Kuramsal Eğitimbilim Dergisi, 8(4), 437-453, Ekim 2015
Journal of Theoretical Educational Science, 8(4), 437-453, October 2015
[Online]: http://www.keg.aku.edu.tr
DOI number: http://dx.doi.org/10.5578/keg.9229

Prospective Elementary Mathematics Teachers' Skills to Solve Problems Involving Multi-Solution

Sefa DÜNDAR[*] **Levent AKGÜN**[**] **Nazan GÜNDÜZ**[***]

Received: 24 October 2014 **Accepted:** 14 April 2015

ABSTRACT: The study has been carried out to evaluate the performance of prospective elementary mathematics teachers with regard to the problems with multiple solutions for different mathematical subjects. With the participation of 239 prospective teachers in the department of mathematics teaching of elementary schools, the study has been conducted in the end of the spring semester 2013-2014. As the study aims to analyze how the problem solving scores related to the problems with multiple solutions of prospective elementary mathematics teachers vary in terms of grade level, the survey model has been utilized in the study. In addition to the support from literature as data collection tool, the problems with multiple solutions formed by researchers have been used. In the end of the study, it has been concluded that there is no statistically significant difference among the scores of multiple solutions at the grade levels in verbal, algebraic and geometry problems, but there is a statistically significant difference among the grade levels in the systems of equations problems.

Keywords: Multi solution, problem solving, prospective mathematics teacher

Extended Abstract

Purpose and Significance: Whereas problem can be defined as the situations that people have desire to solve when they encounter, are lack of certain and available resolution process, but they are also defined as the situations where people try to find a solution by means their knowledge and experiences (Olkun & Toluk, 2003); problem solving, depending on the conception of problem, can be described as “to know what to do in the situations where no one knows what to do.” (Altun, 2007). With regard to mathematics education, problem solving includes two important factors, which are the development of certain strategies and rules for the subjects to be taught and, the development of the ways of thinking and general approaches that can be used to create a rule or a formula (Soylu & Soylu, 2006). Therefore, attempting different solution ways of a problem and evaluating these ways is a predicted consequence of developing problem solving skills. It is stated that mathematics teaching carried out with multiple solution methods have been discussed in several studies after it was found that most of the mathematical problems can be solved with different methods and this ability enabled people who solving these problems to gain advantages (Stigler, Gallimore, & Hiebert, 2000). Multiple Solution Activities (MSA) has been defined as a task which requires students to solve a mathematics problem in different ways or as tasks including clearly indicated requirements to solve a problem in multiple ways, and it has been indicated

[*] *Corresponding Author*: Assist. Prof. Dr., Abant Izzet Baysal University, Bolu, Turkey, sefadundar@gmail.com
[**] Assist. Prof. Dr., Ataturk University, levakgun@gmail.com
[***] Res. Assist., Canakkale Onsekiz Mart University, nazan09gunduz@gmail.com

ISSN: 1308-1659

that there are relevant advantages for students such as comprehension of the subject more thoroughly as a result of enabling students to understand all of the aspects, eliminating possible mistakes and fallacies related to a solution by using other solutions, associating multiple solutions with each other (Ainsworth, 2006). The students, who don't always utilize the same solutions of a problem and thus can find unique solutions, also improve their creativity by keeping themselves away from memorizing (Fisher, 1995). From this point of view, Kayan and Çakıroğlu (2008) advocated in their study the opinion of solving by means of more than one way in problem solving activities. The study aims to analyze the performances of prospective elementary mathematics teachers with regard to solving the problems in multiple solution activities by means of different ways.

Methods: Since the purpose is to analyze how the solution scores of prospective elementary mathematics teacher vary in the problems with multiple solutions with regard to grade level, survey model has been utilized in the study and a total of 239 prospective elementary mathematics teachers from all classes (1-2-3-4) participated in the study at the end of spring term 2013-2014. "Multiple Solution Problems" prepared by means of literature support has been utilized as data collection tool to enable prospective teachers to produce more than one solution for given problems. As a result of the information obtained from the literature scanning, 4 problems have been prepared. These problems are respectively systems of linear equations, the problems solved by using fractions and equations, those solved with algebraic equations by using algebraic and curtailed impact formulas, and those solved by using information of basic geometry. According to scoring of problems, 1 point has been given to each of the different solution ways of teacher candidates who solved problems with multiple solutions and 0 point has been given to those who provided inaccurate answer or no answer. With regard to the data obtained from the problems with multiple solutions, firstly the performances of all participants have been determined according to the problems in the test, and their points have been descriptively indicated. Furthermore, the answers of prospective teachers to problem solving test have been calculated by means of multiple solutions scores developed by researchers. Kruskal Wallis has been performed in order to determine whether the performances of the participants vary according to multiple solution points obtained from different solutions of the problems in terms of their grade levels.

Results: When the performances of prospective teachers in these problems have been evaluated, it has been found that they have been more successful in the question of system of equations compared to other questions, whereas they have been least successful in verbal problems. However, in the analysis of the averages related to geometrical and algebraic problems, it has been found that they had similar average scores and multiple solution points in both problems. In addition, it has been found that prospective teachers could develop different solution ways in the questions based on mathematical operations but they had difficulties in finding different solution ways for verbal problem.

Discussion and Conclusions: The multiple solution scores of prospective teachers obtained from multiple solution activities have been analyzed according to grade levels. It has observed that prospective elementary mathematics teachers could not find multiple solution ways for different kinds of problems in an adequate level. In particular, it has been reflected that the verbal problems in problem solving activities and multiple solutions with regard to these problems can enable prospective teachers to develop new point of views. Besides, similar problem solving activities in teacher trainings should be given importance since prospective teachers can utilize these skills.

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Çoklu Çözüm İçeren Problemleri Çözebilme Becerileri

Sefa DÜNDAR[*] **Levent AKGÜN**[**] **Nazan GÜNDÜZ**[***]

Makale Gönderme Tarihi: 24.10.2014 **Makale Kabul Tarihi:** 14.04.2015

ÖZET: Bu araştırmanın amacı farklı matematik konularında çoklu çözüm içeren problemlerde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının performanslarının incelenmesidir. Araştırma 2013-2014 bahar dönemi sonunda ilköğretim bölümü matematik öğretmenliği anabilim dalında öğrenim gören 239 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının çoklu çözümleri içeren problemlere ait problem çözüm puanlarının sınıf seviyesi açısından nasıl değiştiğinin incelenmesi amaçlandığından, araştırmada tarama modeli kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak, alan yazı desteği alınarak araştırmacılar tarafından oluşturulan çoklu çözüm problemleri kullanılmıştır. Araştırma sonunda sözel, cebirsel ve geometri problemlerinin sınıf düzeylerinde çoklu çözüm puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığı fakat denklem sistemleri probleminde sınıf düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olduğu bulunmuştur. Ayrıca öğretmen adaylarının problemlere karşın çoklu çözüm üretmede yetersiz oldukları ortaya çıkmıştır.

Anahtar sözcükler: çoklu çözüm, problem çözme, matematik öğretmen adayı.

Giriş

Ortaokul matematik öğretimi programında öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde problemi anlama, çözümü planlama, planı uygulama, çözümün doğruluğunu, geçerliliğini kontrol etme, çözümü genelleme ve benzer/özgün problem kurma süreçlerinin gözetilmesi gerekliliği vurgulanmaktadır (MEB, 2013). Problemin farklı çözüm yollarını değerlendirme, problem çözme becerilerinin geliştirilmesinin beklenen bir göstergesi olmakla birlikte, problem çözmenin bilişsel süreç olduğu Çakmak (2003) tarafından vurgulanmaktadır. Yapılan bilimsel çalışmalarda problem çözmenin matematiği öğrenmeyi kolaylaştırdığı ve matematiksel düşünmeyi desteklediği vurgulanmıştır (NCTM, 2000). Örneğin, açık uçlu problemler gibi, bütün boyutları önceden belirlenmemiş olan problemlerin çözülmesi yaratıcı matematiksel kabiliyetin ortaya çıkarılması için uygun araçlar olarak görülmektedir. Ayrıca, bazı problem çözücüler problem çözerken problemi kavramaya çalışır ve veriler içerisindeki ilişkileri araştırırken matematiksel kavramları soyutlamaya, genellemeye ve derinden düşünmeye de istekli hale gelmektedirler (Sheffield, 2009). Dolayısıyla problem çözme dil gelişimini, akıl yürütmeyi ve matematiksel düşünme gibi becerileri geliştirmek için iyi bir araçtır (Reusser ve Stebler, 1997).

Matematiksel problemlerin bazıları farklı yollarla çözülebilmekte ve bu durumda problem çözücüye avantajlar kazandırdığı bilinmektedir. Problemleri birden fazla yöntem kullanarak çözmek ve aynı problem için kullanılabilecek farklı yolların eşdeğer sonuçlara götürebileceğinin anlaşılması, matematiksel kavramlar arasındaki bağlantıların gelişmesini sağlamaktadır (Leikin, 2007). Matematik eğitimcileri, aynı

[*] *Sorumlu Yazar*: Yrd. Doç. Dr., Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu, sefadundar@gmail.com
[**] Yrd. Doç. Dr., Atatürk Üniversitesi, levakgun@gmail.com
[***] Araş. Gör., Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, nazan09gunduz@gmail.com

problem için uygulanan birden fazla yaklaşımın nasıl aynı sonuçlara ulaştıracağının arasında kurulan bağlantının, matematiksel fikirlerin ve matematiksel muhakemenin gelişmesi açısından temel öğeler olduğu konusunda fikir birliği içindedirler (NCTM, 2000). Matematik öğretiminde yapılan birçok araştırmada çoklu çözüm kullanma (Stigler, Gallimore ve Hiebert, 2000) tartışılmıştır. Bromme ve Stahl (2002) yaptıkları çalışma sonucunda çoklu çözüm kullanmanın çoklu bakış açısını sunma yollarından birisi olarak sayılabileceğini ifade etmektedirler.

Krutetskii (1976), birden fazla çözüme sahip olan problemlerin, zihinsel bir işleyişten diğerine geçiş sağlanarak bireyin matematiksel düşünmesinin incelenmesine imkân tanıdığını ifade etmiştir. Polya (1973) ise farklı yollardan problem çözmenin derin bir matematik bilgisi gerektirdiğini belirtmiştir. Farklı yollarla problemleri çözmenin matematiksel düşünceyi karakterize ettiğine, bazı çözümlerinse diğer çözümlerden daha yaratıcı, zekice, kısa, etkin olabileceğine araştırmacılar tarafından değinilmiştir (Ervynck, 1991; Leikin, 2007; Silver, 1997). Ayrıca öğrencilerin problemleri tanımaları, çoklu çözüm üretebilmeleri, akıl yürütmeleri, sonuç bulmaları ve bu sonuçları doğrulamaları yaratıcılığı besleyen durumlardandır (Sheffield, 2008).

Çoklu Çözüm Etkinlikleri (ÇÇE), öğrencinin açık biçimde bir matematik problemini farklı şekillerde çözmelerini gerektiren bir görev ya da çoklu şekilde bir problemin çözülmesi için açıkça belirtilmiş olan gereksinimleri içeren görevler olarak tanımlanmaktadır. Leikin (2007), Leikin ve Levav-Waynberg'e (2008) göre çözümler arasındaki farkların (a) matematiksel bir kavramın farklı sunumlarının kullanılması, (b) belirli bir matematiksel konu içerisindeki matematiksel kavramların farklı özelliklerinin (tanımlar, teoremler, yardımcı yapılar) kullanılması veya (c) matematiğin farklı dallarına ait olan matematiksel araçların ve teoremlerin kullanılmasında ortaya çıktığını ifade etmişlerdir. Çoklu çözüm yollarını matematik eğitiminde kullanmanın birçok avantajını Ainsworth (2006) ifade etmiştir. Ainsworth bir konunun derinlemesine kavranmasının oluşmasını, problem çözümlerinde hataların veya yanılgıların diğer çözümlerle ilişkilendirilmesi sonucunda olabileceğini belirtmiştir.

Leikin (2007) ÇÇE'leri kullanarak problem çözme performansının çeşitli yönlerini incelemek için çözüm uzayları kavramının araştırmacılar tarafından incelenmesini önermektedir. Leikin ve Lev (2007, 2013), Levav-Waynberg ve Leikin (2012) yaptıkları çalışmalarında uzman, bireysel ve kollektif çözüm uzayları ile ilgili şunları ifade etmişlerdir:

- Uzman çözüm uzayları belirli bir zamanda bilinen bir problem için en kapsamlı çözüm kümesini içermektedir. Bunlar aynı zamanda, problem için uzman matematikçilerin önerebileceği çözüm kümesi olarak da kabul edilebilir.
- Bireysel çözüm uzayları, belirli bir problem için birey tarafından üretilen çözüm yollarıdır. Bir bireyin bağımsız olarak çözümleri bulma kabiliyeti ile ilgili olarak, tam da problemi çözme anında veya diğer insanlardan yardım almaksızın biraz çaba ile ortaya koyabileceği çözümler bireysel çözüm uzaylarıdır.
- Kollektif çözüm uzayları ise bir grup birey tarafından üretilen çözümlerin bir kombinasyonudur. Kollektif çözüm uzayları genellikle belirli bir topluluk içerisinde

bulunan bireysel çözüm uzaylarından daha geniş olmakta ve bireysel çözüm uzaylarının gelişimi için ana kaynaklardan birini oluşturmaktadır. Hem bireysel hem de kolektif çözüm uzayları, uzman çözüm uzaylarının alt kümesidir.

Matematik öğretim programı, matematik öğrenmeyi etkin bir süreç olarak ele almakla birlikte öğrencilerin farklı çözüm yöntemlerini sunabilecekleri sınıf ortamlarının oluşturulması gerekliliğini vurgulamaktadır. Bu tür öğrenme ortamlarının oluşturulması için ise öğrencilere özerklik veren açık uçlu soru ve etkinliklere yer verilmesini ve öğrencilerin matematik yapmalarına fırsat tanınmasını önermektedir (MEB, 2013, s.1). Ejersbo (2003), açık uçlu problemlerin üç çeşit olduğunu ifade etmiştir. Bu tür problemlerin çoklu çözümlerle, çoklu yaklaşımlarla ya da çözen kişiye bağlı olarak farklı yorumlamalarla ilgili olduğunu belirtmiştir. Problem türleri incelendiğinde, Silver (1997) çoklu çözüm problemlerini temel olarak matematiksel yaratıcılık ile ilişkilendirmektedir.

Yaratıcı düşünen öğrencilerin yetişebilmesi için, öğrenciler ezberden uzak olmalı ki bir problemle her karşılaşmalarında aynı yol ile çözmeyi reddetmeli ve böylece alışılagelmiş çözümlerin dışına çıkarak özgün çözümler üretebilmelidirler (Fisher, 1995). Bir başka deyişle matematik dersinde birden fazla çoklu çözüm içeren problemlerle problem çözme etkinliği yapmak, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının gelişmesine katkı sağlayacaktır (Güçyeter, 2011). Kayan ve Çakıroğlu (2008) yaptıkları çalışmada problem çözme etkinliklerinde birden fazla yol kullanılması gerektiği fikrini savunmuşlardır.

Matematiksel ilişkilendirmenin gelişmesiyle ilgili olarak Leikin ve Lavev-Waynberg'in (2007) yapmış olduğu çalışmalarında farklı yollarla problem çözmenin teşvik edilmesini ve öğrencilerin çoklu çözümlerini sunmalarına izin verilmesini önermektedirler (Özgen, 2013). Ayrıca İncikabı (2013) konuların öğretiminde, çoklu çözüm yollarının öğrencilere gösterilmesinin, konunun daha derinlemesine kavranmasındaki etkililiğinin arttıracağını ifade etmiştir. Bu bağlamda çoklu çözümler içeren problem etkinliklerinin tasarlanması, geliştirilmesi ve uygulanması için öğretmene önemli görevler düşmektedir.

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çoklu çözüm etkinliklerinde yer alan problemleri farklı yollardan çözebilme performanslarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla aşağıda belirtilen problemlere cevaplar aranmıştır.

1) Sınıf seviyeleri açısından ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çoklu çözüm içeren problemlerdeki performansları nasıldır?

2) Sınıf seviyeleri açısından ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çoklu çözüm içeren problemlere ait puanlar arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

Yöntem

Bu bölümde araştırmada kullanılan desen, çalışma grubu, veri toplama aracı ve veri analizi hakkında bilgiler sunulmuştur.

Araştırmanın deseni

Bu araştırmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çoklu çözümleri içeren problemlere ait problem çözüm puanlarının sınıf seviyesi açısından nasıl değiştiğinin incelenmesi amaçlandığından, araştırmada tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modeli, Karasar (2008, s.86) tarafından "*geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımı*" olarak tanımlanmaktadır. Fraenkel, Wallen ve Huy (2012) kişilerin niteliklerini betimlemenin tarama araştırmalarının temel amacı olduğunu ifade etmişlerdir.

Çalışma grubu

Bu araştırmaya ilköğretim matematik öğretmenliği anabilim dalında öğrenim gören 1, 2, 3 ve 4. sınıf düzeyinde toplam 239 öğretmen adayı katılmıştır. Araştırma 2013-2014 öğretim yılı bahar döneminin sonunda gerçekleştirilmiştir.

Veri Toplama Aracı

Araştırmada, öğretmen adaylarının verilen problemlere yönelik birden fazla çözüm üretmelerini sağlamak için literatür desteği alınarak hazırlanan "Çoklu Çözüm Problemleri" veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Çoklu çözüm etkinlikleri matematiksel problemleri çözmek için farklı yolları kullanmayı gerektiren durumları içermektedir. Literatür taraması sonucunda (Leikin, 2006, 2007, 2009, 2013; Levav-Waynberg ve Leikin, 2009, 2012; Leikin ve Levav-Waynberg, 2008; Leikin ve Kloss, 2011) elde edilen bilgiler dâhilinde çoklu çözüm içeren dört problem hazırlanmıştır. Bu dört problem farklı matematiksel konularını içermektedir. *Soru 1:* doğrusal denklem sistemleri (Leikin ve Lev, 2013), *Soru 2:* sözel problem (Leikin ve Lev, 2013); kesirler ile denklemleri kullanarak çözülebilen, *Soru 3:* cebirsel ifade (Leikin ve Klos, 2011); indirgenmiş çarpma formüllerini kullanarak cebirsel denklemlerle çözülebilen, *Soru 4:* geometrik problem (Levav-Waynberg ve Leikin, 2009); temel geometri bilgilerini kullanarak çözülebilen bir sorudur. Uygulamada sorulan tüm problemler birden fazla çözüme sahiptir (Örnek, Bkz. Şekil 1).

Çoklu çözüm içeren problemlere ait puanlama şu şekilde yapılmıştır; çoklu çözümleri içeren problemleri çözen öğretmen adaylarına her farklı çözüm yoluna 1'er puan, yanlış çözüm veya cevap vermeyenlere ise 0 puan verilmiştir. Problemlere ilişkin alınabilecek en yüksek ve en düşük puanlar Tablo 1'de verilmiştir. Çoklu çözüm içeren problemler alan uzmanları tarafından kontrol edilmiştir. Sözel problemin anlaşılırlığı alan uzmanı tarafından kontrol edilerek gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Alan uzman desteği sonrasında farklı bir üniversitede öğrenim gören matematik öğretmenliği (ilköğretim) ikinci sınıfında öğrenim gören 15 öğretmen adayına problemler verilerek soruların anlaşılabilir olup olmadığı ortaya çıkarılmıştır.

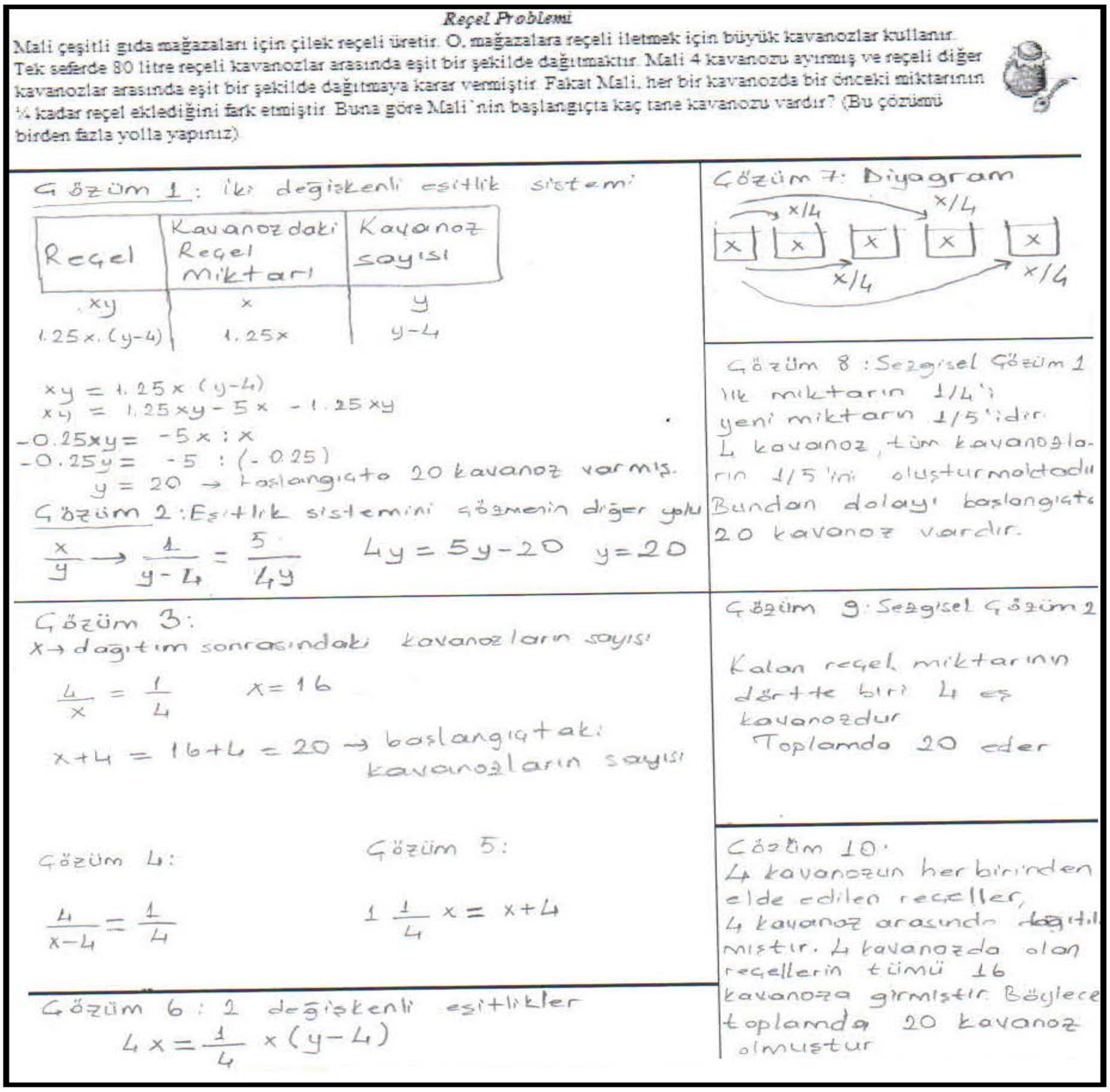
Tablo 1

Çoklu çözüm testinde yer alan problemlere ait uzman çözüm uzaylarının puan aralıkları

Soru Türleri	Yüksek	Düşük
Soru 1 - Denklem Sistemi	7	0
Soru 2 - Sözel Problem	10	0
Soru 3 - Cebirsel İfade	5	0
Soru 4 - Geometri Problemi	4	0

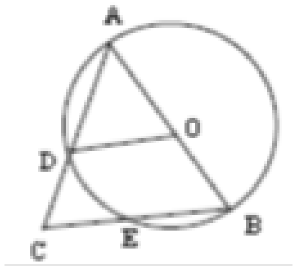
Tablo 1 incelendiğinde her bir probleme ilişkin maksimum ve minimum alınabilecek puanlar verilmiştir. Tablo 1'de yer alan sözel probleme (reçel problemi) ilişkin çoklu çözümler Şekil 1 de yer almaktadır.

Şekil 1. Sözel probleme ilişkin uzman çözüm uzayı örneği (Leikin ve Lev, 2013, s.186)



Tablo 2

Çoklu çözüm problemleri

Soru 1	$3x + 2y = 14$ $2x + 3y = 14$ Bu denklem sistemini birde fazla yolla çözünüz.
Soru 2	Hasan çeşitli gıda mağazaları için çilek reçeli üretir. O, mağazalara reçeli iletmek için büyük kavanozlar kullanır. Tek seferde 80 litre reçeli kavanozlar arasında eşit bir şekilde dağıtmaktır. Hasan 4 kavanozu ayırmış ve reçeli diğer kavanozlar arasında eşit bir şekilde dağıtmaya karar vermiştir. Fakat Hasan, her bir kavanozda bir önceki miktarının ¼ kadar reçel eklediğini fark etmiştir. Buna göre Hasan'ın başlangıçta kaç tane kavanozu vardır? (Bu çözümü birden fazla yolla yapınız).
Soru 3	$a + b = 1$, $a > b$ verilenlere göre a^2+b, b^2+a mı daha büyüktür? (Bu çözümü birden fazla yolla yapınız).
Soru 4	AB, O merkezli çemberin çapıdır. D ve E O merkezli çemberin üzerindedir ve DO//EB dir. C ise AD ve BE nin kesişim noktasıdır. CB=AB olduğunu birden fazla yolla ispat ediniz.

Uygulama ve Veri Analizi

Çoklu çözüm içeren problemlere ilişkin uygulamaya gönüllü öğretmen adayları katılmıştır. 40 dakikalık bir uygulama sonunda veriler toplanmıştır. Uygulamaya katılımcılar kod isimle katılarak cevaplarını vermişlerdir. Katılımcılardan elde edilen veriler istatistik yazılımı kullanılarak analiz edilmiştir.

Öğretmen adaylarının çoklu çözüm içeren problemlere verdikleri cevaplar için araştırmacılar tarafından geliştirilen (ÇÇP) çoklu çözüm puanları hesaplanmıştır. Çoklu çözüm puanı; öğretmen adayının probleme verdiği çoklu çözüm ile uzman çözüm uzayı arasındaki yüzdelik oranı yansıtmaktadır. Elde edilen veriler incelendiğinde veriler normal dağılım göstermediği için yapılacak istatistiklerde parametrik olmayan testler kullanılmıştır. Çoklu çözüm içeren problemlerden elde edilen veriler için öncelikle tüm katılımcıların çoklu çözüm puan ortalamaları ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Daha sonra katılımcıların problemlerden aldıkları çoklu çözüm puanları sınıf seviyelerine göre performanslarının farklılık gösterip göstermediğini belirlemek için ilişkisiz ölçümler için Kruskal Wallis H Testi yapılmıştır. Farklılık bulunduğunda da hangi sınıf düzeyleri arasında farklılık olduğunu belirlemek için ilişkisiz ölçümler için Mann Whitney U Testi kullanılmıştır. Araştırmada kullanılan çoklu çözüm puan formülü araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. Çoklu çözüm puan hesabına ilişkin bir örnek aşağıdaki şekilde açıklanmıştır.

$Ö_n$: Öğretmen adayı bireysel çözüm uzay puanı (farklı her bir çözüm 1 puan)

U_{pn}: Uzman çözüm uzay puanı (farklı her bir çözüm 1 puan)

Çoklu çözüm puanı (ÇÇP): $\frac{Ö_n}{U_{pn}} \times 100$

Örnek Puan Hesabı:

$Ö_1$: Öğretmen adaylarından herhangi birisi, $U_{p2(İkinci\ problem)}$: Sözel problem için uzman çözüm uzay puanı

$Ö_1$ öğretmen adayı sözel problem için 3 farklı çözüm üretmiş ve bu problem çözümünden alacağı 3 puandır. Sözel problem için uzman çözüm uzay puanı ise 10'dur. Dolayısıyla $Ö_1$ öğretmen adayının sözel problem için aldığı puan $\frac{Ö_1}{U_{p2}} \times 100 = \frac{3}{10} \times 100 = 30$*'dur.*

Bulgular

Bu bölümde araştırmanın alt problemleri dikkate alınarak araştırma süresince toplanan verilerden elde edilen bulgular uygun istatistik teknikler kullanılarak analiz edilmiş, bulgular tablo haline getirilerek açıklanmıştır.

Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu alt problemi test etmek için önce her bir sınıf seviyesine göre öğretmen adaylarının çoklu çözüm içeren sorudan aldıkları her bir soru için çoklu çözüm puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanmıştır (Bkz. Tablo 3).

Tablo 3

Sınıf seviyelerine göre öğretmen adaylarının çoklu çözüm içeren sorulara ait çoklu çözüm puan performansları

Soru türleri	Sınıf Seviyeleri	Çoklu Çözüm Puan (ÇÇP) Durumu		
		n	$\bar{X}$	*ss*
Denklem Sistemleri Problemi	1	64	23.43	10.29
	2	61	28.10	9.02
	3	58	25.12	8.99
	4	56	24.23	9.01
Sözel Problem	1	64	3.43	4.78
	2	61	3.27	5.07
	3	58	3.44	4.79
	4	56	3.57	4.83
Cebirsel İfade Problemi	1	64	13.75	11.75
	2	61	12.13	13.30
	3	58	13.79	15.08
	4	56	11.78	16.52
Geometri Problemi	1	64	17.57	14.55
	2	61	14.75	12.39
	3	58	15.08	12.33
	4	56	14.73	12.41

Tablo 3 incelendiğinde, denklem sorusuna ilişkin en yüksek çoklu çözüm puan ortalamasının 28,10 ile ikinci sınıf öğretmen adaylarına ve en düşük puan ortalamasına ise 24,23 ile dördüncü sınıf öğretmen adaylarına ait olduğu bulunmuştur. Sözel probleme ilişkin en yüksek ortalamanın dördüncü sınıf öğretmen adaylarına ve en düşük ortalamanın ikinci sınıf öğretmen adaylarına ait olduğu ortaya çıkmıştır. Cebirsel soruya karşın en yüksek ortalama puanın üçüncü sınıf öğretmen adaylarında ve en düşük ortalamanın ise dördüncü sınıf öğretmen adaylarında olduğu görülmüştür. Geometri sorusuna ilişkin en yüksek ortalamanın birinci sınıf öğretmen adaylarına ve en düşük ortalamanın ise dördüncü sınıf öğretmen adaylarına ait olduğu bulunmuştur.

İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Snıf seviyelerine göre öğretmen adaylarının çoklu çözüm içeren sorulardan aldıkları çoklu çözüm puanları arasında anlamlı fark olup olmadığı ilişkisiz ölçümler için Kruskal Wallis ile test edilmiştir (Bkz. Tablo 4).

Tablo 4

Öğretmen adaylarının çoklu çözüm içeren sorulara ait çoklu çözüm puanlarının sınıf seviyelerine göre ilişkisiz ölçümler için Kruskal Wallis testi sonuçları

Soru Türleri	Sınıf Seviyesi	*n*	*Sıra Ort.*	*Sd*	X^2	*p*	Anlamlı Farklılıklar
Denklem Sistemleri Problemi	1	64	107.03	3	10.014	.018	1-2, 2-3, 2-4
	2	61	140.36				
	3	58	118.28				
	4	56	114.43				
Sözel Problem	1	64	120.41	3	0.223	.974	-
	2	61	117.23				
	3	58	120.53				
	4	56	122.00				
Cebirsel İfade Problemi	1	64	127.50	3	2.314	.510	-
	2	61	117.60				
	3	58	123.05				
	4	56	110.88				
Geometri Problemi	1	64	127.30	3	1.358	.715	-
	2	61	116.84				
	3	58	118.41				
	4	56	116.74				

Tablo 4 incelendiğinde, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sadece denklem sistemleri içeren probleme ait performanslarının sınıf seviyesi açısından anlamlı şekilde farklılaştığı anlaşılmaktadır ($X^2_{(3\text{-}239)}$ =10.014; $p< .05$). Sınıf seviyeleri arasında beliren bu farkın kaynağını belirlemek üzere sınıf düzeyleri arasında ikişer ikişer Mann Whitney U testi kullanılmıştır. Tablo 4'e göre çoklu çözüm içeren denklem sistemleri probleminde öğretmen adaylarının performansları açısından 2. sınıf öğretmen adayları ile 1, 3 ve 4. sınıf seviyesindeki öğretmen adayları arasında (U=1428.50, $p<.01$; U=1428.00, $p<.05$; U=1330.50, $p<.05$) anlamlı farklılık olduğu bulunmuştur.

Sonuç ve Tartışma

Bu araştırma öğretmen adaylarının çoklu çözüm içeren problem çözme etkinliklerindeki performanslarının incelenmesini içermektedir. Çoklu çözüm etkinlikleri, matematiksel bilginin ilişkilendirilmesi ve çoklu bakış açısının sunulmasının yollarından birisi olarak uygulanmaktadır (İncikabı, 2103). Ayrıca farklı yollarla problemleri çözmenin matematiksel düşünceyi karakterize ettiği araştırmacılar tarafından vurgulanmıştır (Ervynck, 1991; Silver, 1997). Bu araştırmada öğretmen adaylarına farklı konulardan seçilen çoklu çözüm içeren dört problem sorulmuştur. Öğretmen adaylarının bu problemlerdeki performansları incelendiğinde denklem sistemi sorusunda diğer problemlere göre daha başarılı oldukları bulunmuştur. Öğretmen adaylarının en düşük başarı gösterdikleri problem türü sözel problem olmuştur. Bu başarı ya da başarısızlık öğretmen adaylarının problemlere ait verdikleri çoklu çözümlere aittir. Fakat geometri ve cebirsel içerikli problemlere ilişkin çoklu çözüm puan ortalamaları incelendiğinde her iki problemde birbirlerine yakın çoklu çözüm puanı aldıkları ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının sözel problemlerde başarısız olmaları Artut ve Tarım (2006), Işık ve Kar (2006) tarafından yapılan çalışmaların bulgularıyla örtüşmektedir. Ayrıca, öğretmen adaylarının işlemsel ağırlıklı sorularda farklı çözüm yolları geliştirebildikleri fakat sözel problemde farklı çözüm yolları geliştirmelerinde sıkıntı yaşadıkları ortaya çıkmıştır.

Öğretmen adaylarının çoklu çözüm etkinliklerinden elde edilen çoklu çözüm puanları sınıf seviyelerine göre incelenmiştir. Sınıf seviyeleri arasında çoklu çözüm puanlarının farklılık olduğu soru türü denklem sistemleri sorusudur. Denklem sistemlerini içeren soruda ikinci sınıf öğretmen adaylarının diğer sınıf seviyelerindeki öğretmen adaylarına göre daha fazla çözüm üretebildikleri ortaya çıkmıştır. Bunun nedeni öğrenim gördükleri ders durumuna bağlanabilir. Benzer bir durum geometri problemi içinde geçerli olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının öğrenim gördükleri derslerin durumuna göre çoklu çözüm üretebildikleri bu çalışmayla ortaya çıkmıştır. Üçüncü ve dördüncü sınıfların aynı dersleri görmelerine rağmen daha az çözüm üretmeleri bilgi unutkanlığına bağlanabilir. Ayrıca dördüncü sınıf düzeyindeki öğretmen adaylarının KPSS gibi sınavların oluşturduğu kaygı ve motivasyon durumlarından dolayı çoklu çözüm üretemedikleri düşünülmektedir.

Fisher (1995) çoklu çözüm etkinliklerinde öğrencilerin problemle karşılaştıklarında aynı yol ile çözmeyi reddetmeleri ve alışılagelmiş çözümlerin dışına çıkarak özgün çözümler üretebilmeleri gerekliliğini ifade etmiştir. Çünkü bu tarz bir etkinliğin yapılması onların matematiksel yaratıcılıklarının gelişmesine de yardımcı olacaktır (Güçyeter, 2011). Bu bağlamda öğretmen adaylarının öğretmen eğitimi programlarında çoklu çözüm etkinliklerine yer verilmesi gerekliliği bu çalışma sonucunda ortaya çıkmıştır.

Bu çalışmanın bulguları incelendiğinde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının farklı tipteki problemlere yeterli düzeyde çoklu çözüm yolları geliştiremedikleri bulunmuştur. Ball (1990) ilkokul ve ortaokul matematik öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada da öğretmen adaylarının çoklu yoldan çözüm üretmelerinin kötü olduğunu ifade etmiştir. Bu bağlamda öğretmen eğitimi sürecinde öğrencilere bakış açıları kazandırmak amacıyla kendilerinin problemlerde çoklu çözüm üretebilme becerilerini kazanması gerektiği düşünülmektedir. Özellikle problem çözme etkinliklerinde sözel problemlere yer verilmesinin ve bu problemlere ait çözümlerin birden fazla olmasının öğretmen adaylarına bakış açıları kazandıracağı düşünülmektedir. Ayrıca öğretmen eğitimlerinde bu tarz yapılan problem çözme etkinlikleri, öğretmen adaylarının mesleki yaşamlarında bu becerileri kullanabileceğinden dolayı önemsenmelidir. Alan dersleri ve alan eğitimi derslerinde yapılacak etkinliklerde çoklu çözüm problemlerine yer verilmesi gerekliliği önerilmektedir. Ayrıca bu çalışmaya benzer olarak öğretmen adaylarının matematik öğretim programındaki öğrenme alanları dikkate alınarak çoklu çözüm içeren problem testleri hazırlanmalı ve öğrencilerin veya öğretmen adaylarının performansları incelenmelidir. Buna bağlı olarak ders kitaplarında yer alan problem çözümleri çoklu çözüm içerme durumlarına göre değerlendirilmelidir.

Kaynakça

Ainsworth, S. (2006). Deft: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, *16*, 183-198.

Altun, M. (2007). E*ğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Alfa Akademi

Artut, P. D., & Tarım, K. (2006). Öğretmen adaylarının rutin olmayan sözel problemleri çözme süreçlerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *XXII*(1), 53-70.

Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(2), 132-144.

Bromme, R., & Stahl E. (2002). Learning by producing hypertext from reader perspectives: cognitive flexibility theory reconsidered. In R. Bromme and E. Stahl (Eds.), *Writing Hypertext and Learning*: *Conceptual And Empirical Approaches*. Amsterdam: Pergamon.

Çakmak, M. (2003). Matematik Derslerinde Problem Çözme Yaklaşımının Değerlendirilmesi. <www.matder.org>.

Ejersbo, L. R. (2003). What was the question? In Rehlich, H. & Zimmermann, B. (eds.), *Problem Solving in Mathematics Education*, Berlin: Verlag Franzbecker.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 42–53). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Huy, H. H. (2011). *How to Design and Evaluate Research in Education (Eighth Edition)*. Mc Graw Hill Companies: New York.

Fisher, R. (1995). *Teaching Children to Think*. London: Stanley Tornes.

Güçyeter, Ş. (2011). DISCOVER Problem Matrisinin Revize Edilmesi ve Psikometrik Özelliklerinin İncelenmesi. *Türk Üstün Zekâ ve Eğitim Dergisi*, *1*(1), 104-131.

Işık, C. & Kar, T. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kurdukları problemlerde hata analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *12*(3), 2289-2309

İncikabı, L. (2013). İlköğretim matematik öğretmenliği programı öğrencilerinin mantıksal argümanları kanıtlama yöntemlerinin incelenmesi, *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *12*, 129-148

Karasar, N. (2008). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Nobel Yayınları.

Kayan, F. & Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *35*, 218-226.

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in school children, J. Teller, Trans., J. Kilpatrick & I. Wirszup (Eds.), Chicago: The University of Chicago Press.

Leikin, R. (2006). About four types of mathematical connections and solving problems in different ways. *Aleh - The (Israeli) Senior School Mathematics Journal*, *36*, 8–14.

Leikin, R. (2007). *Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks.* Proceedings of the Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. University of Cyprus, Larnaca, Cyprus.

Leikin, R. (2009). *Multiple proof tasks: Teacher practice and teacher education*. In the Proceedings of ICMI Study-19: Proofs and proving. National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan.

Leikin, R. (2011). Multiple Solution Tasks: From a Teacher Education Course to Teacher Practice. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *43*(6-7), 993-1006. DOI: 10.1007/s11858-011-0342-5

Leikin, R. (2013). Evaluating mathematical creativity: The interplay between multiplicity and insight, *Psychological Test and Assessment Modeling*, *55*(4) 385-400.

Leikin, R. & Kloss, Y. (2011). *Mathematical creativity of 8th and 10th grade students*. Seventh Conference of the European Society for Research in Mathematics Education - CERME-7. University of Rzeszów, Poland.

Leikin, R. & Lev, M. (2007). *Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity*. 31st International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.

Leikin, R. & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference?, *ZDM Mathematics Education*, *45*, 183–197,. DOI 10.1007/s11858-012-0460-8

Leikin, R. & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring Mathematics Teacher Knowledge to Explain the Gap between Theory-Based Recommendations and School Practice in the Use of Connecting Tasks. *Educational Studies in Mathematics*, *66*(3), 349-371. DOI: 10.1007/s10649-006-9071-z

Leikin, R. & Levav-Waynberg, A. (2008). Solution spaces of multiple-solution connecting tasks as a mirror of the development of mathematics teachers' knowledge. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *8*(3), 233-251.

Levav-Waynberg, A. & Leikin, R. (2012). Using multiple solution tasks for the evaluation of students' problem-solving performance in geometry. Canadian *Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *12*(4), 311-333.

Levav-Waynberg, A. & Leikin, R. (2009). *Multiple solutions for a problem: A tool for evaluation of mathematical thinking in geometry*, Sixth Conference of European Research in Mathematics Education. Lyon: Institut National de Recherche Pe´dagogique

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) Öğretim Programı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

NCTM (2000). *Principles and Standards For School Mathematics*. Reston VA: NCTM.

Olkun, S. & Toluk Z. (2003). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, Ankara: Anı Yayıncılık

Özgen, K. (2013). Problem çözme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: öğretmen adayları örneği, E *NWSA-Education Sciences*, *8*(3), 323-345.

Polya, G. (1973). *How to Solve It? A New Aspect of Mathematical Method*. New Jersey: Princeton University Press.

Reusser, K. & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: The social rationality of mathematical modeling in school. *Learning and Instruction*, *7*(4), 309–327.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, *3*, 75–80.

Sheffield, L. J. (2008). *Promoting Creativity For All Students in Mathematics Education: An Overview*. The 11th International Congress on Mathematical Education. Monterrey, Mexico.

Sheffield, L. J. (2009). *Developing mathematical creativity questions may be the answer*. Creativity in mathematics and the education of gifted students. Rotterdam: Sense Publishers.

Soylu, Y. & Soylu, C. (2006). Matematik Dersinde Başarıya Giden Yolda Problem Çözmenin Rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *7*(11), 97-111.

Stigler, J.W., Gallimore, R., & Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures: Examples and lessons from the TIMSS video studies. *Educational Psychologist*, *35*, 87–100.