaçırdığını göstermektedir.

“Kesirlerin karşılaştırılması” becerisi ve bu becerinin alt bileşenlerini belirlemeye yönelik sorulan sorulara ilişkin ortalama puanlar ile standart sapma değerleri tablo 25’te verilmiştir.

**Tablo 25.** Kesirlerin Karşılaştırılması Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı

Beceri türü/ Sınıf seviyesi	5. sınıf		6. sınıf		7. sınıf		8. sınıf		Toplam	
	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s
Kesirlerin karşılaştırılması										
1.soru	.64	.48	.58	.50	.69	.47	.63	.48	.63	.48
2. soru	.69	.46	.77	.42	.72	.45	.61	.49	.70	.46
3. soru	.71	.46	.66	.48	.63	.49	.59	.49	.65	.48
4. soru	.29	.46	.44	.50	.48	.50	.36	.48	.39	.49

Kesirlerin karşılaştırılması becerisinin 1. sorusu aynı paya, farklı paydaya sahip kesirlerin karşılaştırılmasına yöneliktir. Bu soru için 6. sınıf öğrencilerinin “orta” düzeyde, 5., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin “iyi” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 2. sorusu aynı paydaya, farklı paya sahip kesirlerin karşılaştırılmasına yöneliktir. Bu soru için tüm sınıf seviyelerinin “iyi” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu becerinin 3. sorusu tam sayılı kesirlerin karşılaştırılmasına yöneliktir. Bu soru için 8. sınıf öğrencilerinin “orta” düzeyde, 5., 6. ve 7. Sınıf öğrencilerinin “iyi” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu durumda sınıf seviyesi arttıkça ortalamanın düşmesi görülmektedir. Bu becerinin 4. sorusu farklı pay ve paydaya sahip kesirlerin karşılaştırılmasına yöneliktir. Bu soru için 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin “zayıf”, 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin “orta” düzeyde yer aldığı görülmektedir. Bu durumda 8. sınıf öğrencilerinin ortalamalarının diğer sınıflara göre düşüş yaşadığı görülmektedir. Bu beceri için en düşük ortalamaya 4. sorunun sahip olduğu belirlenmiştir.

Kesirlerin karşılaştırılması becerisine yönelik öğrenciden pay ve paydası farklı verilen kesirleri büyükten küçüğe sıralaması isteniyor. Öğrenci ile şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

*Araştırmacı: Bu kesirleri sıralarken neye göre sıraladın?*



*Gülşen: (Bileşik kesirleri göstererek) Önce bunları sıraladım daha sonra (basit kesirleri göstererek) bunları sıraladım.*

*Araştırmacı: Neden?*

*Gülşen: Bunlar daha büyük; diğerleri payı küçük, paydası büyük olduğu için, daha küçük olduğu için.*

*Araştırmacı: Peki bileşik kesirlerden hangisinin daha büyük olduğuna nasıl karar verdin?*

*Gülşen: Onları tamsayı kesre çevirdim.*

*Araştırmacı: Tamsayı kesre çevirdiğinde tamları aynı çıkmış. Nasıl sıraladın?*

*Gülşen: Payı ve paydası büyük olduğu için bunu en başa yazdım.*

*Araştırmacı: Payı ve paydası büyük olan kesirler büyük mü oluyor?*

*Gülşen: Evet.*

Bu mülakatta kesri tanıma becerisindeki 7. sorunun mülakatındaki ile benzer bir düşüncenin olduğu görülmektedir. Öğrenci bileşik kesirlerin basit kesirlerden büyük olduğunu kullanarak sıralama yapıyor. Bileşik kesirleri kendi içinde sıralarken ise tam sayılı kesre çevirmeyi tercih ediyor. Tamların aynı olduğunu görünce kesir kısmına bakarak payı ve paydası büyük olan kesrin büyük olacağını düşünüyor.

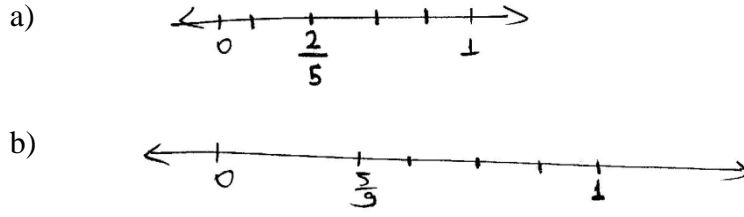
“Kesirlerin temsili” becerisi ve bu becerinin alt bileşenlerini belirlemeye yönelik sorulara ilişkin ortalama puanlar ile standart sapma değerleri tablo 26’da verilmiştir.

**Tablo 26.** Kesirlerin Temsili Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı

Beceri türü/ Sınıf seviyesi	5. sınıf		6. sınıf		7. sınıf		8. sınıf		Toplam	
	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s
Kesirlerin temsili										
1.soru	.89	.27	.73	.41	.78	.36	.75	.38	.79	.36
2. soru	.40	.31	.36	.31	.37	.34	.19	.29	.33	.32
3. soru	.38	.31	.36	.29	.49	.31	.60	.31	.45	.32
4. soru	.41	.26	.42	.26	.41	.29	.38	.28	.41	.27
5. soru	.33	.30	.37	.31	.37	.32	.35	.31	.36	.31
6. soru	.65	.48	.57	.50	.51	.50	.32	.47	.51	.50
7. soru	.74	.29	.68	.35	.76	.33	.74	.33	.73	.33
8. soru	.13	.14	.12	.19	.16	.18	.15	.21	.14	.18
9. soru	.28	.38	.18	.34	.33	.43	.33	.41	.28	.39

Kesirlerin temsili becerisinin 1. sorusu sembolik olarak verilen kesrin çizim ile ifade edilmesine yöneliktir. Bu soru için 5. sınıf öğrencilerinin “yüksek”, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ise “iyi” düzeye sahip olduğu görülmektedir. Bu durum 5. sınıf öğrencilerinin bu soru için en yüksek ortalamaya sahip olduğunu göstermektedir. Bu becerinin 2. sorusu sembolik olarak verilen kesrin görsel olarak ifade edilmesine yöneliktir. Bu soru için 8. sınıflar “çok zayıf”, 6. ve 7. sınıflar “zayıf”, 5. sınıflar “orta” düzeye sahiptirler. Bu becerinin 3. sorusu sembolik olarak verilen kesrin denk ifadesinin görsel olarak ifade edilmesine yöneliktir. Bu soru için 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin “zayıf”, 7. sınıf öğrencilerinin “orta”, 8. sınıf öğrencilerinin “iyi” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu becerinin 4. sorusu sembolik ifadenin sözel ve çizim ile ifade edilmesine yöneliktir. Bu soru için 5., 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin “orta” 8. sınıf öğrencilerinin “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 5. sorusu görsel ifadenin sözel ve sembolik olarak ifade edilmesine yöneliktir. Bu soru için tüm sınıf seviyelerinin “zayıf” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu becerinin 6. sorusu görsel ifadenin farklı bir görsel olarak ifade edilmesine yöneliktir. Bu soru için 5. sınıf öğrencilerinin “iyi”, 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin “orta”, 8. sınıf öğrencilerinin “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 7. sorusu görsel ifadenin sembolik olarak ifade edilmesine yöneliktir. Bu soru için tüm sınıfların “iyi” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 8. sorusu sözel ifadenin çizim ile ifade edilmesine yöneliktir. Bu soru için tüm sınıfların “çok zayıf” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu becerinin 9. sorusu farklı büyüklükte parçalara ayrılmış görsel ifadenin sembolik olarak ifade edilmesine yöneliktir. Bu soru için 6. sınıf öğrencilerinin “çok zayıf”, 5., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin en düşük ortalamaya sahip sorusu 8. soru olarak belirlenmiştir.

Kesirlerin temsili becerisinin 2. sorusuna yönelik altıncı sınıf öğrencisi ile yapılan mülakatta iki tane alt soru yer almaktadır. a şıkında öğrenciden  $\frac{2}{5}$  kesrinin sayı doğrusunda gösterilmesi, b şıkında ise sayı doğruna 0 ve  $\frac{5}{9}$  yerleştirilerek öğrenciden 1 sayısını yerleştirmesi istenmiştir. Bu soruya yönelik yapılan mülakat şu şekilde gerçekleşmiştir:



**Şekil 14.** Kesirlerin temsili becerisinin ikinci sorusuna yönelik öğrenci cevabı

*Araştırmacı: a şıkkındaki soruda ne düşündün?*

*Salim: Sayı doğrusunu 5 parçaya ayırdım ve gösterdim.*

*Araştırmacı: Peki neden buraya değil de şuraya yerleştirdin?*

*Salim: Ayırdığım 5 parçayı saydım. Birinci burası, sonra ikinci buraya denk geliyor.*

*Araştırmacı: b şıkkını nasıl yaptın?*

*Salim: 5/9 yarıyı geçmiş. Sonra saydım. 6/9, 7/9, 8/9, 1.*

*Araştırmacı: Neden burası peki? (5/9'a daha yakın bir yer göstererek) neden burası değil?*

*Salim: Buraya denk geliyor.*

*Araştırmacı: Bu mesafeleri neye göre belirledin?*

*Salim: Dokuz parçaya bölerek.*

*Araştırmacı: Peki her parçanın arasındaki mesafeyi neden daha fazla ya da daha az yapmadın da bu kadar belirledin?*

*Salim: Onu hiç düşünmedim.*

*Araştırmacı: Çiziminde bu mesafelerin arası eşit mi?*

*Salim: Değil.*

Bu mülakatta öğrenci a şıkkını eşit parçalara ayırarak kesri temsil edebilmekte fakat b şıkkında 1 sayısını yerleştirirken birim kesir kadar ilerlemeyi yapıyor fakat 5/9 kesrinden önceki birim kesir mesafesi ile 5/9 kesrinden sonraki birim kesir mesafesinin eşit olmasına dikkat etmiyor.

Bu becerinin 4. Sorusuna yönelik yedinci sınıf öğrencisi ile yapılan mülakatta paydaları farklı iki kesrin toplama ileminin modelle ifade edilip problem cümlesi yazılarak çözülmesi isteniyor. Öğrenci ile bu soruya yönelik şöyle bir diyalog geçmiştir:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Ahmet Amca tarlanın  $\frac{1}{2}$ 'sine buğday,  $\frac{1}{4}$ 'üne arpa ekmiştir. Bu tarlaya toplam kaç dönüm ekmiştir?

**Şekil 15.** Kesirlerin temsili becerisinin dördüncü sorusuna yönelik öğrenci cevabı

*Araştırmacı: Bu soruyu nasıl yaptın?*

*Hatice:  $\frac{1}{2}$  ile  $\frac{1}{4}$ 'ün paydalarını eşitledim topladım. Bir tane de problem yazdım.*

*Araştırmacı: Şekli çizerken işlemde bulduğun sonuca göre mi çizdin?*

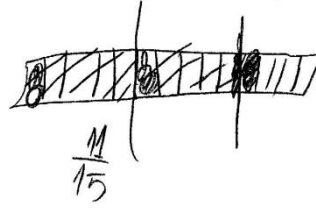
*Hatice: Hayır.  $\frac{1}{4}$ 'ü,  $\frac{1}{2}$ 'nin yanına taşıdım.*

*Araştırmacı: İşlem yapmadan da direkt şekilde bu sonuca ulaşabilir miydin?*

*Hatice: Evet. Yine  $\frac{3}{4}$  bulurdum taralı yerleri birleştirerek.*

Öğrenci bu soruda işlemi ve modelle gösterimi doğru yapmıştır. Problem cümlesini yazarken veri olarak tarlanın  $\frac{1}{2}$ 'sine buğday,  $\frac{1}{4}$ 'üne arpa ektiğini vermiş, istenen olarak “bu tarlaya toplam kaç dönüm ekmiştir.” ifadesini kullanarak soruda birim tutarsızlığına ve anlam karmaşasına sebep olmuştur. Bu da sözel ifadesinin yeterli olmadığını göstermektedir.

Bu becerinin 8. sorusuna yönelik altıncı sınıf öğrencisi ile yapılan klinik mülakatta öğrenciden terzi ile ilgili problemi şekilleri de kullanarak çözmesi isteniyor. Öğrenci ile şu şekilde bir diyalog geçmiştir:



**Şekil 16.** Kesirlerin temsili becerisinin sekizinci sorusuna yönelik birinci öğrencinin cevabı

*Araştırmacı: Bu soruyu çözerken ne düşündün?*

*Cemile: 2/3 metrelik kumaşın 1/5'ini çıkartacağız.*

*Araştırmacı: Bana modelini açıklar mısın?*

*Cemile: Önce 2/3'ü çizdim. Daha sonra her bir parçayı tekrardan 5'e bölüp birer tanesini boyadım.*

*Araştırmacı: Sonucunda ne buldun?*

*Cemile: 11/15 buldum.*

*Araştırmacı: Peki, ilk başta 3 parçaya ayırıp ikisini boyadın. Daha sonra her parçayı beş parçaya tekrar böldükten sonra başta boyalı olmayan parçayı sonradan neden boyadın?*

*Cemile: Bilemedim, karıştırdım.*

Bu soruda kesrin kesrini bulurken öğrenci ilk verilen kesirden son verilen kesri çıkarmayı düşünüyor. Şekli tararken 2/3'ün haricinde kalan 1/3'ün içinde de 1/5 parçayı tarıyor. 2/3'ün içindeki 1/5'i taraması gerekirken 2/3'ün tamamını seçiyor.

Başka bir öğrenci ile aynı soru üzerine olan diyalog şu şekildedir:



**Şekil 17.** Kesirlerin temsili becerisinin sekizinci sorusuna yönelik ikinci öğrencinin cevabı

*Araştırmacı: Bu soru için ne düşündün?*

*Caner: İlk önce 2/3 ile 1/5'in paydalarını eşitledim.*

*Araştırmacı: Neden?*

Caner: Öyle daha kolay bulurum diye düşündüm.

Araştırmacı: Daha sonra?

Caner: 10/15 ten 3/15'i çıkardım.

Araştırmacı: Neden çıkardın?

Caner: Daha kolay bulmak için.

Araştırmacı: Daha kolay bulmak için başka işlem de seçebilir miydin?  
Örneğin toplamayı?

Caner: Seçebilirdim.

Bu mülakatta öğrenci hangi işlemi uygulaması gerektiğini bilmediği için kolay yoldan çözüme ulaşmak için toplama ya da çıkarma yapması gerektiğini düşünüyor.

“Kesirlerin ondalık yüzdeler ve bölme ile ilişkisi” becerisi ve bu becerinin alt bileşenlerini belirlemeye yönelik sorulan sorulara ilişkin ortalama puanlar ile standart sapma değerleri tablo 27’de verilmiştir.

**Tablo 27.** Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme İle İlişkisi Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı

Beceri türü/ Sınıf seviyesi	5. sınıf		6. sınıf		7. sınıf		8. sınıf		Toplam	
	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s
Kesirlerin ondalık yüzdeler ve bölme ile ilişkisi										
1.soru	.26	.36	.40	.44	.42	.44	.35	.39	.36	.41
2. soru	.09	.26	.27	.40	.48	.44	.65	.37	.37	.43
3. soru	.15	.17	.24	.24	.24	.25	.24	.20	.22	.22

Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme becerisinin 1. sorusu kesirlerin ondalık gösterim ile ifadesine yöneliktir. Bu soru için 6. ve 7. sınıf öğrencileri “orta” düzeyde, 5. ve 8. sınıf öğrencileri “zayıf” düzeyde bulunmaktadır. Bu becerinin 2. sorusu kesirlerin yüzdeler ile ifade edilmesine yöneliktir. Bu beceri için 5. sınıf öğrencileri “çok zayıf”, 6. sınıf öğrencileri “zayıf”, 7. sınıf öğrencileri “orta” ve 8. sınıf öğrencileri “iyi” düzeyde bulunmaktadır. bu soru için sınıf seviyesi arttıkça

ortalamaların da arttığı görülmektedir. Bu becerinin 3. sorusu kesrin bölme anlamına yöneliktir. Bu soru için 5. sınıf öğrencileri “çok zayıf”, 6, 7. ve 8. Sınıf öğrencileri aynı ortalama ile “zayıf” düzeyde yer almaktadır. Bu becerinin en düşük ortalamaya sahip sorusu 3. sorudur.

Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisi için sorulan üçüncü soru üç tane alt sorudan oluşmaktadır ve bu sorularda altıncı sınıf öğrencisinden  $\frac{2}{3}$  kesrine yönelik doğru ya da yanlış ifadesini seçerek açıklaması beklenmiştir. Bu beceriye yönelik yapılan klinik mülakat şu şekilde gerçekleşmiştir:

*Araştırmacı: Neden doğru ifadesini seçtin?*

*Zeynep: Kesri okurken  $\frac{2}{3}$  diye okuyoruz. O*

*Araştırmacı: Peki  $\frac{3}{2}$  diye okusaydın olur muydu?*

*Zeynep: Karıştırdı o zaman.*

*Araştırmacı: Peki diğer soruda niye yanlıştır ifadesini seçtin?*

*Zeynep: Yanlış olduğu için.*

*Araştırmacı: Ne olması gerekiyordu peki?*

*Zeynep:  $\frac{12}{7}$  olması gerekiyor.*

*Araştırmacı: O zaman payın paydayı bölümü mü oluyor?*

*Zeynep: Evet.*

*Araştırmacı: Son soruda neden yanlış dedin?*

*Zeynep: ?*

*A: Sen çözerken  $\frac{2}{6}$  pizza demişsin ya 2 nerden geldi?*

*Zeynep: 6 çocuğa eşit paylaştırılıyorsa her çocuğa 2 tane düşer. Çünkü 6 yı 3 e bölüyoruz.*

*A: Yani  $\frac{6}{3}$  mü denilmesi gerekiyordu?*

*Zeynep: Evet*

*A: Peki o zaman sen çocukları pizzaya bölmüş olmuyor musun? Pizzayı çocuklara paylaşdırmak gerekmez mi?*

*Zeynep: Evet.*

*A: O zaman cevap ne olur?*

*Zeynep:  $\frac{3}{6}$*

Bu mülakatta öğrenci bu sorunun ilk iki alt sorusuna doğru cevap verirken üçüncü alt sorusunu doğru yapamamıştır. Bu alt maddede büyük sayının küçük

sayıya bölünmesi gerektiğini düşündüğü için neyin neye bölünmesi gerektiğini dikkate almamıştır. Bu durum öğrencide bölüm anlamının eksik olduğunu göstermektedir.

“Kesir problemlerini çözebilme” becerisi ve bu becerinin alt bileşenlerini belirlemeye yönelik sorulan sorulara ilişkin ortalama puanlar ile standart sapma değerleri tablo 28’de verilmiştir.

**Tablo 28.** Kesir Problemlerini Çözebilme Becerisini Belirlemeye Yönelik Sorulan Sorulara Ait Ortalama ve Standart Sapma Değerlerinin Sınıflara Göre Dağılımı

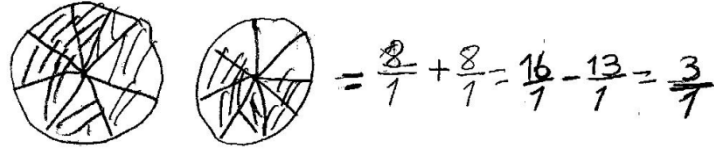
Beceri türü/ Sınıf seviyesi	5. sınıf		6. sınıf		7. sınıf		8. sınıf		Toplam	
	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s	Ort.	S.s
Kesir problemlerini çözebilme										
1.soru	.35	.31	.28	.30	.31	.31	.28	.30	.31	.31
2. soru	.30	.29	.21	.24	.32	.31	.27	.28	.28	.29
3. soru	.44	.26	.43	.19	.47	.21	.42	.18	.44	.21
4. soru	.18	.24	.25	.23	.25	.25	.21	.24	.22	.24
5. soru	.24	.22	.24	.20	.30	.26	.26	.24	.26	.23
6. soru	.15	.15	.17	.16	.20	.23	.17	.21	.17	.19

Kesir problemlerini çözebilme becerisini 1. sorusuparçası verilen bütünü bulmaya yöneliktir. Bu soru için tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 2. sorusu kesrin işlemci anlamına yönelik olup bir miktarın kesir kadarını bulmakla ilgilidir. Bu soru için tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 3. sorusu parçası verilen bütünün bulunması esnasında öğrencinin verilen çözümün doğruluğunu veya yanlışlığını tartışması üzerinedir. Bu soru için tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin “orta” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 4. sorusu toplamı farklı kesir olan işlemi bulmaya yöneliktir. Bu soru için 5. sınıflar “çok zayıf” düzeyde yer alırken diğer sınıf düzeyindeki öğrencilerin “zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin 5. sorusu iki bütünden alınan parçalarla geriye ne kadar parça kaldığını bulmaya yöneliktir. Bu soru için tüm sınıf seviyelerinin “zayıf” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu becerinin 6. sorusu verilen miktarları oranlayarak bulduğu oranla istenen miktarı bulmaktır. Bu soru için 7. sınıf öğrencilerinin “zayıf”, diğer sınıf



düzeyindeki öğrencilerin “çok zayıf” düzeyde olduğu görülmektedir. Bu becerinin en düşük ortalamaya sahip sorusu 6. soru olarak belirlenmiştir.

Kesir problemlerini çözebilme becerisinin 5. sorusuna yönelik yedinci sınıf öğrencisi ile yapılan klinik mülakatta 2 pizzanın bir kısmının yenilmesi ile ilgili soru sorulmuştur. Bu soruya yönelik ilgili mülakat şu şekilde gerçekleşmiştir:



**Şekil 18.** Kesir problemlerini çözebilme becerisinin beşinci sorusuna yönelik öğrenci cevabı

*Araştırmacı: Ne düşündün bu soru için?*

*Seydi: 2 pizza var. İkisini de 8 parçaya ayırırım. 16 parça yapar. 13 parçayı çıkarırım. Cevap 3 olur.*

*Araştırmacı: 2 tane bütün pizza çizmişsin fakat taramamışsın. Tarayarak gösterseydin nasıl gösterirdin?*

*Seydi: ?*

*Araştırmacı: 3 tane kalıyor demişsin. Soruda kaç tane kalır mı diyor yoksa kaçta kaç kalır mı diyor?*

*Seydi: Kaçta kaç kalır diyor.*

*Araştırmacı: O zaman senden sayı mı istiyor kesir mi istiyor?*

*Seydi: Kesir.*

*Araştırmacı: Peki parçalara ayırıp yenilen kısmı tarayabilir misin?*

*Seydi: (Şekli doğru yapar). 3/8 kalır.*

Öğrenci bu mülakatta şekil çizmeden işlem ile yaptığında sonuçta bir doğal sayı bulmuştur. Öğrenciden şekli özmesi istendiğinde ise parça-bütün ilişkisini görerek doğru cevaba ulaşmıştır.

Bu becerinin 6. sorusuna yönelik altıncı sınıf öğrencisi ile yapılan mülakatta kek hazırlamak için kullanılan süt miktarını bulma ile ilgili soru sorulmuştur. Buna yönelik yapılan klinik mülakat şu şekilde gerçekleşmiştir:

*Araştırmacı: Sorunun çözümlünde ne düşündün?*

*Burçin: Önce kesirlerin paydalarını eşitledim. Sonra da çarptım.*

*Araştırmacı: Neden eşitledin?*

*Burçin: Çünkü paydaları aynı olsun istedim.*

*Araştırmacı: Peki paydaları eşitledikten sonra neden çarpma işlemi yaptın?*

*Burçin: Diğerini bulmak için çarptım.*

*Araştırmacı: Peki çarpma yapmasaydın hangi işlemi yapardın?*

*Burçin: Bilmiyorum.*

Bu mülakatta öğrenci soruyu anlamadığı için ne işlem yapması gerektiğini bilmiyor ve önce paydaları eşitleyerek ortak bir nokta yakalamaya çalışıyor fakat bulamayınca dört işlemde birini seçiyor.

## SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Ortaokul öğrencilerinin kesirleri anlama becerilerini incelemeyi amaçlayan çalışmanın bu bölümünde araştırmanın alt problemleri doğrultusunda elde edilen bulgular, literatürde bu alanlarda yapılan çalışmalar ile ortak olan ve olmayan yönleri karşılaştırılmalı olarak yorumlanacaktır.

### 1. SONUÇ VE TARTIŞMA

#### 1.1. FARKLI ÖĞRENİM SEVİYESİNDEKİ ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİNE YÖNELİK ELDE EDİLEN BULGULARIN SONUÇ VE TARTIŞMALARI

Kesirleri anlamaya yönelik beceriler göz önüne alındığında ortaokul öğrencilerinin tümünün (5-8. sınıflar) en çok kesri tanıma becerisinde başarılı olduğu, buna karşın en az kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar, kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar, kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi ve kesir problemlerini çözebilme becerilerinde başarılı oldukları belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin tümünün kesirleri tanıma becerisinin “iyi” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Kesirleri tanıma becerisinin bileşenleri gözönüne alındığında ortaokul öğrencilerinin genel olarak ortak pay ve paydaya göre kesirleri sınıflandırabildiği, basit ve bileşik kesirleri tanıyabildiği ve okunuşu verilen kesirleri yazabildiği söylenebilir. Kouba, Brown, Carpenter, Lindquist, Silver ve Swafford (1988) kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi ile ilgili olarak yaptıkları çalışmada, yedinci sınıf öğrencilerinin yaklaşık yüzde 80'inin tam sayılı bir kesri birleşik kesre çevirebilmede sorun yaşamadıkları buna karşın bu öğrencilerin büyük çoğunluğunun tam sayılı kesrin tam sayı ile basit kesrin toplamı olduğunu bilmediği ifade edilmektedir. Bileşik ve tamsayılı kesirleri tanımada ortaokul öğrencilerinin büyük çoğunluğunun başarılı olması bu çalışmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Kesirleri anlama becerilerinden “kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar” becerisine yönelik ortaokul öğrencilerinin tamamının “zayıf” düzeyde bu beceriye sahip oldukları belirlenmiştir. Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinin bileşenleri göz önüne alındığında ortaokul öğrencilerinin kesri tanımlayabilmede, eşitlik ve denklik durumlarını açıklayabilmede, doğal sayılar arasındaki kesirleri ifade edebilmede zorluklar yaşadığı söylenebilir. Kayhan

(2010)'ın çalışmasında da ortaokul öğrencilerinin çok azı, çözüm sürecinde verilen bir kesri, bütünü göz önüne alarak açıklayabilirken, birçoğunun böyle bir açıklama getiremediği tespit edilmiştir. Bunun yanında Bezuk ve Bieck (1993) kesir öğretiminde öğretmenlerin kesirlerin önemli kavramsal bileşenlerini (örneğin, bütünü eşit parçalara ayrılması gibi) öğrencilerine kavratmadan daha çok sembolik gösterimlere ve işlemlere hızlı bir şekilde geçiş yaptıklarını belirtmektedir. Bu ise öğrencilerin kesrin anlamını ve kesrin bileşenlerini tam olarak anlamadan kesirlerle işlemler yapmalarına neden olmaktadır. Bu çalışmada öğrencilerin kesirlerin tanımlanması ve kesirler üzerine açıklamalar yapmada yetersiz olmasının bir nedeni Bezuk ve Bieck (1993) açıklamaları olabilir. Ayrıca Haser ve Ubuz (2002) beşinci sınıfta okuyan öğrencilerin kesirlere yönelik anlamalarını inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin iki kesrin denk olduğunun ne anlama geldiğini anlamakta zorlandıklarını ve denk kesirleri ifade etmekte güçlük çektiklerini belirtmektedir. Bir diğer beceri olan “kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar” becerisi için ortaokul öğrencilerinin tamamının “zayıf” düzeyde bu beceriye sahip olduğu belirlenmiştir. Kesirleri hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisinin bileşenleri gözönüne alındığında ortaokul öğrencilerinin kesirlerin pay veya paydalarındaki değişimlerin kesrin değerini nasıl değiştirdiğini ispatlayabilmede, farklı büyüklüklerin kesir miktarlarını kıyaslarken cevaplarını sorgulayabilmede sıkıntılar yaşadığı söylenebilir. Öğrenciler denk kesirleri karşılaştırırken bir çoğu rakamları büyük olan kesri daha büyük olarak düşünürler (Alacacı, 2010). Vance (1986)'ye göre bunun sebebi öğrencinin çok parçanın daha büyük olduğunu düşünmesidir. Kesirleri anlama becerilerinden olan “kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi” becerisine yönelik ortaokul öğrencilerinin “zayıf” düzeyde bu beceriye sahip oldukları belirlenmiştir. Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisinin bileşenleri gözönüne alındığında ortaokul öğrencilerinin kesirleri ondalık gösterim ve yüzde sembolüne çevirebilme, kesrin bölme ile ilişkisini ifade edebilmede zorluklar yaşadığı söylenebilir. Toluk (2002)'un çalışmasının nitel sonuçlarına göre öğrencilerin kesirlerle bölme kavramını kendilerinin ilişkilendiremediği görülmüştür. Bu ilişkilendirmenin öğrenci tarafından sağlanabilmesi için öğrencinin ön bilgileribaşlangıç noktası kabul edilerek ve eşit paylaşım temel alınarak bu ilişkiyi anlamlandırması sağlanmalıdır. Kerslake (1986), 13 yaşındaki öğrencilerle yaptığı

çalışmasında öğrencilere doğal sayılar, kesirler ve ondalık gösterimler vererek bunlar arasından sayı olanları seçmesini istediğinde %41'inin kesri seçmediği görülmüştür. Bu durum öğrencilerin kesri sayı olarak görmemelerinden kaynaklanmakla beraber ondalık gösterim ve kesrin arasındaki ilişkiyi tam olarak bilmediklerini göstermektedir. Kouba ve arkadaşları (1988), öğrencilerin basit kesirleri ondalık olarak ifade edebildiklerini fakat yedinci sınıfların sadece % 40'ının bir kesir veya ondalık sayı için denk bir ondalık sayı verebildiğini belirtmiştir. Kesirleri anlama becerilerinden olan “kesir problemlerini çözebilme” becerisine yönelik ortaokul öğrencilerinin tamamının “zayıf” düzeyde bu beceriye sahip oldukları belirlenmiştir. Kesir problemlerini çözebilme becerisi becerisinin bileşenleri gözönüne alındığında ortaokul öğrencilerinin problemleri anlayarak çözüm yapabilmeleri, çözümlerini açıklayarak anlatabilmeleri, çözümü verilen problemlerin çözüm aşamalarını tartışabilmelerinde zorluklar yaşadığı söylenebilir. Kesir problemlerini çözmede ve kurmada öğrencilerin zorlandığını gösteren çalışmalar bulunmaktadır (Soylu ve Soylu, 2005; Alkan, 2009; Biber, Tuna ve Aktaş 2013). Bu sorunun bir nedeni kesir problemlerinin öğrenciler tarafından anlaşılabilmesi ve kesir problemlerini bir dizi işlem olarak görmeleri olabilir.

Sınıf seviyesi değişkenine göre kesri tanıma alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Her sınıf seviyesindeki öğrencilerin “iyi” düzeyde kesri tanıma becerisine sahip olduğu belirlenmiştir. Sınıf seviyesine göre her sınıf düzeyindeki öğrencilerin kesirleri tanıma becerisine sahip olduğunu sonucuna varılmıştır. Bu durum öğrencilerin ortaokul seviyesindeki öğrencilerin ortak pay ve paydaya sahip kesirleri sınıflandırabildiklerini, basit ve bileşik kesirleri ayırt edebildiklerini ve okunuşu verilen bir kesir yazabildiklerini göstermektedir. Benzer sonuçlar Kayhan (2010) un çalışmasında da elde edilmiştir. Kayhan (2010)'ın 5. ve 8. sınıf öğrencileri ile yapmış olduğu çalışmada kesir çeşitlerini birbirine dönüştürmeleri sırasında sınıf düzeyi açısından öğrenciler arasında çok belirgin farklılık ortaya çıkmadığı tespit edilmiştir. Niemi (1994)'nin 11. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmasında tam sayılı kesrin bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı olduğunu öğrencilerin % 44'ünün bildiği görülmüştür. Bu durum ortaokulda edinilmesi gereken bilginin eksikliğinden dolayı ileri sınıflarda da sorun olarak devam ettiğini göstermektedir. Kesri tanıma

becerisinde her ne kadar öğrenciler iyi düzeyde olsalar da her sınıf düzeyindeki öğrencilerin en çok zorlandıkları kesir denk kesir kavramıdır. Bu durum Altun (2004)'un çalışmasının sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Altun (2004)'un 7. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada öğrencilerin var olan bilgisi ile bir kesrin denk kesrini şıklar arasından seçebildiği fakat yorum gerektiren denk kesir sorusunda yetersiz kaldığı görülmüştür. Benzer şekilde Aykaç (2008)'ın 6. sınıf öğrencileriyle yapmış olduğu çalışmada da öğrencilerin denk kesir kavramını ifade etmede ve denk kesrin ne anlama geldiğini açıklamada yetersiz olduğu belirtilmiştir.

Kesri tanıma becerisinde öğrencilerin tümünün zorlandığı alt bileşenlerden biri denk kesri belirlemedir. Her sınıf seviyesinde öğrencilerin en başarısız oldukları soru bu alt bileşene ait olan sorudur. Özellikle ortaokula yeni başlayan öğrencilerin denk kesirleri belirleyemedikleri ve sınıf seviyesi artsa dahi bu problemin devam ettiği tespit edilmiştir. Klinik mülakatta da öğrencilerin denk kesirleri belirleme konusunda zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir Kayhan (2010)'ın çalışmasında kesirlerin denkliği konusunun kavranmamış olmasının yanı sıra bu katılımcılarda, genel anlamda, denklik ve eşitlik kavramlarının oluşmamış olduğu görülmektedir. Bu becerinin bir diğer zorlanılan alt bileşeni tam sayılı kesirlerin seçilmesine yönelik olan sorudur. Bu soru için bazı öğrencilerin tam sayılı kesirleri seçerken aynı zamanda bileşik kesirleri de seçtiği görülmüştür. Bunun sebebi olarak tam sayılı kesirler ve bileşik kesirler birbirine dönüştürülebildiği için öğrenciler bu iki kesir türünü aynı kategoride düşünmüştür. Öğrenciler bu iki kesir türünün dönüşümünü yapabildiği için böyle bir çözüm yapılmıştır fakat Kamii ve Clark (1995) ise çalışmalarında bileşikkesirleri öğrenmenin tam sayılı kesirleri öğrenmekten daha zor olduğunu belirtmiştir. Hackenberg (2007) de bu sonuca benzer sonuçlar elde etmiştir.

Sınıf seviyesi değişkenine göre kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Her sınıf seviyesindeki öğrencilerin “zayıf” düzeyde bu beceriye sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durum farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinin benzer olduğu söylenebilir. Sınıf seviyesi değişkenine göre tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin bu beceriye yeterince sahip olmadığı görülmüştür.

Bu durum öğrencilerin kesri tanımlayabilmede, eşitlik ve denklik durumlarını açıklayabilmede, doğal sayılar arasındaki kesirleri ifade edebilmede zorluklar yaşadığını göstermektedir. Özellikle iki doğal sayı arasında kaç tane kesir olacağına dair görüşlerinin olmadığı görülmektedir.

Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinde öğrencilerin tümünün zorlandığı alt bileşenlerden biri iki doğal sayı arasında kaç tane kesir olacağı sorusudur. Her sınıf seviyesinde öğrencilerin en başarısız oldukları soru bu alt bileşene ait olan sorudur. Klinik mülakatta da öğrencilerin iki doğal sayı arasında kaç tane kesir olduğu konusunda zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Altun (2004)'un çalışmasında da 7. sınıf öğrencilerinden paydaları ardışık iki doğal sayı olan birim kesirler arasındaki kesri bulmaları istendiğinde yaklaşık olarak % 53'ünün bu soruyu yapabildiği görülmüştür. Bu beceride zorlanılan bir diğer soru ise kesirlerde denklik ve eşitlik kavramının açıklanmasına yöneliktir. Klinik mülakatta da öğrencinin denk ve eşit kesrin aynı kavramlar olduğunu düşündüğü görülmüştür. Bu kavramların ayrımı ile ilgili literatürde herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Sınıf seviyesi değişkenine göre kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Her sınıf seviyesindeki öğrencilerin “zayıf” düzeyde kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durum farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisinin benzer olduğu söylenebilir. Sınıf değişkenine göre tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin bu beceriye yeterince sahip olmadığı görülmüştür. Bu durum ortaokul öğrencilerinin kesirlerin pay veya paydalarındaki değişimlerin kesrin değerini nasıl değiştirdiğini ispatlayabilmede, farklı büyüklüklerin kesir miktarlarını kıyaslarken cevaplarını sorgulayabilmede sıkıntılar yaşadığını göstermektedir.

Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisinde öğrencilerin tümünün zorlandığı alt bileşenlerden biri farklı büyüklükteki bütünlerin aynı kesir kadarının kıyaslanmasıdır. Her sınıf seviyesinde öğrencilerin en başarısız oldukları soru bu alt bileşene ait olan sorudur. Klinik mülakatta da öğrencilerin farklı büyüklüklere dikkat etmeden aynı kesir kadarını kıyaslama konusunda zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir.

Petit, Laird ve Marsden (2010)'in belirttiği gibi öğrencilerin çoğu bir kesir tarafından temsil edilen miktarın kesrin tamamına bağlı olduğunu dikkate almadan, aynı kesrin farklı bütünlerde farklı miktarı temsil edebileceğini göz ardı ederek çözüme yaklaşmaktadır. Tarkan Yurtseven (2012)'nin çalışmasında iki tane denk olan kesrin temsili verilerek denk olup olmadıklarını açıklamaları istendiğinde denk olmadığını düşünen öğrenciler sayıları büyük olan kesrin daha çok küçük parçalara sahip olduğu için bu kesrin daha az olduğunu belirtmişlerdir. Bu becerinin zorlanılan bir diğer alt bileşenlerinden biri olan genişletme ile kesrin değerinin değişip değişmediğine yönelik olan sorudur. Klinik mülakatta bu soruyu yanlış çözümlleyen öğrenci kesrin payı ve paydasının 2 ile genişletilmesiyle kesrin değerinin arttığını belirtmiştir. Benzer şekilde Tarkan Yurtseven (2012)'nin çalışmasında da öğrencilerin sayı ne kadar büyükse kesrin de o kadar büyük olduğunu, küçük sayıların daha küçük parçaları temsil ettiğini düşündüğü görülmektedir.

Sınıf seviyesi değişkenine göre kesirlerin karşılaştırılması alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin “orta”, 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin “iyi” düzeyde bu beceriye sahip olduğu görülmüştür. Bu durum farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin kesirlerin karşılaştırılması becerisinin benzer olduğu söylenebilir. Sınıf değişkenine göre tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin u beceriye kısmen sahip olduğu görülmüştür. Ortaokul öğrencilerinin ortak pay, ortak payda ve tam sayılı kesirlerin karşılaştırılmasını yaptığı görülürken farklı pay ve paydaya sahip kesirlerin kıyaslamasını yapamadığı görülmüştür.

Kesirleri anlama becerilerinden olan “kesirlerin karşılaştırılması” becerisine yönelik ortaokul öğrencilerinin tamamının “orta” düzeyde bu beceriye sahip oldukları belirlenmiştir. Kesirlerin karşılaştırılması becerisinin bileşenleri gözönüne alındığında ortaokul öğrencilerinin ortak pay, ortak payda, farklı pay ve payda ile tam sayılı kesirleri karşılaştırma kısmen yapabildiği söylenebilir. Aykaç (2008), çalışmasında öğrencilerin küçüğe veya büyüğe sıralamada yetersiz olduğunu bulmuştur. Öğrenciler kesirleri karşılaştırırken genellikle tam sayılar gibi düşünerek kıyasladığı (Mitchell ve Clarke, 2004) için daha büyük sayıya sahip olan kesirlerin daha büyük olduğu düşüncesine sahip olurlar (Behr,



Wachsmoth, Post ve Lesh, 1984; Kerslake, 1986). Kesirlerin karşılaştırılması becerisinde öğrencilerin tümünün zorlandığı alt bileşenlerden biri farklı pay ve paydaya sahip kesirlerdir. Her sınıf seviyesinde öğrencilerin en başarısız oldukları soru bu alt bileşene ait olan sorudur. Klinik mülakatta da öğrencilerin farklı pay ve paydaya sahip kesirlerin kıyaslanmasında zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğrenci sıralamayı yapmak için kesirleri aynı kesir türüne çevirerek ortak özellik kullanmaya çalışmıştır fakat yeterli olmamıştır. Benzer şekilde de McLeod ve Newmarch (2006)'ın çalışmasında öğrencilerden farklı pay ve paydaya sahip beş tane kesri küçükten büyüğe sıralamaları istendiğinde paydaki sayıların büyüklüğüne bakılarak paydası büyük olandan küçük olana doğru sıralama yapılmıştır. Bu durum kesrin büyüklüğü için pay ve payda arasındaki ilişkiyi aramak yerine sadece bir bileşen olan paydaya odaklanıldığını göstermektedir (Alacacı, 2010).

Sınıf seviyesi değişkenine göre kesirlerin temsili alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur. 5. sınıf öğrencilerinin 6. sınıf öğrencileri arasında anlamlı bir farklılık vardır. 5. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf öğrencileri ile de arasında anlamlı bir farklılık bulunmaktadır. Tüm sınıf seviyesindeki öğrenciler “orta” düzeyde kesirlerin temsili becerisine sahip olmasına karşın 5. sınıf öğrencileri 0,468 ortalamaya sahipken 6. ve 8. sınıf öğrencileri 0,422 ortalamaya sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durumda alt sınıf düzeyindeki öğrencilerin üst sınıf düzeyindeki öğrencilere göre kesirlerin temsili becerisinde daha başarılı olduğu söylenebilir. Bu durumun nedeni sekizinci sınıf öğrencilerinin kesir kavramından daha çok rasyonel sayılar kavramıyla ilgilenmeleri, TEOG sınavına hazırlanmaları ve bu sınavda kesirlere yönelik sorulara çok fazla yer verilmemesi olabilir. Sınıf değişkenine göre tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin bu beceriye kısmen sahip olduğu görülmüştür

Kesirleri anlama becerilerinden olan “kesirlerin temsili” becerisine yönelik ortaokul öğrencilerinin tamamının “orta” düzeyde bu beceriye sahip oldukları belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin kesrin dört farklı temsili olan sözel, sembolik, görsel ve çizim ile ifadeleri arasında bazı dönüşümleri yapabildiği fakat bazılarında zorluklar yaşadığı söylenebilir. Öğrencilerin basit düzeyde olan sembolik ifadelerin

çizimle ve görsel ifadelerin sembolik olarak temsilinde sorunlar görülmezken eşit parçalara ayrılmayan görsellerin ifadesinde, görsel olarak verilen ifadelerin sözel olarak temsilinde özellikle de görsel olarak verilen ifadenin hem sembolik hem de sözel olarak temsilinde zorluklar yaşadığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin verilen temsil türlerini sözel olarak ifade edemediğini, verilen temsile uygun olarak problem cümlesi yazamadığını göstermektedir. Kılıç ve Özdaş (2010)'ın 5. sınıf öğrencilerine yönelik yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin problem çözümlerinde konuşma dili (sözel) , sembolik ve resimle (çizim) temsil türlerini kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerden bazılarının probleme uygun temsili oluşturamamasında ya da kullanılan temsili problemle ilişkilendirememesinde sorunlar yaşadıkları görülmüştür. Ersoy ve Ardahan (2000)'in çalışmasında da öğrencilerin %50'sinin kesirleri temsil etmede zorlandıkları görülmüştür. Örneğin Clarke, Roche ve Mitchell (2007) 6. sınıf öğrencilerine bir bütünü iki eşit parçaya bölüp bu parçalardan birini iki eşit, diğerini üç eşit parçaya bölerek toplamda beş parçalı bir bütün veriyor. Öğrencilerin sadece % 3.3'ü bu parçaları ondalık, yüzde ve kesir olarak yazarak sembolik bir şekilde temsil edebiliyor. Kesirlerin temsili becerisinde öğrencilerin tümünün zorlandığı alt bileşenlerden biri kesrin kesir kadarının temsildir. Her sınıf seviyesinde öğrencilerin en başarısız oldukları soru bu alt bileşene ait olan sorudur. Klinik mülakatlarda da öğrencilerin kesrin kesir kadarını temsil edemediği görülmüştür. Benzer şekilde Tarkan Yurtseven (2012)'in çalışmasında yarım kekin  $1/3$ 'ünün yenilmesiyle ne kadar kekin yenildiğinin sorulduğu soruda parçanın parçasını bulmada öğrencilerin %22'si tam yaparken % 33'ünün hiçbir çözüm yapamadığı görülmektedir. Bu beceri için zorluk yaşanan bir diğer alt bileşende birim kesir kadar ilerleyerek verilen kesri sayı doğrusuna yerleştirme sorulmuştur. Klinik mülakatta öğrencinin kesri sayı doğrusuna yerleştirirken eşit birim ilerlemeyi dikkate almadığı görülmüştür. Öğrencilerin verilen kesri sayı doğrusuna yerleştirmede zorluk çekmesinin sebebi olarak sayı doğrusunu bölümlenmede, aynı birim kadar ilerlemede güçlük çektiği görülmüştür. Peck ve Jenk (1981)'in çalışmasında da benzer şekilde bölümlenme becerilerinin iyi kurulamadığı belirlenmiştir. Bu becerideki bir diğer soruda öğrencilerden verilen sembolik ifadenin çözümünün yapılması ve sembolik ifade için problem cümlesi yazılması istenmiştir. Bazı öğrencilerin işlemi yapabildiği fakat problem cümlesini

yazamadığı, problem cümlesini yazan öğrencilerin de basit düzeyde yazdığı ya da verilen sembolik ifade ile uyumsuz olduğu görülmüştür. Bu soru için yapılan klinik mülakatta ise öğrencinin yazdığı problem cümlesinde birimler arasında tutarsızlık olduğu görülmüştür. Mack (1990)'in altıncı sınıf öğrencileri ile yaptığı benzer çalışmada da öğrencilerin sembolik, görsel temsilleri ile işlemleri arasında kopukluk olduğu belirtilmiştir.

Sınıf seviyesi değişkenine göre kesirlerin ondalık yüzdeler ve bölme ile ilişkisi alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmaktadır. Bu beceriye 5. sınıfların “çok zayıf”, 6. ve 7. sınıfların “zayıf”, 8. sınıfların “orta” düzeyde sahip olduğu görülmektedir. Bu durumda sınıf seviyesi arttıkça kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisinin de arttığı söylenebilir. Bu durumun nedeni ilerleyen sınıflarda ondalık gösterim ve yüzdelerin diğer matematik konularına yönelik sorularının içerisinde yer alması, yedinci sınıfta yüzdeler konusunun ele alınması olabilir. Sınıf değişkenine göre bu beceriye tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin yeterince sahip olmadığı görülürken özellikle 5. sınıf öğrencilerinin bu beceri için daha yetersiz olduğu görülmüştür. 5. sınıflar kesrin, ondalık gösterime ve yüzdeler çevrilmesine yönelik sorularda diğer sınıflara göre daha fazla sorun yaşadığı gibi tüm sınıfların kesrin bölme anlamına yönelik sorun yaşadığı görülmektedir. Bu durum kesrin beş anlamından biri olan bölme anlamının birçok öğrenci için kazanılmamış olmasından kaynaklanmaktadır.

Kesirleri anlama becerilerinden olan “kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme” becerisine yönelik ortaokul öğrencilerinin tamamının “zayıf” düzeyde bu beceriye sahip oldukları belirlenmiştir. Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisinde 5. sınıf öğrencileri en çok yüzdeler alt bileşeninde zorlanmıştır. Bu durum ölçek uygulaması aşamasında 5. sınıf öğrencilerinin matematik öğretim programı kazanımlarına göre bu konuyu henüz öğrenmemiş olmasından kaynaklanmaktadır. 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tümünün zorlandığı alt bileşenlerden biri kesrin bölüm anlamıdır. Klinik mülakatta da öğrencilerin kesrin payın paydaya bölümü olduğunu ifade etmede sorun yaşadıkları görülmüştür. Clarke, Roche ve Mitchell (2007) altıncı sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada 3

tane pizzanın 5 kişiye eşit olarak nasıl paylaşılacağını sorduğunda öğrencilerin %30'u doğru yaparken %12'sinin ise hiçbir şey yapamadığı görülmüştür. Tirosch, Wilson, Graeber ve Fischben (1993) çalışmalarında öğrencilerin küçük sayıların büyük sayılara bölünemeyeceğini düşündüğünü ifade etmektedirler. Mevcut çalışmada da klinik mülakat bulgularında öğrencinin büyük sayıyı küçük sayıya böldüğü görülmüştür. Bu durum Khoury ve Zazkis (1994)'in çalışmalarında da iddia edildiği gibi öğrencilerin gerçek yaşam deneyimleriyle bölümlenmeyi ilişkilendiremediğini göstermektedir.

Sınıf seviyesi değişkenine göre kesir problemlerini çözebilme alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Her sınıf seviyesindeki öğrencilerin “zayıf” düzeyde kesir problemlerini çözebilme becerisine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durum farklı sınıf düzeyine sahip öğrencilerin kesir problemlerini çözebilme becerisinin benzer olduğu söylenebilir. Sınıf değişkenine göre bu beceriye tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin yeterince sahip olmadığı görülmüştür. Ortaokul öğrencilerinin problemleri anlayarak çözüm yapabilmeleri, çözümlerini açıklayarak anlatabilmeleri, çözümü verilen problemlerin çözüm aşamalarını tartışabilmelerinde zorluklar yaşadığı söylenebilir. Özellikle kesirleri oranlayarak elde etmesi gereken kesri bulamadıkları görülmektedir. Bu durum öğrencilerin kesrin oran anlamını yeterince anlamadığını göstermektedir.

Kesir problemlerini çözebilme becerisinde öğrencilerin tümünün zorlandığı alt bileşenlerden biri kesrin oran anlamıdır. Her sınıf seviyesinde öğrencilerin en başarısız oldukları soru bu alt bileşene ait olan sorudur. Klinik mülakatta da öğrencilerin kesirleri oranlayarak bulduğu oranı kullanmada zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Hoffre ve Hoffer (1995)'e göre ise bunun sebebi orantısal akıl yürütme yetersizliğinden kaynaklanmaktadır. Bu becerinin bir diğer alt bileşenine yönelik yapılan klinik mülakatta öğrencinin bütünden geriye kalan parçayı ifade edemediği görülmüştür. Bu durum bütün olarak verilen miktarın parçalarının kesir olarak değil doğal sayı olarak düşünüldüğünü göstermektedir. Bu sorunun parça-bütün ilişkisinin kurulamamasından kaynaklandığı düşünülebilir. Parça-bütün anlamı kesirlerin en sık kullanılan ve anlaşılması en kolay kavramlarından biri (Alacacı, 2010) olmasına

karşın problem içerisine yerleştirildiğinde öğrenciler parça-bütün ilişkisine odaklanmak yerine parçaların sayısına odaklanmaktadır. Ayrıca öğrencilerin problem kurabilmelerine yönelik çalışmalar incelendiğinde Işık ve Kar (2015)'in 6. Sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışma sonucu kavramsal yönden problem kurabilme başarılarının düşük olduğu ve matematiksel karmaşıklık yönünden en düşük düzeyde problem kurmayı tercih ettikleri görülmüştür. Ni ve Zhou (2005) ile Silver ve Cai (1996) çalışmalarında problem kurmadaki sorunu öğrencilerin bu konudaki deneyimsizliğinden kaynaklandığını belirtmiştir.

Sınıf seviyesi değişkenine göre kesirleri anlama becerilerine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. 5., 7. ve 8. sınıf öğrencileri “orta”, 6. sınıf öğrencileri “zayıf” düzeyde kesri anlama becerilerine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durum sınıf düzeyi arttıkça kesri anlama becerilerinde bir değişiklik olmadığını göstermektedir. Toplam durumda sınıf değişkenine göre kesirleri anlama becerilerine tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin kısmen sahip olduğu görülmüştür.

## 1.2. CİNSİYET DEĞİŞKENİNE GÖRE ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİNE YÖNELİK ELDE EDİLEN BULGULARIN SONUÇ VE TARTIŞMALARI

Cinsiyet değişkenine göre kesri tanıma alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Bu durumda kız ve erkek öğrencilerin kesri tanıma becerilerinin benzer olduğu söylenebilir. Kız ve erkek öğrencilerin “iyi” düzeyde kesri tanıma becerisine sahip olduğu belirlenmiştir. Cinsiyete göre kız ve erkek öğrencilerin bu beceriye yeterince sahip olduğu görülmektedir.

Cinsiyet değişkenine göre kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur. Kız ve erkek öğrencilerin “zayıf” düzeyde kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisine sahip olduğu belirlenmiştir fakat kız öğrencilerin aritmetik ortalaması 0,260, sıra ortalaması 312,09 iken erkek öğrencilerin aritmetik ortalaması 0,213, sıra ortalaması 263,83'tür. Bu durumda kız öğrencilerin kesir için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinde erkek

öğrencilere göre daha başarılı olduğu söylenebilir. Cinsiyete göre kız ve erkek öğrencilerin bu beceriye yeterince sahip olmadığı görülmektedir.

Cinsiyet değişkenine göre kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Bu durumda kız ve erkek öğrencilerin kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerilerinin benzer olduğu söylenebilir. Kız ve erkek öğrencilerin “zayıf” düzeyde kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisine sahip olduğu belirlenmiştir. Cinsiyete göre kız ve erkek öğrencilerin bu beceriye yeterince sahip olmadığı görülmektedir.

Cinsiyet değişkenine göre kesirlerin karşılaştırılması alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Kız öğrencilerin 0,588 ortalama ile “orta” düzeyde, erkek öğrencilerin 0,601 ortalama ile “iyi” düzeyde kesirlerin karşılaştırılması becerisine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durumda kız ve erkek öğrencilerin kesirlerin karşılaştırılması becerilerinin benzer olduğu söylenebilir. Cinsiyete göre kız ve erkek öğrencilerin bu beceriye kısmen sahip olduğu görülmektedir.

Cinsiyet değişkenine göre kesirlerin temsili alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur. Kız ve erkek öğrencilerin “orta” düzeyde bu beceriye sahip olduğu belirlenmiştir fakat kız öğrencilerin aritmetik ortalaması 0,475, sıra ortalaması 310,83 iken erkek öğrencilerin aritmetik ortalaması 0,416, sıra ortalaması 265,09’dur. Bu duruma göre kız öğrencilerin kesirlerin temsili becerisinde erkek öğrencilere göre daha başarılı olduğu söylenebilir. Cinsiyete göre kız ve erkek öğrencilerin bu beceriye kısmen sahip olduğu görülmektedir.

Cinsiyet değişkenine göre kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Bu durumda kız ve erkek öğrencilerin kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerilerinin benzer olduğu söylenebilir. . Kız ve erkek öğrencilerin “zayıf” düzeyde kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile

ilişkisi becerisine sahip olduğu belirlenmiştir. Cinsiyete göre kız ve erkek öğrencilerin bu beceriye yeterince sahip olmadığı görülmektedir.

Cinsiyet değişkenine göre kesir problemlerini çözebilme alt becerisine yönelik öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Bu durumda kız ve erkek öğrencilerin kesir problemlerini çözebilme becerilerinin benzer olduğu söylenebilir. Kız ve erkek öğrencilerin “zayıf” düzeyde kesir problemlerini çözebilme becerisine sahip olduğu belirlenmiştir. Cinsiyete göre kız ve erkek öğrencilerin kesir problemlerini çözebilme becerisine yeterince sahip olmadığı görülmektedir.

Tüm becerilerin birlikte değerlendirildiği toplam durumda cinsiyet değişkenine göre ortaokul öğrencilerinin kesri anlama becerileri puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Kız öğrenciler 0,426 ortalama ile “orta” düzeyde, erkek öğrenciler 0,399 ortalama ile “zayıf” düzeyde bulunmaktadır. Bu durum kız ve erkek öğrencilerin kesirleri anlama becerilerinin benzer olabileceğini göstermektedir. Toplam durumda kız ve erkek öğrencilerin kesirleri anlama becerilerine yeterince sahip olmadığı görülmektedir. Orhun (2007)’un dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir konusundaki başarılarını formal aritmetik ve görselleştirme açısından cinsiyet değişkenine göre incelediği çalışmasında genel olarak kız ve erkek öğrencilerin kesirler konusundaki başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığı ve her iki grubun da başarılarının düşük olduğu görülmüştür. Birgin ve Gürbüz (2009)’ün ortaokul öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerini incelemeye yönelik yaptığı çalışmasında kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir fark çıkmadığı hem işlemsel hem de kavramsal bilgi gerektiren sorularda kız ve erkek öğrencilerin performanslarının birbirine yakın olduğu belirlenmiştir. Benzer sonuçlar Aytekin ve Toluk Uçar (2014)’in çalışmasında da görülmüştür.

### 1.3. AKADEMİK BAŞARI DEĞİŞKENİNE GÖRE ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERİ ANLAMA BECERİLERİNE YÖNELİK ELDE EDİLEN BULGULARIN SONUÇ VE TARTIŞMALARI

Akademik başarı değişkenine göre kesri anlama becerilerinin tamamı olan yedi beceride öğrencilerin almış oldukları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur.

Kesri tanıma becerisi için 0-44, 45-54 ve 55-69 puan aralığındaki öğrencilerin, 70-84 ve 85-100 puan aralığındakilerle arasında anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir. 0-44, 45-54 ve 55-69 puan aralığındaki öğrencilerin “orta”, 70-84 ve 85-100 puan aralığındakilerin “iyi” düzeyde bu beceriye sahip olduğu belirlenmiştir. 70-84 puan aralığındaki öğrenciler ile 85-100 puan aralığındakiler “iyi” düzeyde olmalarına karşın aralarında anlamlı bir farklılık bulunmaktadır. 70-84 puan aralığındaki öğrencilerin sıra ortalaması 256,60 iken 85-100 puan aralığındakiler 354,39 sıra ortalamasına sahiptir. Bu durumda akademik başarı arttıkça kesri tanıma becerisinin de arttığı söylenebilir. Akademik başarıya göre matematik başarı puanı düşük olan öğrencilerin kesri tanıma becerisine kısmen sahip olduğu görülürken matematik başarı puanı yüksek olan öğrencilerin bu beceriye yeterince sahip olduğu görülmüştür. Kayhan (2010)’ın çalışmasında da denk kesirlerle ilgili işlemlerde matematik geçme notu 5 olan öğrencilerin, geçme notu 2 olan öğrencilere göre denk olan kesirleri ifade edebildikleri, diğer öğrencilerin ifadede yetersiz kaldığı görülmektedir.

Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisi için 0-44 puan aralığındaki öğrencilerin diğer puanlar ile arasında anlamlı bir farklılık görülmektedir. Ayrıca 45-54, 55-69 ve 70-84 puan aralığındaki öğrencilerin 85-100 puan aralığındaki öğrencilerle arasında anlamlı bir farklılık görülmektedir. Bu beceri için ilk üç puan aralığı “çok zayıf” düzeyde, diğer iki puan aralığı “zayıf” düzeyde yer almaktadır. Bu sonuca göre akademik başarı arttıkça kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinin de arttığı söylenebilir. Akademik başarıya göre matematik başarı puanı düşük olan öğrencilerin bu beceriye sahip olmadığı görülürken matematik başarı puanı yüksek olan öğrencilerin de bu beceriye yeterince sahip olmadığı görülmüştür.

Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisi için 85-100 puan aralığındaki öğrencilerin diğer puanlar ile arasında anlamlı bir farklılık görülmektedir. 85-100 puan aralığındaki öğrenciler “zayıf” düzeyde yer alırken diğer



puan aralığındaki öğrenciler “çok zayıf” düzeyde bulunmaktadır. Bu durum en yüksek puan aralığındaki öğrencilerin diğer puan aralığındaki öğrencilere göre kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisine daha çok sahip olduğunu göstermektedir. Akademik başarıya göre matematik başarı puanı düşük olan öğrencilerin bu beceriye sahip olmadığı görülürken matematik başarı puanı yüksek olan öğrencilerin de bu beceriye yeterince sahip olmadığı görülmüştür. Kayhan (2010)’ın çalışmasında geçme notu 2 olan öğrencilerden bazıları “Kesir genişletilince kesir artar şekil büyür” açıklaması yaparken, geçme notu 5 olan öğrencilerin çoğu “genişleme ile bütün değişmiyor, bütünün içindeki parça sayısı değişiyor, bütünün içindeki parçaların sayısı artar ve parçalar küçülür” ifadesinde bulunmuştur. Bu durum akademik başarısı yüksek öğrencilerin akademik başarısı düşük öğrencilere göre bu beceriye daha çok sahip olduğunu göstermektedir.

Kesirlerin karşılaştırılması becerisi için 85-100 puan aralığındaki öğrencilerin diğer puanlar ile arasında anlamlı bir farklılık görülmektedir. 85-100 puan aralığındaki öğrenciler “iyi” düzeyde yer alırken diğer puan aralığındaki öğrenciler “orta” düzeyde bulunmaktadır. Bu sonuca göre en yüksek puan aralığındaki öğrencilerin diğer puan aralığındaki öğrencilere göre kesirlerin karşılaştırılması becerisine daha çok sahip olduğu söylenebilir. Akademik başarıya göre matematik başarı puanı en yüksek aralıkta olan öğrencilerin bu beceriye sahip olduğu görülürken diğer dört puan aralığındaki öğrencilerin bu beceriye kısmen sahip olmadığı görülmektedir.

Kesirlerin temsili becerisi için 0-44, 45-54 ve 55-69 puan aralığındaki öğrencilerin, 70-84 ve 85-100 puan aralığındakilerle arasında anlamlı bir farklılık görülmektedir. 0-44, 45-54 ve 55-69 puan aralığındaki öğrencilerin “zayıf”, 70-84 ve 85-100 puan aralığındakilerin “orta” düzeyde bu beceriye sahip olduğu belirlenmiştir. 70-84 puan aralığındaki öğrenciler ile 85-100 puan aralığındakiler “orta” düzeyde olmalarına karşın aralarında anlamlı bir farklılık bulunmaktadır. 70-84 puan aralığındaki öğrencilerin sıra ortalaması 250,90 iken 85-100 puan aralığındakiler 364,82 sıra ortalamasına sahiptir. Bu durumda akademik başarı arttıkça kesirlerin temsili becerisinin de arttığı söylenebilir. Akademik başarıya göre matematik başarı puanı en düşük üç aralıktaki öğrencilerin bu beceriye sahip

olmadığı görülürken diğer iki puan aralığındaki öğrencilerin kısmen bu beceriye sahip olduğu görülmektedir.

Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisi için 85-100 puan aralığındaki öğrencilerin diğer puanlar ile arasında anlamlı bir farklılık görülmektedir. 0-44 puan aralığındaki öğrenciler “çok zayıf” düzeyde yer alırken diğer düzeydeki öğrenciler “zayıf” düzeyde bulunmaktadır. 0-44 puan aralığındaki öğrencilerin sıra ortalaması 197,92, 45-54 puan aralığındakilerin 227,13, 55-69 puan aralığındakilerin 239,33, 70-84 aralığındakilerin 253,09 ve 85-100 aralığındakilerin 30,65 olduğu görülmektedir. Bu durumda akademik başarı arttıkça kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisinin arttığı söylenebilir. Akademik başarıya göre tüm matematik başarı puanı arttıkça bu beceriye yönelik başarısı artsa da hiçbir puan aralığındaki öğrencilerin bu beceriye yeterince sahip olmadığı görülmektedir.

Kesir problemlerini çözebilme becerisi için 0-44 puan aralığındaki öğrencilerin 70-84 ve 85-100 puanları arasında anlamlı farklılık görülmektedir. 45-54 puan aralığındakilerle de 70-84 ile 85-100 puan aralığındakiler arasında anlamlı bir farklılık görülmektedir. Ayrıca 55-69 puan aralığındakiler ile 85-100 ve 70-84 aralığındakilerle 85-100 puan aralığındakilerde anlamlı bir farklılık görülmektedir. 70-84 ve 85-100 puan aralığındaki öğrenciler “zayıf” düzeyde yer alırken diğer puan aralığındaki öğrenciler “çok zayıf” düzeyde yer almaktadır. Bu durum akademik başarı arttıkça kesir problemleri becerisinin arttığını göstermektedir. Akademik başarıya göre tüm matematik başarı puanı arttıkça bu beceriye yönelik başarısı artsa da hiçbir puan aralığındaki öğrencilerin bu beceriye yeterince sahip olmadığı görülmektedir.

Toplam durumda da tüm becerilerde olduğu gibi kesirleri anlama becerileri arasında anlamlı bir farklılık görülmektedir. 45-54 ile 0-44 ve 55-69 puanları haricinde diğer puanlar arasında anlamlı bir farklılık görülmektedir. 85-100 puan aralığındaki öğrenciler “orta” düzeyde kesirleri anlama becerilerine sahipken diğer puan aralığındakiler “zayıf” düzeyde kesirleri anlama becerilerine sahiptir. Bu durum akademik başarı arttıkça kesirleri anlama becerilerinin arttığını göstermektedir. Toplam durumda akademik başarıya göre kesirleri anlama becerilerine en yüksek puan aralığındaki öğrenciler kısmen sahipken diğer puan aralığındaki öğrencilerin

yeterince sahip olmadığı görülmektedir. Benzer sonuç Arslan (2013)'ın altıncı ve yedinci sınıf öğrencileri ile kesirlere yönelik matematiksel anlama seviyelerinin incelendiği çalışmasında başarı durumu iyi olan öğrencilerin başarı durumu orta olanlara göre, orta olanların da düşük olanlara göre daha yüksek olduğu şeklinde görülmüştür.

## 2. ÖNERİLER

Bu çalışmanın sonuçlarına yönelik öneriler şunlardır:

1. Kesri tanıma becerisinde öğrencilerin kesirleri tanıyabildiği fakat denk kesirleri ayırt etmede zorluklar yaşadığı belirlenmiştir. Bu durum denk kesirlerin öğretiminde bir yetersizlik olduğunu düşündürmektedir. Bu konunun verimli bir şekilde öğretilmesi için ders kitapları, matematik programı vs. denk kesirlerle ilgili daha çok uygulamalara yönelebilir.

2. Kesirler için tanımlar ve matematiksel açıklamalar becerisinde öğrencilerin kesri tanımlarken zorlandıkları özellikle bazı öğrencilerin kesirdeki parçaların eş olduğunu gözden kaçırdığı tespit edilmiştir. İlkokulda verilen eş parçalar kavramı ortaokulda da vurgulanabilir, görsel ve çizimlerde buna dikkat edilebilir.

3. Kesirler hakkında tartışma ve doğrulamalar becerisinde bazı öğrencilerin pay ve paydadaki değişimin kesrin değerini nasıl etkilediğini anlayamadığı görülmüştür. Bu soruna yönelik ders kitaplarında etkinliklere yer verilerek materyal yardımıyla sınıf içi uygulamalar yapılabilir. Örneğin bir elma üzerinde pay sabit tutulup payda büyütüldüğünde dilimlerin küçüldüğü böylece kesrin değerinin azaldığı gibi etkinliklere yer verilebilir. Genişletme ve sadeleştirme konusunda doğrudan kural verilmeden önce etkinliklerle öğrencilere bu konu somut bir şekilde sunulabilir. Ayrıca bu becerinin sorularına doğru cevap veren öğrencilerin bazılarının da düşüncelerini açıklayarak savunamadıkları görülmüştür. Bu durum bazı öğrencilerin kesirlerle ilgili bilgilerin anlayarak öğrenmek yerine ezberlendiğini düşündürmektedir. Bu hatanın önüne geçebilmek için ders içinde öğrencilerden düşüncelerini açıklamaları isteyerek sınıf ortamında küçük bir tartışma ortamı oluşturulabilir.

4. Kesirlerin karşılaştırılması becerisinde farklı pay ve paydaya sahip kesirlerin kıyaslanmasında sorunlar görülmektedir. Bu durum öğrencilerin kural kullanmadan kesrin sıfıra, yarıma ve bütüne yakınlık durumunu kullanmayı düşünemediğini göstermektedir. Ayrıca ortak paya sahip kesirlerle ortak paydaya sahip kesirlerin sıralanmasında bazı öğrencilerin yapması gereken sıralamanın tam tersini yaptığı görülmüştür. Bu durum öğrencinin konuyu anlamak yerine ezberlediğini göstermektedir. Buna yönelik ders işlenişinde ve ders kitaplarında kural vermek yerine anlamaya yönelik bilgiler verilebilir.

5. Kesirlerin temsili becerisinde özellikle sözel temsilde ve çizimle ifadede sorun yaşandığı görülmektedir. Ders içerisinde öğrencilere sözel ifadeler verilip çizim yapmalarını sağlayacak çalışmalara yer verilebilir.

6. Kesirlerin ondalık, yüzdeler ve bölme ile ilişkisi becerisinde birçok öğrencinin kesrin bölüm anlamında, kesir problemlerini çözebilme becerisi için kesrin oran anlamında zorluk yaşadığı görülmüştür. Bu sorunun giderilmesi için kesrin beş anlamının (parça-bütün, oran, bölüm, işlemci ve ölçüm) ders kitaplarında konu içerisinde yeri geldikçe sunularak öğrencilere bu anlamlar arasında bağlantı kurma fırsatı sunulabilir.

7. Kesir problemlerini çözebilme becerisinde bazı öğrencilerin çözümü verilen soru için doğru ya da yanlış olduğuna karar veremedikleri görülmüştür. Bu durum öğrencinin problemi anlamakta zorlandığını göstermektedir. Buna yönelik öğrencilerin öncelikle problemi kavramasını sağlamak amacıyla kolaydan zora doğru problem çözümü yapılabilir ve bu beceriye sahip olabilmek için diğer tüm becerilere sahip olunması gerekmektedir.

8. Öğrencilere problem kurma becerisi kazandırmak amacıyla kesir problemlerinin çözümünden sonra kolaydan zora doğru problem yazma çalışması yapılabilir.

İleride yapılacak olan çalışmalara yönelik olarak öneriler ise şunlardır:

1. Kesir öğretiminde becerilerin sıralanmasında öncelik ve sonralığın zorunlu olup olmadığı araştırılabilir.

2. Eğitim fakültelerinde ortaokul ğrencilerinin sorun yaşadığı becerilerine yönelik ğretmen adaylarına eğitim verilebilir.

3. Ortaokul ğrencilerinin hangi sınıf düzeyinde hangi beceride daha çok sorun yaşadığı bu çalışmada belirtilmiştir. Buna yönelik olarak ileriki çalışmalarda bazı becerilerin belli sınıf düzeyinde daha derinlemesine araştırması yapılabilir.

## KAYNAKÇA

- Acar, N. (2010). *Kesir Çubuklarının İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama Ve Çıkarma İşlemlerindeki Başarılarına Etkisi*, Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya
- Aksu, M. (1997). Student Performance In Dealing With Fractions. *The Journal of Educational Research*, 90(6), 375 – 380.
- Alacacı, C. (2010). Öğrencilerin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar, (Ed.), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri* (2. Baskı) içinde (63-95). Ankara: Pegem Akademi.
- Alkan, R. (2009). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Rasyonel Sayılar Konusu ile İlgili Hata ve Kavram Yanılgılarının Analizi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Altun, H. (2004). *Kesirler ve Rasyonel Sayıların Öğretilmesinde Karşılaşılan Güçlüklerin Giderilme Yöntemleri*, Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Altun, M. (2012). *Matematik Öğretimi*. (17.baskı) Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Ardahan, H. (2002). *Öğretim Materyalleri-CD'si*. S.Ü. Eğitim Fakültesi, Fakülte Yönetim Kurulunun 19.11.2002 Tarih Ve 2002/786 Sayılı Kararı İle Yayınlanmıştır.
- Arnon, I., Nesher, P., & Nirenburg, R. (1999). What Can Be Learnt About Fractions Only With Computers? In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 33 – 40). Haifa: PME.
- Arslan, E. (2013). *Ortaokul Öğrencilerinin "Pirie ve Kieren Modeli"Ne Göre Matematiksel Anlama Seviyelerinin Belirlenmesi*, Yüksek lisans tezi, Erzincan Üniversitesi, Erzincan.
- Ashcraft, M. H. (1982). The Development Of Mental Arithmetic: A Chronometric Approach. *Developmental Review*, 2(3), 213-236.

- Ashlock, R. B. (2002). *Error Patterns in Computation: Using Error Patterns to Improve Instruction* (8th ed.). Upper Saddle River, New Jersey: Merrill Prentice Hall.
- Aytekin, C. ve Toluk Uçar, Z. (2014). Ortaokul Öğrencilerinin Kesirlerde Tahmin Becerilerinin İncelenmesi. *İlköğretim Online*, 13(2).
- Baki, A. (2014). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*(beşinci baskı) Trabzon: Harf Yayınları.
- Baykul, Y. (1997). *İlkokulda Matematik Öğretimi*. Pegem Akademi: Ankara.
- Behr, M., Harel, G., Post, T., Lesh, R. 1991. The Operator Construct of Rational Number. *Proceedings of Fifteenth International PME Conference Furinghetti, F. (ed) , 2:120-127, Asisi, Italy*
- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational Number, Ratio and Proportion. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook on research on mathematics teaching and learning*(296 –333). New York: Macmillan.
- Behr, M., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1993). Rational Numbers: Toward a Semantic Analysis-Emphasis on the Operator Construct. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T.A. Romberg, (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (13-47). NJ: Lawrence Erlbaum
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R. & Silver, E. A.(1983). Rational Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts And Processes*( pp. 91 –126). New York: Academic. New York, NY.
- Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, T., & Lesh, R. (1984). Order and Equivalence of Rational Numbers: A Clinical Teaching Experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 323-341.
- Bezuk, N. & Bieck, M. (1993). Current Research on Rational Numbers and Common Fractions: Summary and Implications For Teachers. In D. Owens (Ed.). *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*. (pg. 118-158). New York: MacMillan Publishing Company.

- Biber, A. Ç., Tuna, A., & Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları Ve Bu Yanılgıların Kesir Problemleri Çözümlerine Etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2).
- Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. Kademe Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529–550.
- Boulet, G. (1993). The Construction of The Unit Fraction Concept. *Dissertation Abstracts International*, 56 (04), 1279. (UMI No. NN95779)
- Boulet, G. (1998). Didactical Implications of Children's Difficulties in Learning The Fraction Concept. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20(4), 19-34.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2014). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*, (16.baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Carpenter, T. P. (1986). Conceptual Knowledge As A Foundation for Procedural Knowledge. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case Of Mathematics* (pp. 113 – 132). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Charalambous, C. Y. & Pitta-Pantazi, D. 2005. Revisiting A Theoretical Model on Fractions: Implications for Teaching and Research. *Proceedings of The 29th Conference Of International Group For The Psychology Of Mathematics Education* Chick H.L., Vincent J.L. (eds), Vol.2, pp 233-240, Melbourne: PME
- Charalambous, C . Y. & Pitta- Pantazi, D. (2007). Drawing on A Theoretical Model to Study Students' Understandings of Fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 64 , 293– 316. doi: 10.1007/s10649-006-9036-2
- Clarke, D. M., Roche, A., & Mitchell, A. (2007). Year Six Fraction Understanding: A Part of The Whole Story. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Mathematics: Essential Research, Essential Practice* (Proceedings of the 30 th annual



- conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Hobart, pp. 207-216). Sydney: MERGA.
- Cramer, K., Behr, M. J., Lesh, R., & Post, P. (1997). *The Rational Number Project Fraction Lessons: Level 1 and Level 2*.
- Cramer, K., Behr, M. J., Post, T., & Lesh, R. (2009). *Rational Number Project: Initial Fraction Ideas*. Dubuque, IA: Kendall/Hunt. (Original work published 1997).
- Davis, G., Hunting, R. P. & Pearn, C.: 1993, 'What Might A Fraction Mean to A Child and How Would A Teacher Know?', *The Journal of Mathematical Behaviour* 12(1), 63–76.
- Creswell, J. W. (2003). *Research design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Çelik, B. (2015). *Beşinci Sınıf Kesirler Konusunun Öğretim Sürecinin Matematiksel Modeller Açısından İncelenmesi*, Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Çepni, S. (2005). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*, Yayınevi yazarın kendisi: Trabzon.
- Davis, G., Hunting, R., & Pearn, C. (1993). What Might A Fraction Mean to A Child and How Would A Teacher Know? *Journal of Mathematical Behavior*, 12, 63-76
- Düzenli Gökalp, N. (2012). *A Study on Sixth Grade Students' understanding of Multiplication of Fractions Using Pirie and Kieren Model*, Doctoral dissertation, Middle East Technical University, Ankara.
- Düzenli-Gökalp, N., Bulut, S., & Sharma, M. D. (2010). An Assessment of Students' Understanding of Addition and Subtraction Of Fractions. *Paper presented at the ECER 2010*, Helsinki, Finland.
- Düzenli-Gökalp, N. & Sharma, M. D. (2010). A Study on Addition And Subtraction of Fractions: The Use of Pirie and Kieren Model and Hands-On Activities. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 5168–5171

- Düzgün, S. (2003). *İlköğretim 5. Sınıf Matematik Dersi Kesirler Ünitesinde Bilgisayar Destekli Öğretimin Öğrenci Erişine Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara
- English, L., & Halford, G. (1995). *Mathematics Education Models and Processes*. New Jersey: Erlbaum.
- Ersoy, Y., & Ardahan, H. (2000). Students Achievement and Common Mistakes in Solving Word Problems Related to Numbers. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(18).
- Ersoy, Y., & Ardahan, H. (2003). İlköğretim Okullarında Kesirlerin Öğretimi-II: Taniya Yönelik Etkinlikler Düzenleme, [http://www.matder.org.tr/index.php?option=com\\_content&view=article&id=64:ilkogretim-okullarinda-kesirlerin-ogretimi-ii-taniya-yonelik-etkinlikler-duzenleme&catid=8:matematik-kosesi-makaleleri&Itemid=172](http://www.matder.org.tr/index.php?option=com_content&view=article&id=64:ilkogretim-okullarinda-kesirlerin-ogretimi-ii-taniya-yonelik-etkinlikler-duzenleme&catid=8:matematik-kosesi-makaleleri&Itemid=172) Erişim tarihi: 15.12.2015
- Fuson, K. C. & Briars, D. (1990). Using A Base-Ten Blocks Learning/Teaching Approach for First and Second-Grade Place Value and Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 180-206.
- Gagatsis, A., Michaelidou, E. & Shiakalli, M. (2001). *Representational Theories and the Learning of Mathematics*. Nicosia: ERASMUS IP 1. Nicosia, Cyprus.
- Goldin, G., A(1998). *Observing Mathematical Problem Solving Through Task-Based interviews*. (Ed. A. R. Teppo) Qualitative Research Methods in Mathematics Education, NCTM.
- Goularte, I., 1998. Fractions In Second Grade: A Study Using Two Types Of Manipulatives Materials, Master Thesis, San Jose State University.
- Greeno, J. G. (1991). Number Sense As Situated Knowing in A Conceptual Domain. *Journal For Research In Mathematics Education*, 170-218.

- Hackenberg, A. J. (2007). Units Coordination And The Construction Of Improper Fractions: A Revision Of The Splitting Hypothesis. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 27-47.
- Hannula, M.S.: 2003, 'Locating Fraction On A Number Line', in N.A. Pateman, B.J. Dougherty and J. Zilliox (eds.), *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of the PME and PMENA, Vol. 3, CRDG*, College of Education, University of Hawaii, Hawaii, pp. 17-24
- Hart, K. (1980). *Secondary School Childrens' Understanding of Mathematics* (Research Monograph). Chelsea College, England.
- Haser, Ç., ve Ubuz, B. 2000. İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Kavramsal Anlama Ve İşlem Yapma Performansı, *IV Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi*, Ankara
- Haser, Ç., ve Ubuz, B. (2002). Kesirlerde Kavramsal ve İşlemsel Performans. *Eğitim ve Bilim*, 27(126).
- Haser, Ç. ve Ubuz, B. (2003). Öğrencilerin Kesirleri Anlaması: 5. Sınıf Öğrencileri Üzerine Bir Çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24: 64-69.
- Haylock, D. & Cockburn, A. D. (Eds.). (2013). *Understanding Mathematics For Young Children: A Guide For Teachers Of Children 3-8*. Sage.
- Herscovics, N., & Bergeron, J. C. (1981). Psychological Questions Regarding A New Model of Understanding Elementary School Mathematics. *Proceedings of the Third Annual Meeting of PME – NA*. Minneapolis, MN: University of Minnesota.
- Herscovics, N., & Bergeron, J. C. (1988). An Extended Model of Understanding. *Proceedings Of The Annual Meeting Of The North American Chapter Of The International Group For The PME*. Dekalb, Illinois.
- Hiebert, J. & Carpenter, T., (1992). "Learning and Teaching with Understanding", Grouws D. A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 65-97, New York

- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1 – 27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Işıksal, M. (2006). *A Study on Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge Regarding The Multiplication and Division of Fractions*. (Unpublished PhD Thesis), Middle East Technical University, Ankara.
- Jacobson, C. & Lehrer, R. (2002). Teacher Appropriation and Student Learning of Geometry Through Design. In J. Sowder & B. Schappelle (Eds.), *Lessons learned from research*. Reston,, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kamii, C.& Clark, F. (1995). Equivalent Fractions: Their Difficulty and Educational Implications. *The Journal of Mathematical Behavior*, 14(4), 365–378.
- Kar, T., ve Işık, C. (2015). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Öğrencilerin Kurdukları Problemlere Yönelik Görüşlerinin İncelenmesi: Kesirlerle Toplama İşlemi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (HU Journal of Education)*, 30(1), 122-136.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli, *İlköğretim-Online*,2(2),2-9
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2004). 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Becerilerinin Belirlenmesi: Bir Özel Durum Çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, Sayı 163.
- Kayhan, H. C. (2010). *İlköğretim Öğrencilerinin Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Süreçlerindeki Zihinsel Modellerinin Belirlenmesi*, Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's Strategies and Errors. A Report of Thestrategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. Windsor, Berkshire, England: NFER-Nelson.

- Khoury, H. A. & Zazkis, R. (1994). On Fractions and Non-Standard Representations: Pre-Service Teachers' Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 27(2), 191-204.
- Kılıç, Ç. ve Özdaş, A. (2010). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Karşılaştırma ve Sıralama Yapmayı Gerektiren Problemlerin Çözümlerinde Kullandıkları Temsiller. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 18(2), 513-530.
- Kieren, T. E. (1976). On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop ERIC/SMEAC* ( pp. 101–144). Columbus, OH.
- Kieren, T. E. (1988). Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. In J. A. Hiebert & M. J. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*(pp. 162 -181). Reston, VA: Lawrence Erlbaum.
- Kieren, T.E.: 1993, 'Rational and Fractional Numbers: From Quotient Fields to Recursive Un-Derstanding', in T.P. Carpenter, E. Fennema and T.A. Romberg (eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* , Lawrence Erlbaum Associates, NJ, pp. 49–84
- Kouba, V.L, Brown, C.A., Carpenter, T.P., Lindquist, M.M., Silver, E.A. & Swafford, J.O. (1988). Results of the Fourth NAEP Assesment of Mathematics: Number, operations and word problems. *Arithmetic Teacher*, 35(8, 4-19).
- Köseoğlu, C. (2005). *Kesirlerin Öğretiminde Aktif Öğrenme Yönteminin Öğrenci Başarısına Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara
- Lamon, S. J. (1999) . *Teaching Fractions and Ratios for Understanding*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. Mahwah, NJ.
- Lamon, S. J. (2001). Presenting and Representing from Fractions to Rational Numbers. In A. A. Cuoco (Ed.), *The Roles of Representation in School Mathematics*(146--165). Reston, VA: NCTM.
- Lamon, S. J. (2007). Rational Numbers and Proportional Reasoning: Towards A Theoretical Framework For Research. In F. K. J. Lester (Ed.), *Second*

*handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 629 -667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lesh, R. (1979). Mathematical Learning Disabilities: Considerations for Identification, Diagnosis and Remediation. *Applied Mathematical Problem Solving*, 111-180.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations Among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (p. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mack, N. K. (1990). Learning Fractions with Understanding: Building on Informal Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (1), 16-32.

Mack, N. K. (1995). Confounding Whole-Number and Fraction Concepts When Building on Informal Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 422- 441.

Martinie, S. 2007. *Middle School Rational Number Knowledge*, Kansas State University, Manhattan, Kansas

McLeod, R., & Newmarch, B. (2006). *Math4Life: Fractions*. London,GB: National Researcher and Development Center for Adult Literacy and Numeracy.

MEB (2009). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı 6-8 sınıflar*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Mısral, M. (2009). *Kesrin Farklı Anlamlarına Göre Yapılan Öğretimin İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama Çıkarma ve Çarpma İşlemlerinde Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Düzeylerine Etkisi*, Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.

Miles, M. B. & Huberman A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Source Book*. Sage.

NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston.

- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston.
- Ni, Y.: 2001, 'Semantic Domains of Rational Numbers and the Acquisition of Fraction Equiv-Alence', *Contemporary Educational Psychology* 26, 400–417.
- Nicolaou, A. A. & Pitta-Pantazi, D. (2011). A Theoretical Model for Understanding Fractions at Elementary School. *Proceedings of the 7th Conference of the European Society of Mathematics Education* ( pp. 366–375) . University of Rzeszow, Poland
- Nicolaou, A. A. & Pitta-Pantazi, D. (2014) Hierarchical Levels of Abilities That Constitute Fraction Understanding at Elementary School, *International Journal of Science and Mathematics Education*, pp 1-20
- Niemi, D. M. (1994) *Assesing Fifth Grade Students' Fraction Understanding: A Conceptual Field for Fusing Assesment and Instruction*. Phd. Thesis, University of California, Los Angeles
- Niemi, D. (1996a). Assessing Conceptual Understanding in Mathematics: Representations, Problem Solutions, Justifications and Explanations. *Journal of Educational Research*, 89(6), 351–363
- Niemi, D. (1996b). *Instructional Influences on Content Area Explanations and Representational Knowledge: Evidence for The Construct Validity of Measures of Principled Understanding*. CSE Technical Report 403. CRESST/University of California, Los Angeles.
- Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik , U., Evans, D., Wade, J. & Bell, D. (2004). Vergnaud's Definition of Concepts as A Framework for Research and Teaching. *Annual Meeting for the Association pour la Recherche sur le Développement des Compétences*, Paris.
- Olkun, S. ve Uçar, Z., 2004. *Matematik Öğretimi*, Ankara: Anı Yayıncılık,
- Orhun, N. (2007). Kesir İşlemlerinde Formal Aritmetik ve Görselleştirme Arasındaki Bilişsel Boşluk. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(14), 99-111.

- Peck, D. M., & Jencks, S. M. (1981). Conceptual Issues in the Teaching and Learning of Fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12(5), 339-348.
- Pantziara, M. & Philippou, G. (2012). Levels of Students' "Conception" of Fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 61–83. doi:10.1007/s10649-011-9338-x.
- Petit, M. M., Laird, R., & Marsden, E. (2010). They "Get" Fractions As Pies; Now What. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 16(1), 5-10.
- Piaget, J. (1977). *The Development of Thought: Equilibration of Cognitive Structures*, (Trans A. Rosin). Viking.
- Pirie, S. E. B. (1988). Understanding: Instrumental, Relational, Intuitive, Constructed, Formalized... How Can We Know? *For the Learning of Mathematics*, 8(3), 2-6.
- Pirie, S. E. B., & Kieren, T. E. (1989). A Recursive Theory Of Mathematical Understanding. *For the Learning of Mathematics*, 9(3), 7-11.
- Pirie, S. E. B., Kieren, T. E. (1991). Folding Back: Dynamics In The Growth Of Mathematical Understanding, *Proceedings Fifteenth Psychology of Mathematics Education Conference*, Assisi
- Pirie, S. E. B. & Kieren, T. E., (1992). "Watching Sandy's Understanding Grow", *Journal of Mathematical Behavior*, 11: 243-257
- Pirie, S. E. B., & Kieren, T. (1994). Beyond Metaphor: Formalising in Mathematical Understanding with Constructivist Environments. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 39 – 43.
- Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1986). Research-Based Observations About Children's Learning of Rational Number Concepts, *Focus on Learning Problems in Mathematics* 8 (1), 39–48.
- Post, T. R., Cramer, K. A., Behr, M., Lesh, R., & Harel, G. (1993). Curriculum Implications of Research on the Learning, Teaching and Assessing of Rational Number Concepts. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A.



- Romberg (Eds.), *Rational numbers: An Integration of research*, (pp. 327 - 362). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Post, T., & Reys, RJE. (1979). Abstraction Generalization and Design of Mathematical Experiences for Children. In K. Fuson & W. Geeslin (Eds.), *Models for mathematics learning*, (pp. 117-139). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Redmond, A. (2009). *Prospective Elementary Teachers' Division of Fractions Understanding: A Mixed Methods Study*, Doctor of philosophy, Oklahoma State University
- Saxe, G. B., Taylor, E. V., McIntosh, C., & Gearhart, M. (2005). Representing Fractions with Standard Notation: A Developmental Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, (36)2, 137 – 157.
- Sierpinska, A., Nnadozie, A., & Oktaç, A. (2002). *A Study of Relationships Between Theoretical Thinking and High Achievement in Linear Algebra*. Unpublished research report. Available at URL: <http://alcor.concordia.ca/sierp/downloadpapers.html>.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An Analysis of Arithmetic Problem Posing by Middle School Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 521-539.
- Silver, E. A., Kilpatrick, J., & Schlesinger, B. (1990). *Thinking Through Mathematics*. New York: College Entrance Examination Board.
- Skemp, R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Skemp, R., (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, N.J.
- Soylu Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik Derslerinde Kavramsal ve İşlemsel Öğrenmenin Dengelenmesi Üzerine Bir Çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). “İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma,

- Çarpma ve Kesirlerle İlgili Problemler". *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2): 101-117.
- Steffe, L. P. (2001). A New Hypothesis Concerning Children's Fractional Knowledge. *The Journal of Mathematical Behavior*, 20 (3), 267-307.
- Steffe, P. L. & Olive, J. (2010). *Children's Fractional Knowledge*, New York
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer
- Streefland, L. (1993). Fractions: A Realistic Approach. In T.P. Carpenter, E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 289- 325). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Şiap, İ. ve Duru, A., 2004. Kesirlerde Geometrik Modelleri Kullanabilme Becerisi, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 1, 89-96.
- Tarkan Yurtseven, N. (2012). *A Study on Fifth Grade Students' Mistakes, Difficulties and Misconceptions Regarding Basic Fractional Concepts And Operations*, Master thesis, Middle East Technical University, Ankara.
- Tirosh, D., Wilson, J., Graeber, A., & Fischbein, E. (1993). *Conceptual Adjustments in Progressing from Whole to Rational Numbers*. Paper Presented at the International Conference on Rational Number Learning, University of Georgia, Athens, GA.
- Toluk, Z. (2001). Eşit Paylaşım Ortamlarının Kesir Öğretiminde Kullanımı, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1, 191-203.
- TIMSS (2007). TIMSS 2007 Ulusal Matematik ve Fen Raporu: 8. Sınıflar, Ankara.
- TIMSS (2011). TIMSS 2011 Ulusal Matematik ve Fen Raporu: 4. Sınıflar, Ankara.
- Vance, J. H. (1986). Ordering Decimals and Fractions: A Diagnostic Study. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 8(2), 51-59
- Van De Walle, J. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics, Teaching Developmentally*, fifth edition. Pearson Education.
- Yazgan, Y. (2007). *10-11 Yaş Grubundaki Öğrencilerin Kesirleri Kavramaları Üzerine Deneysel Bir Çalışma*, Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Yıkımsı, A. (2007) *Etkileşime Dayalı Matematik Öğretimi* (ikinci baskı) Ankara: Kök Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal Bilimlerde Nitel Arastırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bilgölbali, E., Şandır, H. ve Delice A. (2013) *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar (1. Baskı)*, Ankara: Pegem Akademi.

## EKLER DİZİNİ

	Sayfa
<b>Ek Tablo:</b> Kesri Anlama Becerileri Değerlendirme Rubriği .....	134

## **Ek Tablo**

**Kesri Anlama Becerileri Değerlendirme Rubriği**

<b>Anlama Becerileri</b>	<b>Maddeler</b>	<b>Puanlama Kriterleri</b>	<b>Puanlar</b>	<b>Cevaplar</b>
<b>1. Beceri: Kesri Tanıma</b> ✓ Ortak paydaya sahip kesirleri ifade eder. ✓ Basit kesri seçer. ✓ Okunuşu verilen kesri yazar. ✓ Ortak paya sahip kesirleri ifade eder. ✓ Bileşik kesri seçer. ✓ Tam sayılı kesirleri seçer. ✓ Denk olmayan kesri seçer.	1. madde	Doğru ifadeyi yazması	1	Paydaları eşit
		Boş veya yanlış olması	0	
	2. madde	Doğru kesri seçmesi	1	$\frac{9}{10}$
		Yanlış kesri seçmesi	0	
	3. madde	Doğru kesri seçmesi	1	$1\frac{7}{10}$
		Yanlış kesri seçmesi	0	
	4. madde	Doğru ifadeyi yazması	1	Payları eşit
		Boş veya yanlış olması	0	
	5. madde	Doğru kesri seçmesi	1	$\frac{3}{2}$
		Yanlış kesri seçmesi	0	
	6. madde	İki tane doğru kesri seçmesi	1	$3\frac{1}{2}$ ve $1\frac{1}{5}$
		Bir tane doğru kesri seçmesi	0,75	
		Doğru kesirlerle birlikte yanlış kesir seçilmesi	0,5	
		Yanlış kesirler seçilmesi	0,25	
Boş		0		
7. madde	Doğru kesri seçmesi	1	$\frac{4}{9}$	
	Yanlış kesri seçmesi	0		
<b>2. Beceri : Kesirler için Tanımlar ve Matematiksel Açıklamalar</b> ✓ Kesri tanımlar(Sözel,	1. madde	Doğru açıklama yapılması, kesir türlerinden bahsedilmesi ve çizimlerle desteklenmesi	1	Eş parçalara bölünmüş bütünlerin eş parçalardan bir veya birkaçını gösteren sayılara kesir denir. Bir bütünden küçük kesirlere basit kesir denir. Bir bütünden
		Kısmen doğru açıklama yapılması ve çizimlerle desteklenmesi	0,75	

<p>çizim, örnek ile).</p> <p>✓ 0 ile 1 arasındaki kesir miktarını belirtir.</p> <p>✓ İki kesrin eşitliğini açıklar.</p> <p>✓ İki kesrin denkleğini açıklar.</p> <p>✓ Bir kesrin küçük olmasını açıklar.</p>		Sadece açıklama yapılması	0,5	büyük ya da bütüne eşit kesirlere bileşik kesir denir. Bir tam sayı ile birlikte yazılan basit kesirlere tam sayılı kesir denir.
		Yanlış açıklama	0,25	
		Boş	0	
	2. madde	Doğru cevabı yazması, açıklaması ve şekille desteklemesi	1	Sonsuz tane
		Doğru cevabı yazması ve açıklaması	0,75	
		Doğru cevabı yazması	0,5	
		Yanlış cevap yazması	0,25	
		Boş	0	
	3. madde	Doğru cevabı yazması, açıklaması ve şekille desteklemesi	1	Aynı pay ve paydaya sahip kesir yazılmalı. Örneğin $\frac{2}{5}$ ile $\frac{2}{5}$
		Doğru cevabı yazması ve açıklaması	0,75	
		Doğru cevabı yazması	0,5	
		Yanlış cevap yazması	0,25	
		Boş	0	
	4. madde	Doğru cevabı yazması, açıklaması ve şekille desteklemesi	1	Bir kesir diğer kesrinin genişletilmiş ya da sadeleştirilmiş hali olmalı. Örneğin; $\frac{2}{3}$ ile $\frac{6}{9}$
		Doğru cevabı yazması ve açıklaması	0,75	
		Doğru cevabı yazması	0,5	
		Yanlış cevap yazması	0,25	
		Boş	0	
	5. madde	Doğru cevabı yazması, açıklaması ve şekille desteklemesi	1	Bir kesrin temsil ettiği miktarın diğer kesrin temsil ettiği miktardan küçük olması
		Doğru cevabı yazması ve açıklaması	0,75	
	Doğru cevabı yazması	0,5		
	Yanlış cevap yazması	0,25		

		Boş	0	
<p><b>3. Beceri: Kesirler Hakkında Tartışma ve Doğrulamalar</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Kesrin payı ve paydasındaki değişimleri açıklar.</li> <li>✓ Kesrin payı ve paydasındaki değişimin kesrin değerine etkisini açıklar.</li> <li>✓ İki kesrin denklliğini açıklar.</li> <li>✓ Bir sayının belli bir miktarını nasıl bulacağını açıklar.</li> <li>✓ Farklı büyüklükteki bütünlerin aynı miktardaki parçalarının farklı olduğunu açıklar.</li> </ul>	1. madde	Doğru seçeneği seçmesi ve yeterli açıklama yapması	1	D seçeneği işaretlenmeli. Bir kesrin payı sabit kalıp paydası büyüdüğünde pay daha çok bölüneceği için eş parçalar küçülür.
		Doğru seçeneği seçmesi ve kısmen açıklama yapması	0,75	
		Yanlış seçeneği seçmesi fakat doğru açıklama yapması	0,5	
		Doğru seçeneği seçmesi	0,25	
		Yanlış seçeneği seçmesi veya boş	0	
	2. madde	Doğru seçeneği seçmesi ve yeterli açıklama yapması	1	D seçeneği işaretlenmelidir. Bir kesri herhangi bir sayı ile genişlettiğimizde kesrin değeri değişmez. Parçaları daha çok parçalara böleceğimiz için alınan parçaları da böleriz.
		Doğru seçeneği seçmesi ve kısmen açıklama yapması	0,75	
		Yanlış seçeneği seçmesi fakat doğru açıklama yapması	0,5	
		Doğru seçeneği seçmesi	0,25	
		Yanlış seçeneği seçmesi veya boş	0	
	3. madde	Doğru seçeneği seçmesi ve yeterli açıklama yapması	1	D seçeneği işaretlenmeli. Bir sayıyı $\frac{3}{4}$ ile çarptığımızda o sayıyı 4 eş parçaya ayırıp 3 parçasını istiyoruz demektir. Pay ile pay çarpılıp paya yazıldığı için 3 ile çarpıp 4'e bölmek aynı ifadedir.
		Doğru seçeneği seçmesi ve kısmen açıklama yapması	0,75	
		Yanlış seçeneği seçmesi fakat doğru açıklama yapması	0,5	
		Doğru seçeneği seçmesi	0,25	
		Yanlış seçeneği seçmesi veya boş	0	
	4. madde	Doğru seçeneği seçmesi ve yeterli açıklama yapması	1	Y seçeneği işaretlenmeli. Payda aynı kalıp paydayı küçülttüğümüzde daha az eş parçalar seçeriz. Bu yüzden kesir küçülür.
		Doğru seçeneği seçmesi ve kısmen açıklama yapması	0,75	
		Yanlış seçeneği seçmesi fakat doğru	0,5	



		açıklama yapması		
		Doğru seçeneği seçmesi	0,25	
		Yanlış seçeneği seçmesi veya boş	0	
	5. madde	Doğru seçeneği seçmesi ve yeterli açıklama yapması	1	Y seçeneği işaretlenmeli. $\frac{6}{10}$
		Doğru seçeneği seçmesi ve kısmen açıklama yapması	0,75	kesri $\frac{3}{5}$ kesrinin 2 ile genişletilmiş halidir. Bu kesirler denk kesirdir. Denk kesirler aynı miktarı temsil eder.
		Yanlış seçeneği seçmesi fakat doğru açıklama yapması	0,5	
		Doğru seçeneği seçmesi	0,25	
		Yanlış seçeneği seçmesi veya boş	0	
	6. madde	Doğru seçeneği seçmesi ve yeterli açıklama yapması	1	D seçeneği seçilmeli. $\frac{2}{3}$
		Doğru seçeneği seçmesi ve kısmen açıklama yapması	0,75	kesirleri eşit fakat farklı tepiler dediği için tepsilerin büyüklükleri farklı olduğundan bu eş kesirlerin temsil ettiği miktar da farklı olur. Hülya, Halis'ten ya da Halis, Hülya'dan fazla kek yiyebilir.
		Yanlış seçeneği seçmesi fakat doğru açıklama yapması	0,5	
		Doğru seçeneği seçmesi	0,25	
		Yanlış seçeneği seçmesi veya boş	0	
<b>4. Beceri: Kesirlerin Karşılaştırılması</b> ✓ Payları aynı kesirleri büyükten küçüğe sıralar. ✓ Paydaları aynı kesirleri büyükten küçüğe sıralar.	1. madde	Kesirleri sıralamanın doğru olması	1	$\frac{3}{2} > \frac{3}{7} > \frac{3}{8} > \frac{3}{14}$
		Kesirleri sıralamanın yanlış olması	0	
	2. madde	Kesirleri sıralamanın doğru olması	1	$\frac{17}{8} > \frac{7}{8} > \frac{5}{8} > \frac{3}{8}$
		Kesirleri sıralamanın yanlış olması	0	
	3. madde	Kesirleri sıralamanın doğru olması	1	$\frac{1}{2} > \frac{3}{5} > \frac{1}{8} > \frac{3}{4}$

<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Tam sayılı kesirleri büyükten küçüğe sıralar.</li> <li>✓ Farklı pay ve paydaya sahip kesirleri büyükten küçüğe sıralar.</li> </ul>		Kesirleri sıralamanın yanlış olması	0		
	4. madde	Kesirleri sıralamanın doğru olması	1		$\frac{5}{3} > \frac{3}{2} > \frac{2}{5} > \frac{1}{6}$
		Kesirleri sıralamanın yanlış olması	0		
<p><b>5. Beceri: Kesirlerin Temsili</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Sembolik ifadeleri görsel ifadelere çevirir.</li> <li>✓ Sembolik ifadeyi temsil eden görseli seçer.</li> <li>✓ Sembolik ifadeyi sayı doğrusuna yerleştirir.</li> </ul>	1. madde	Kesrin doğru temsili	a)1 b) 1	Puanların ortalaması alınır.	a)Bir şekil çizilerek 7 eş parçaya ayrılır, 5 tanesi taranır. b) Bir bütün şekil çizilir, taranır. Aynı şekilden bir tane daha çizilip 3 eş parçaya ayrılır ve 2 tanesi taranır.
		Kesrin yanlış temsili	a) 0 b)0		
	2. madde a şıkkı	Kesrin doğru temsili	a)1 b) 1	Puanların ortalaması alınır.	Verilen sayı doğrusunda 0 ile 1 arası 5 eş parçaya ayrılır. 2. parça işaretlenir.
		Kesrin yanlış temsili	a) 0 b)0		
	2. madde b şıkkı	Kesrin doğru temsili ve açıklamanın yapılması	1	Puanların ortalaması alınır.	0 'dan $\frac{5}{9}$ 'a kadar 5 eş parçaya ayrılır. Kesirden sonra 4 eş parça daha ilerleyerek $\frac{9}{9}$ 'a yani 1'e varılır. Bu noktaya yerleştirilmesi eşit parçalar kadar ilerlenmesidir.
		Kesrin doğru temsili ve açıklamanın yapılmaması	0,5		
		Kesrin yanlış temsili ve açıklamasının yanlış yapılması ya da boş	0		
	3. madde	Doğru şeklin seçilmesi ve doğru açıklama yapılması	1		12 eş parçaya bölünüp 6 tanesi alınan 2. Şekil $\frac{1}{2}$ 'ye eşittir.
		Doğru şeklin seçilmesi ve yetersiz açıklama yapılması	0,75		

<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Çizimle ifade edilen kesri sayı doğrusuna yerleştirir.</li> <li>✓ Cevap olarak verilen kesir işlemine problem yazar ve çizimle ifade eder.</li> <li>✓ Verilen çizime uygun problem cümlesi yazar ve çözer.</li> <li>✓ Verilen sembolik ifadeleri çizerek toplamını ifade eder.</li> <li>✓ Verilen çizimleri sembolik ifadeye çevirir.</li> <li>✓ Farklı parçalara ayrılmış kesri sembolik olarak ifade eder.</li> <li>✓ Kesrin kesir kadarını modelle gösterir.</li> </ul>		Doğru şekilde birlikte yanlış şekil de seçilmesi ve doğru açıklama yapılması	0,5	Çünkü $\frac{6}{12}, \frac{1}{2}$ 'nin 6 le genişletilmiş halidir ve birbirine denktir.
		Doğru şekilde birlikte yanlış şekil de seçilmesi ve yanlış açıklama yapılması	0,25	
		Boş	0	
	4. madde	Modelle gösterimi, problem cümlesinin yazımı ve çözümü	1	Bir şekil çizilip 2 eş parçaya ayrılır ve 1 tanesi taranır. Başka bir şekil çizilip 4 eş parçaya ayrılır ve 1 tanesi taranır. Şekiller toplanır. Ve cevap $\frac{3}{4}$ olarak bulunur. Problem cümlesine örnek olarak; Ayşe bir pizzanın $\frac{1}{2}$ 'sini yiyor. Mehmet aynı pizzanın $\frac{1}{4}$ 'ünü yiyor. İkisi toplam ne kadar pizza yemiştir.
		Üç durumdan birinin eksik ya da yanlış olması	0,75	
		Üç durumdan ikisinin eksik ya da yanlış olması	0,5	
		Üç durumun da yanlış olması	0,25	
		Boş	0	
	5. madde	Modelin işleminin yazılması, problem cümlesi yazılması ve çözümü	1	3-1 $\frac{9}{14}$ şeklinde yazılır. Çözümünde 1 $\frac{5}{14}$ bulunmalıdır. Problem cümlesine örnek olarak; Zeynep 3 pastanın 1 $\frac{9}{14}$ 'ünü arkadaşlarına dağıttıktan sonra geriye ne kadar pasta kalmıştır?
		Üç durumdan birinin eksik ya da yanlış olması	0,75	
		Üç durumdan ikisinin eksik ya da yanlış olması	0,5	
		Üç durumun yanlış olması	0,25	
		Boş	0	

	6. madde	Kesrin gösterimi	1		$1\frac{2}{5}$ kesrini sayı doğrusuna yerleştirmeli
		Kesrin yanlış gösterimi ya da boş	0		
	7. madde	Doğru kesrin seçimi	a) 1 b)1 c)1 d)1	Puanların ortalaması alınır	a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{3}{5}$
		Yanlış kesrin seçimi	a) 0 b)0 c)0 d)0		c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{3}{4}$
	8. madde	Kesrin ve modelin gösterimi ve çözülmesi	1		$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ m dir. Bir şekil 3 eş parçaya bölünür ve 2'si taranır. Daha sonra bu 3 parçanın her biri 5 eş parçaya bölünerek taralı alandaki her 5 parçadan 1'i tekrar taranır. Toplam 15 parçadan 2'si taralı olur.
		Üç durumdan birinin eksik ya da yanlış olması	0,75		
		Üç durumdan ikisinin eksik ya da yanlış olması	0,5		
		Üç durumun yanlış olması	0,25		
		Boş	0		
	9. madde	Kesrin doğru yazılması	a) 1 b)1	Puanların ortalaması alınır.	a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{4}{12}$
		Kesrin yanlış yazılması ya da boş	a) 0 b) 0		
	1. madde	Ondalık gösterimi doğru yazması	a)1 b)1 c)1 d)1		a) 0,25 b) 0,4 c) 0,3 d) 0,05

<b>6. Beceri: Kesirlerin Ondalık, Yüzdeler ve Bölme ile İlişkisi</b> ✓ Kesri ondalık gösterime çevirir. ✓ Kesri yüzde sembolü ile yazar. ✓ Payın paydaya bölümünü ifade eder.		Ondalık gösterimi yanlış yazması ya da boş	a) 0 b)0 c)0 d)0		
	2. madde	Yüzde sembolünü doğru yazması	a)1 b)1 c)1 d)1	Puanların ortalaması alınır.	a) % 75 b) % 64 c) %24 d) % 128
		Yüzde sembolünü yanlış yazması ya da boş	a) 0 b)0 c)0 d)0		
	3. madde	Doğru seçeneği seçmesi ve yeterli açıklama yapması	a) 1 b) 1 c) 1	Puanların ortalaması alınır.	a) D seçeneği seçilmelidir. Kesir payın paydaya bölümüdür. b) Y seçeneği seçilmelidir. 12'nin 7'ye bölümüdür. Kesir payın paydaya bölümüdür. c) D seçeneği seçilmelidir. 3 pizza 6 çocuğa eşit paylaşılması gerektiği için pizzalar çocuklara oranlanmalıdır.
		Doğru seçeneği seçmesi ve kısmen açıklama yapması	a) 0,75 b) 0,75 c) 0,75		
		Yanlış seçeneği seçmesi fakat doğru açıklama yapması	a)0,5 b) 0,5 c) 0,5		
		Doğru seçeneği seçmesi	a) 0,25 b) 0,25 c) 0,25		
		Yanlış seçeneği seçmesi veya boş	a) 0 b) 0 c) 0		

<p><b>7. Beceri: Kesir Problemlerini Çözebilme</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Parçası verilen bütünü bulur.</li> <li>✓ Çözüm yerilen soruyu yorumlar.</li> <li>✓ Bütünün kalan parçasını bulur.</li> <li>✓ Verilenleri oranlayarak bulduğu oranla verilmeyeni bulur.</li> <li>✓ Toplamı farklı kesir çeşidi olan işlemi bulur.</li> <li>✓ Bir sayının kesir kadarını bulur.</li> </ul>	1. madde	Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklaması	1	Makine 3 parçadan 2'sini veriyorsa verdiği 12 TL, 2 parçadır. 1 parça 6 yapar. Makineye 3 parça atıldığına göre 3 parça 18 TL yapar.	
		Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklamaması	0,75		
		Sadece doğru cevabı yazması	0,5		
		Problemi yanlış çözmesi	0,25		
		Boş	0		
	2. madde	Doğru çözümü seçmesi ve yeterli doğru açıklama yapması	1	Doğrudur. Seçeneği işaretlenmelidir. İbrenin gösterdiği 3 parçada 6 litre benzin varsa 1 parçada 2 litre benzin vardır. Deponun tamamı 8 parçadan oluşuyorsa depo 16 litre benzin alır.	
		Doğru çözümü seçmesi ve yetersiz açıklama yapması ya da yanlış çözümü seçmesi ve doğru açıklama yapması	0,75		
		Doğru çözümü seçmesi ve açıklama yapmaması	0,5		
		Yanlış çözümü seçmesi ve açıklama yapmaması ve yanlış açıklama yapması	0,25		
		Boş	0		
	3. madde	Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklaması	1	$24 \times \frac{1}{6} = 4$ $24 - 4 = 20$ $20 \times \frac{2}{5} = 8$ $20 - 8 = 12$ bulunur. 24 cevizin 6 parçasından 1	
		Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklamaması	0,75		
		Sadece doğru cevabı yazması	0,5		
	Problemi yanlış çözmesi	0,25			

		Boş	0	parçasını yediğine göre önce 1 parçayı bulmak için 24'ü 6'ya böleriz ve 1 parçayı 4 buluruz. Geriye kanlı bulmak için 24 cevizden yediğimiz 4 cevizi çıkardığımızda 20 ceviz buluruz. 5 parçadan 2'sini arkadaşlarına dağıttığına göre 20'yi 5'e bölerek bir parçayı 4 buluruz. 2 parça 8 ise bunları dağıtınca 20-8'den cevabı 12 buluruz.
4. madde	Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklaması		1	$\frac{1}{4}$ su ile dolu bardağı ile $\frac{4}{5}$ su ile dolu IV numaralı bardağa boşaltırsak toplamları 1'i aşan bileşik kesir olur. 1'i aştığı için taşar.
	Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklamaması		0,75	
	Sadece doğru cevabı yazması		0,5	
	Problemi yanlış çözmesi		0,25	
	Boş		0	
5. madde	Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklaması		1	Paydaları eşitlesek $\frac{1}{10}$ 'u 3 ile genişletince $\frac{3}{30}$ , $\frac{4}{15}$ 'i 2 ile genişletince $\frac{8}{30}$ buluruz. $\frac{3}{30}$ litre süt ile 1 kek yapıyorsam $\frac{8}{30} = \frac{3}{30} + \frac{3}{30} + \frac{2}{30}$ dan
	Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklamaması		0,75	
	Sadece doğru cevabı yazması		0,5	
	Problemi yanlış çözmesi		0,25	
	Boş		0	

				$1+1+\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ bulunur ya da $\frac{8}{30}$ 'da kaç tane $\frac{3}{30}$ olduğunu bulmak için bölme işlemi yapılır. $\frac{8}{30} : \frac{3}{30} = \frac{8}{30} \cdot \frac{30}{3} = \frac{8}{3}$ bulunur.
	6. madde	Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklaması	1	İki tane aynı pizza var ve her biri 8 eş parçaya ayrılırsa toplam pizza $\frac{8}{8} + \frac{8}{8} = \frac{16}{8}$ yapar. 13 parça yenilince 16 parçadan geriye 3 parça kalır. $\frac{3}{8}$ yapar.
		Problemi doğru çözmesi ve düşüncesini açıklamaması	0,75	
		Sadece doğru cevabı yazması	0,5	
		Problemi yanlış çözmesi	0,25	
		Boş	0	



