

**GNSS/NİVELMAN VERİSİ İLE YEREL  
JEOİD PROFİLİNİN FARKLI ENTERPOLASYON  
YÖNTEMLERİYLE ÇIKARILMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mehmet SOLMAZ

Danışman

Doç. Dr. Mevlüt GÜLLÜ

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ

Mayıs 2019

**AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**GNSS/NİVELMAN VERİSİ İLE YEREL JEOİD PROFİLİNİN**  
**FARKLI ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİYLE ÇIKARILMASI**

**Mehmet SOLMAZ**

**Danışman**  
**Doç. Dr. Mevlüt GÜLLÜ**

**HARİTA MÜHENDİSLİĞİ**

**Mayıs 2019**

## TEZ ONAY SAYFASI

Mehmet SOLMAZ tarafından hazırlanan “GNSS/NİVELMAN VERİSİ İLE YEREL JEOİD PROFİLİNİN FARKLI ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİYLE ÇIKARILMASI” adlı tez çalışması lisansüstü eğitim ve öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca 03/05/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **oy birliği** ile Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Harita Mühendisliği Anabilim Dalı**’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman** : Doç. Dr. Mevlüt GÜLLÜ  
**İmza**  
**Başkan** : Prof. Dr. Bayram TURGUT  
Afyon Kocatepe Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi  
**Üye** : Doç. Dr. Serkan DOĞANALP  
Konya Teknik Üniversitesi  
Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi  
**Üye** : Doç. Dr. Mevlüt GÜLLÜ  
Afyon Kocatepe Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi



Afyon Kocatepe Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun  
...../...../..... tarih ve  
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

.....  
.....  
Prof. Dr. İbrahim EROL  
Enstitü Müdürü

**BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI**  
**Afyon Kocatepe Üniversitesi**

**Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;**

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

**beyan ederim.**

03.05.2019  
  
Mehmet SOLMAZ

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

GNSS/Nivelman Verisi ile Yerel Jeoid Profilinin Farklı Enterpolasyon Yöntemleriyle Çıkarılması

Mehmet SOLMAZ

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

**Danışman:** Doç. Dr. Mevlüt GÜLLÜ

Jeoid belirleme, yeryüzünde yatay konumu belirli bir noktanın jeoid yüksekliğinin dijital ya da analog olarak üretilmesine imkân verecek şekilde verilerin tasarlanıp modellendirilmesidir. Jeoid modelleri yerel, bölgesel, ulusal veya küresel alanlar için geliştirilip üretilebilir. Jeoid belirleme metotları, modelde kullanılacak olan veri ve üretilecek üç boyutlu modellere göre tasnif edilebilir.

Bu tez çalışması DSİ Ilısu Projesi Bölge Müdürlüğü kontrollüğünde yapımı devam eden Ilısu Barajı ve HES Projesi baraj rezervuarının kapsadığı alanlar dikkate alınarak yapılan jeodezik ağ çalışması verilerinin Diyarbakır-Batman kısmı kullanılarak hazırlanmıştır. Yaklaşık 35 km olan çalışma hattı Diyarbakır İli Bismil İlçesi sınırlarından başlayarak Batman havalimanı ve Batman çayı kesişme noktasında sonlandırılmıştır. Çalışmada 31 adet nokta tesis edilmiştir. Noktalar arasındaki jeoid ondülasyonlarını belirlemek için GPS oturumları ve geometrik nivelman yapılmıştır.

Çalışma sonucunda güzergâh boyunca jeoid yüksekliği ortalaması 23.02 m olarak elde edilmiştir. Jeoid ondülasyonunun arazi topografyasına uygun değiştiği gözlenmiştir. Diğer yandan Surfer 13 yazılımı yardımıyla farklı enterpolasyon yöntemleri denenerek üç boyutlu perspektif görüntüler üretilmiş; enterpolasyon yöntemleri kendi aralarında karşılaştırılmıştır.

**2019, xii + 102 sayfa**

**Anahtar Kelimeler:** Jeoid Yüksekliği, Jeoid, Elipsoid, Elipsoidal Yükseklik,

Ortometrik Yükseklik

## **ABSTRACT**

M.Sc. Thesis

Determination of Local Geoid Profile Using GNSS/Levelling Data by Different Interpolation Methods

Mehmet SOLMAZ

Afyon Kocatepe University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Map Engineering

**Supervisor:** Assoc. Prof. Mevlüt GÜLLÜ

Geoid determination is the design and modeling of data in a way that allows the geoid height of a certain point on the earth to be produced digitally or analogously. Geoid models can be developed and produced for local, regional, national or global areas. Geoid determination methods can be classified according to data to be used in the model and three dimensional models to be produced.

This thesis was prepared by using the Diyarbakir-Batman section of the geodetic network study data, taking into account the areas covered by the Ilisu Dam and HEPP Project dam reservoir under construction under the supervision of DSI Ilisu Project Regional Directorate. The operation line, which is approximately 35 km, was terminated at the intersection point of Batman Airport and Batman Stream, starting from the borders of Bismil District of Diyarbakir Province. 31 points were established in the study. GPS sessions and geometric leveling were done to determine the geoid corrections between the points. As a result of the study, the mean geoid height along the route was 23.02 m. It has been observed that geoid corrections change according to terrain topography. On the other hand, three-dimensional perspective images were produced by trying different interpolation methods with the help of Surfer 13 software; interpolation methods are compared among themselves.

**2019, xii + 102 pages**

**Keywords:** Geoid Height, Geoid, Ellipsoid, Ellipsoidal Height, Orthometric Height

## TEŞEKKÜR

Bu araştırmanın konusu, deneysel alışmaların ynlendirilmesi, sonuçların değerlendirilmesi ve yazımı aşamasında yapmış olduğu büyük katkılarında dolayı tez danışmanım Sayın Do. Dr. Mevlüt GLL, araştırma ve yazım sresince yardımlarını esirgemeyen DSİ Ilısu Projesi 16. Bölge Müdürü Sayın Ali Naci KSALI ve DSİ Ilısu Projesi Barajlar ve HES Őube Müdürü Sayın Cihan AKSOY'a, her konuda öneri ve eleştirileriyle yardımlarını gördüğüm hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Bu araştırma boyunca maddi ve manevi desteklerinden dolayı arkadaşım Hediye AVCI ve aileme teşekkür ederim.

Mehmet SOLMAZ  
AFYONKARAHİSAR, 2019

## İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZET .....	i
TEŞEKKÜR .....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ .....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
RESİMLER DİZİNİ .....	xi
1.GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR BİLGİLERİ .....	3
2.1 Jeodezik Yükseklikler .....	3
2.1.1 Jeopotansiyel Yükseklik .....	3
2.1.2 Dinamik Yükseklik .....	4
2.1.3 Ortometrik Yükseklikler .....	5
2.1.4 Normal Yükseklikler.....	7
2.1.5 Elipsoidal Yükseklikler.....	8
2.2 Yükseklikler Arasındaki İlişkiler ve Jeoid Yükseklikleri .....	9
2.3 Jeoid Belirleme.....	11
2.3.1 Astrojeodezik Yöntemle Jeoid Belirleme .....	13
2.3.2 Gravimetrik Yöntemle Jeoid Belirleme .....	15
2.3.2.1 Stokes İntegrali ile Jeoid Belirleme.....	15
2.3.2.2 Hızlı Fourier Dönüşümü ile Jeoid Belirleme.....	17
2.3.3 Jeopotansiyel Katsayılarından Jeoid Belirleme .....	19
2.3.3.1 Global Jeopotansiyel Modeller .....	21
2.3.4 Kombine Yöntemler .....	25
2.3.4.1 Astrogravimetrik Nivelman Yöntemi ile Jeoid Belirleme.....	25
2.3.4.2 GPS/Nivelman Yöntemi ile Jeoid Belirleme.....	27
2.3.4.3 Kaldır-Hesapla-Yerine Koy Yöntemi ile Jeoid Belirleme .....	28
2.4 Jeoid Yükseklikleri İçin Enterpolasyon Yöntemleri .....	31
2.4.1 Ağırlıklı Ortalama Yöntemi.....	33
2.4.2 Kriging Yöntemi .....	34
2.4.2.1. Deneysel Variogram .....	36
2.4.2.2 Teorik Variogram .....	42
2.4.3 Multiküadratik Enterpolasyon Yöntemi .....	44



2.4.4 En Küçük (Minimum) Eğrilik Yöntemi.....	46
2.4.5 En Yakın Komşuluk Yöntemi.....	48
2.4.6 Doğal Komşuluk Yöntemi .....	48
2.4.7 Lineer Enterpolasyon İle Üçgenleme .....	51
2.4.8 Uzunluk (Radyal) Temelli Fonksiyonlar Yöntemi .....	52
2.4.9 Lokal Polinomlar Yöntemi .....	55
2.4.10 Modified Shepard's Yöntemi.....	58
3. MATERİYAL ve METOT .....	61
3.1 Uygulama Ağı .....	61
3.2 Saha Ölçmeleri .....	63
3.2.1 GPS Ölçmeleri .....	63
3.2.2 Geometrik Nivelman.....	64
3.3 Kullanılan Yazılımlar .....	65
3.3.1 Surfer 13 Yazılımı .....	65
3.3.2 Netcad 5.1 Yazılımı .....	66
3.4 Sayısal Uygulama.....	66
3.5 Jeoid Ondülasyonları.....	67
4. UYGULAMA VE BULGULAR.....	71
4.1 Enterpolasyon Yöntemlerinin Belirlenmesi .....	71
4.2 Enterpolasyon Yöntemlerinin Analizi.....	71
4.3 Enterpolasyon Yöntemlerinin Ayrı Ayrı Değerlendirilmesi.....	75
4.3.1 Ağırlıklı ortalama metodu ile enterpolasyon .....	75
4.3.2 Kriging Metodu ile Enterpolasyon .....	77
4.3.3 En küçük Eğrilik Metodu ile Enterpolasyon.....	78
4.3.4 En Yakın Komşuluk Yöntemi ile Enterpolasyon .....	80
4.3.5 Doğal Komşuluk Yöntemi ile Enterpolasyon .....	82
4.3.6 Lineer Enterpolasyon ile Üçgenleme Metodu .....	84
4.3.7 Modified Shepard's Yöntemi ile Enterpolasyon .....	85
4.3.8 Uzunluk (Radyal) Temelli Fonksiyonlar Yöntemi ile Enterpolasyon .....	87
4.3.9 Lokal Polinomlar Metodu ile Enterpolasyon.....	88
4.4 Enterpolasyon Sonuçlarının Değerlendirmesi.....	90
5. SONUÇ VE ÖNERİLER .....	93
6. KAYNAKLAR.....	95
ÖZGEÇMİŞ.....	102

## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

### Simgeler

---

a	Elipsoidin büyük yarı eksen
b	Elipsoidin küçük yarı eksen
$C_A$	A noktasının jeopotansiyel yüksekliği (Jeopotansiyel sayı)
F	Fourier dönüşümü
g	Gerçek gravite
G	Newton'un çekim sabiti
GM	Jeosentrik çekim sabiti
$\psi$	Veri noktası ile ölçü noktası arasındaki küresel uzaklık
$H^{din}$	Dinamik yükseklik
H	Ortometrik yükseklik
$H^*$	Normal yükseklik
h	Elipsoidal yükseklik
N	Jeoid ondülasyonu (yüksekliği)
$N_{GM}$	Jeoid yüksekliğinin, herhangi bir jeopotansiyel modelden elde edilen uzun dalga boyu parçası
$N\Delta g$	Jeoid yüksekliğinin, indirgenmiş anomalilerinin Stokes integralinde kullanılmasıyla elde edilen orta dalga boyu parçası
$N_T$	Jeoid yüksekliğinin, topografik yüksekliklerden elde edilen kısa dalga boyu parçası
R	Yerin ortalama yarıçapı
$S(\psi)$	Stokes veya Kernel fonksiyonu
T	Bozucu potansiyel
U	Normal (standart) gravite potansiyeli
V	Çekim potansiyeli
W	Gerçek gravite potansiyeli
$W_0$	Jeoidin potansiyeli
x,y	2 boyutlu kartezyen koordinatlar
$\gamma$	Normal (standart) gravite
$\bar{\gamma}$	Ortalama normal gravite
$\bar{g}$	Ortalama gravite
$\xi$	Yükseklik anomalisi
$\Phi, \Lambda$	Astronomik enlem ve boylam
$\varphi, \lambda$	Jeodezik enlem ve boylam

### Kısaltmalar

---

1-DFFT	Bir boyutlu hızlı Fourier dönüşümü
1-DFFT	Bir boyutlu hızlı Fourier dönüşümü
BLUP	En iyi lineer yansız kestirici (Best Linear Unbiased Predictor)
BLUE	En iyi lineer yansız tahminci (Best Linear Unbiased Estimator)
CHAMP	Challenging Minisatellite Payload
CSR	Uzay Araştırma Merkezi
DLR	Alman Uzay Araştırmaları Merkezi
DMA	ABD Harita Dairesi
GFZ	Almanya Eğitim ve Araştırma Bakanlığı

---

## Kısaltmalar (Devam)

---

GOCE	The Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer
GPS	Global Positioning System
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
IDW	Ters Mesafe Ağırlıklı
KOH	Karesel Ortalama Hata
RTK	Gerçek Zamanlı Kinematik Konum Belirleme
WGS72	World Geodetic System 1972
WGS84	World Geodetic System 1984

---

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1. 1 Jeoid (İnt. Kyn. 1).....	1
Şekil 2. 1 Jeopotansiyel Yükseklikler (Heiskanen and Moritz 1967).....	3
Şekil 2. 2 Ortometrik yükseklik (Heiskanen and Moritz 1967).....	5
Şekil 2. 3 Elipsoidal yükseklik (Yiğit 2003).....	8
Şekil 2. 4 Elipsoidal yükseklik ile ortometrik yükseklik arasındaki ilişki .....	10
Şekil 2. 5 Elipsoidal yükseklik ile normal yükseklik arasındaki ilişki (Torge 1980). .....	10
Şekil 2. 6 Referans yüzeyleri ve yükseklik sistemleri (Torge 1980). .....	11
Şekil 2. 7 Seviye yüzeyleri ve çekül eğrileri (Heiskanen and Moritz 1967).....	12
Şekil 2. 8 Jeoid ondülasyonu ile çekül sapması arasındaki ilişki (Heiskanen and Moritz 1967) 14	
Şekil 2. 9 a) Champ uydusunun önden görünümü b) Champ uydusunun arkadan görünümü (Reiber <i>et. al</i> 2001).....	23
Şekil 2. 10 Grace Uyduları (İnt. Kyn. 2).....	29
Şekil 2. 11 GOCE uydusu ( İnt. Kyn. 3).....	29
Şekil 2. 12 Jeoid belirlemeye farklı veri türlerinin katkıları (Sideris 1994).....	29
Şekil 2. 13 An-izotropinin belirlenmesinde kullanılan elips.....	38
Şekil 2. 14 Yarıvariogram bileşenleri (Başkan 2004).....	43
Şekil 2. 15 Delunay üçgenleri.....	49
Şekil 2. 16 Voronoi diyagramı.....	50
Şekil 2. 17 Doğal komşu koordinatları .....	50
Şekil 2. 18 Üçgende lokal barisentrik koordinatlar.....	51
Şekil 3. 1 Türkiye Jeoidi-2003 (TG03) (m) .....	61
Şekil 3. 2 Uygulama güzergahı .....	62
Şekil 3. 3 Uygulama güzergahı Google Earth görüntüsü.....	62
Şekil 3. 4 Elipsoidal ve Ortometrik yükseklikler .....	69
Şekil 3. 5 Jeoid Profili.....	69
Şekil 4. 1 Perspektif Görüntüler 1.....	72
Şekil 4. 2 Perspektif Görüntüler 2.....	73
Şekil 4. 3 Perspektif Görüntüler 3.....	74

<b>Şekil 4. 4</b> Ağırlıklı ortalama yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü .....	77
<b>Şekil 4. 5</b> Kriging yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü .....	78
<b>Şekil 4. 6</b> En küçük eğrilik yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü .....	80
<b>Şekil 4. 7</b> En yakın komşuluk yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü.....	82
<b>Şekil 4. 8</b> Doğal komşuluk yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü .....	84
<b>Şekil 4. 9</b> Lineer enterpolasyon yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü.....	85
<b>Şekil 4. 10</b> Modified Shepard's yöntemiyle elde edilen perspektif görüntü.....	86
<b>Şekil 4. 11</b> Uzunluk (Radyal) temelli fonksiyonlar yöntemiyle elde edilen perspektif görüntü. 88	
<b>Şekil 4. 12</b> Lokal polinomlar yöntemiyle elde edilen perspektif görüntü.....	90
<b>Şekil 4. 13</b> En yakın Komşuluk Yöntemi ile elde edilen çakışma artıklarının saçılım grafiği ...	92

## ÇİZELGELER DİZİNİ

### Sayfa

Çizelge 3. 1 Test ağındaki noktaların koordinatları .....	66
Çizelge 3. 2 Noktalara ait jeoid ondülasyon değerleri .....	68
Çizelge 3. 3 Yükseklik değişimlerine ilişkin değerler .....	70
Çizelge 4. 1 Çakışma artıklarının enterpolasyon yöntemlerine göre karşılaştırması .....	74
Çizelge 4. 2 Ağırlıklı ortalama yöntemiyle elde edilen sonuçlar .....	76
Çizelge 4. 3 Kriging yöntemi ile elde edilen sonuçlar .....	77
Çizelge 4. 4 En küçük eğrilik yöntemiyle elde edilen sonuçlar .....	79
Çizelge 4. 5 En yakın komşuluk yöntemiyle elde edilen sonuçlar .....	81
Çizelge 4. 6 Doğal komşuluk yöntemiyle elde edilen sonuçlar .....	83
Çizelge 4. 7 Lineer enterpolasyon yöntemiyle elde edilen sonuçlar .....	84
Çizelge 4. 8 Modified Shepard's yöntemiyle elde edilen sonuçlar .....	84
Çizelge 4. 9 Uzunluk (Radyal) temelli fonksiyonlar yöntemiyle elde edilen sonuçlar .....	87
Çizelge 4. 10 Lokal polinomlar yöntemiyle elde edilen sonuçlar .....	89
Çizelge 4. 11 Enterpolasyon sonuçlarının değerlendirilmesi .....	91

## RESİMLER DİZİNİ

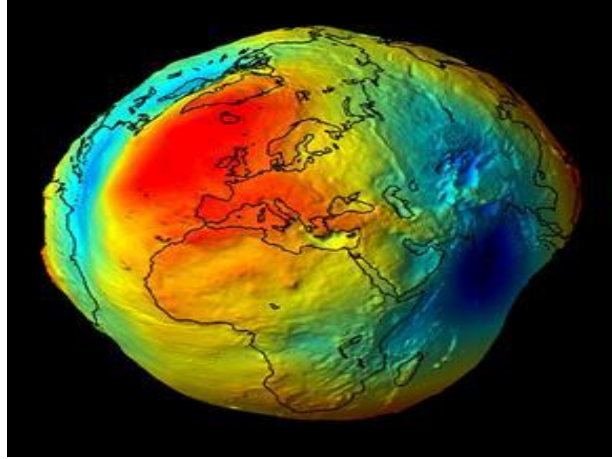
**Sayfa**

<b>Resim 3. 1</b> GPS Ölçmelerinden Görüntü.....	63
<b>Resim 3. 2</b> Nivelman Ölçmelerinden Görüntü .....	64

## GİRİŞ

Geçmişten günümüze bilimin gelişme süreci boyunca önemi giderek artan bilim dalı olan jeodezi; yerkürenin şekil, boyut, gravite alanı ve zamansal değişimlerinin üç boyutlu bir uzay koordinat sisteminde açıklanmasını ve tanımlanmasını amaçlayan ve sürekli gelişen bir bilim dalıdır. Jeodezide temel problemlerin çözümü için yeryüzünün şeklinin ve parametrelerinin bilinmesine gereksinim duyulur.

Jeoid, durgun okyanus yüzeyi ile özdeş olan ve karaların altında da devam eden eşpotansiyelli bir yüzeydir (Şekil 1.1). Bu yüzey, asıl gravite alanının eş potansiyelli yüzeylerinden hususi olarak bir tanesine denk gelmektedir ve sahip olduğu potansiyel değeri ile tanımlıdır (Yılmaz 2011).



Şekil 1.1 Jeoid (İnt. Kyn. 1).

Jeoid, yüksekliklerin yükseltisi sıfır olarak kabul gören bir başlangıç yüzeyidir ve yerin esas şekline verilen bir isimdir. Jeoid, bilimsel olarak matematiksel manada gösterimi imkânsız sayılmaktadır. Fakat fiziksel anlamda seçilip gösterilebildiğinden dolayı jeodezinin kabul ettiği temel yüzeyidir. Ayrıca üzerinde matematiksel işlemler yapılamadığından, bu yüzey bir hesap yüzeyi olarak kullanılamamaktadır.

Günümüze gelene kadar yapılan tüm jeoid çalışmalarında gravimetrik metod, astrojeodezik metod ve jeopotansiyel modeller metodundan faydalanılmıştır. Fakat



uydu ölçme tekniklerinin, bilhassa GPS, bilgisayar ve uydu teknolojilerinin gelişmesine paralel olarak jeoid parametrelerindeki doğrulukta aynı oranda artmıştır. Daha önce geleneksel yöntemler ile WGS72 dünya elipsoidi geliştirilmiştir. 1984 yılında DMA tarafından daha fazla veri kullanarak WGS84 elipsoidi tanımlanmıştır (DMA 1987). Bu elipsoid ile birlikte yerel ve global ağların gelişmesi ivme kazanmıştır (Taktak 2005).

Uygulamada noktaların yüksekliklerinin tespiti için yapılan nivelman ölçümlerinde zaman, maliyet ve işçilik oranları yüksektir. Bu olumsuz durumu GPS gözlemleri ile çözebilmek ve çalışmalar neticesinde hesaplanan ortometrik yüksekliklerin doğruluğuna ve hassasiyetine güvenebilmek için jeoid ondülasyonlarının yüksek hassasiyette belirlenmesi gerekir.

Ortometrik yükseklikler genel olarak Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağına göre geometrik nivelman ölçüleri ile tespit edilmektedir. Lakin bu durum GPS teknolojilerinin bilime kazandırdığı 3 boyutlu koordinat belirleme imkânının tam kapasite ile kullanılamaması manasına gelmektedir. Bu sebeple GPS ile üretilen elipsoid yüksekliklerinin dolaysız olarak istenilen ortometrik yüksekliğe dönüştürülebilmesi için ihtiyaç duyulan uygun jeoid modellerinin tespit edilmesi ve kullanıma hazır hale getirilmesi gerekir.

Elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere geçiş için jeoid ondülasyonun bilinmesi gerekir. GPS gözlemleri sonucunda elipsoidal yükseklikler çok hassas olarak bulunabildiğine göre, bu yüksekliklerden hesaplanması istenen ortometrik yüksekliklerin doğruluğu jeoid ondülasyonlarının doğruluğu ve hassasiyetine bağlı olacaktır.

Tüm dünyada kullanılan uygulamalara gerekli hassasiyet sağlayacak bir jeoidin üretilip kullanıma sunulması mümkün olmadığından tüm dünyadaki her bölge için, o bölgeyi en iyi yansıtabilecek yerel jeoidin hesaplar sonucu belirlenmesine çalışılmaktadır.

Bu tezde yapılan uygulama, Diyarbakır İli Bismil İlçesi sınırlarından doğu istikametine doğru başlayan ve Batman havalimanı ve Batman çayı kesişme bölgesinde sonlanan bir hattın, jeoid profilinin çıkarılması için ortometrik yükseklikler ve elipsoidal yükseklikler ileri ölçme teknikleri kullanılarak elde edilmiş ve jeoid ondülasyonları hesaplanmıştır. Bu ondülasyonlar kendi aralarında farklı enterpolasyon yöntemleriyle karşılaştırılmıştır.

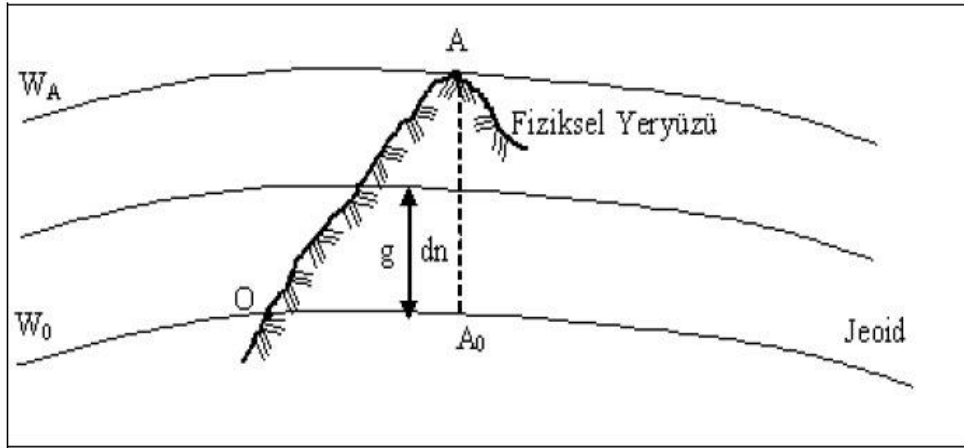
## 2. LİTERATÜR BİLGİLERİ

### 2.1 Jeodezik Yükseklikler

Yükseklik, belirli konuma sahip noktaların tanımı belirli olan bir referans yüzeyine göre ölçülebilen düşey yöndeki mesafesidir. Yeryüzündeki noktaların yüksekliklerini hesaplayıp belirleyebilmek için yükseltisi sıfır olarak kabul edilen bir referans yüzeyinin tanımlanması ve noktaların bu yüzeye olan düşey yöndeki mesafelerinin belirlenmiş olması gerekir. Yükseklikler için başlangıç yüzeyleri olarak farklı yüzeyler alınabilir. Bu yüzeylerden en önemlisi jeoiddir.

#### 2.1.1 Jeopotansiyel Yükseklik

Jeopotansiyel yükseklik, fiziksel yeryüzündeki bir A noktasının  $W_A$  potansiyelinin, söz konusu jeoidin  $W_0$  potansiyelinden olan farkı olarak söylenebilmektedir (Şekil 2.1).



Şekil 2.1 Jeopotansiyel Yükseklikler (Heiskanen and Moritz 1967).

Kgal\*metre cinsinden ifade edilir. Jeoidin deniz yüzeyinde ya da jeoidin yüzünde belirlenmiş bir O noktası ve bu O noktası ile aralarında bir nivelman bağı olan rastgele bir A yeryüzü noktası alındığında jeoidin potansiyeli ile A noktasının potansiyel farkını gösteren

$$C_A = W_0 - W_A = \int_0^A dW = \int_0^A g dn \quad (2.1)$$

integrali burada A noktasına ait jeopotansiyel sayısı olarak tanımlanabilmektedir.

Burada;

$C_A$ : A noktası jeopotansiyel yüksekliği

$W_0$ : Jeoid potansiyeli

$W_A$ : A noktası potansiyeli

dW: Diferansiyel manada potansiyel farkı

dn: Diferansiyel manada yükseklik farkı

g: Diferansiyel manada yükseklik farkının meydana geldiği yerdeki gravitedir.

### 2.1.2 Dinamik Yükseklik

Dinamik yükseklikler,

$$H_A^{din} = \frac{c_A}{\gamma_0^{45}} = \frac{W_0 - W_A}{\gamma_0^{45}} \quad (2.2)$$

formunda jeopotansiyel sayıya benzer sabit bir normal gravite değerine bölünmesiyle hesaplanabilirler. (2.2) eşitliğinden görüldüğü üzere dinamik yüksekliklerin jeopotansiyel sayılardan sadece belirli bir miktarda farklı olduğu görülmektedir.  $\gamma_0$ , çoğunlukla  $45^0$  olarak alınmış keyfince bir standart enlemdeki normal gravite olarak tanımlanmaktadır. Bu alınan değer Uluslararası elipsoid (1909- Hayford ) için  $\gamma_0^{45} = 980.6294$  gal dir. Jeopotansiyel sayılar geometrik boyuta sahip olmadıkları için bir uzunluk biriminde olmamaktadırlar. Bu değeri  $\gamma_0$  sayısına bölmek, jeopotansiyel sayının boyutsal manada bir uzunluk birimine dönüşümünü sağlamaktadır. Bu işlem dinamik yüksekliklere, metrik birimde olmanın verdiği tüm avantajları getirir.

$$H_A^{din} = \frac{c_A}{\gamma_0} \text{ ve } H_B^{Din} = \frac{c_B}{\gamma_0} \quad (2.3)$$

eşitliği ile tanımlanır. Burada,

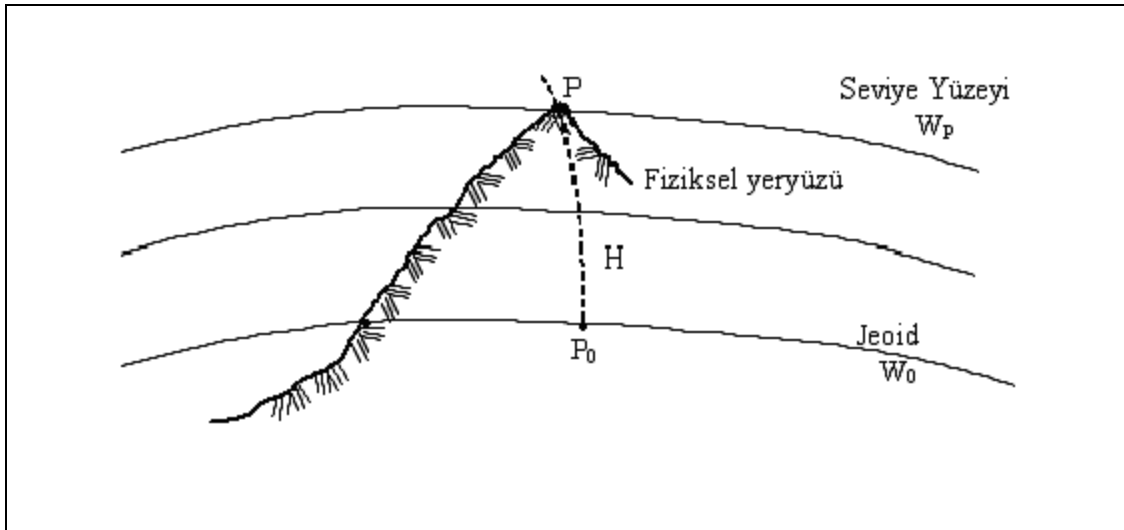
$C_A, C_B$  : A ve B noktalarına ait jeopotansiyel yükseklikleri

$\gamma_0$  :  $45^0$  lik enlemdeki normal gravite değerini gösterir.

Jeopotansiyel sayılar, geometrik ya da pratik anlamda bir yükseklik değildir. Dinamik yüksekliklerin ise bir yükseklik boyutu vardır fakat herhangi bir geometrik anlamı yoktur. Üstünlüğü, aynı seviye yüzeylerindeki noktaların tümünün dinamik yüksekliklerinin aynı olmasıdır. Bu da yatay hareket edildiğinde aynı yükseklikte bulunduğu sezgisine karşılık gelir (Heiskanen and Moritz 1967, Torge 1980).

### 2.1.3 Ortometrik Yükseklikler

Yeryüzünde bulunan bir noktanın, çekül eğrisi boyunca, yükseltisi sıfır olan başlangıç yüzeyi olarak alınan jeoide olan uzaklığına bahsi geçen noktanın ortometrik yüksekliği denilmektedir. Yeryüzünde bulunan bir noktanın ortometrik yüksekliği, iki yüzey arasındaki kara parçası nedeniyle sıfır yükseltiye sahip olan yüzeyin kıtalar altındaki gidiş güzergâhı bilinmediğinden ve çekül eğrisi boyunca ölçüm yapmanın mümkün olmadığı varsayılırsa doğrudan doğruya ölçülemez. P noktasına ait ortometrik yüksekliği  $H$ , bu P noktasından geçen çekül eğrisinin P ile  $P_0$  jeoid noktaları arasındaki uzunluğuna denir (Şekil 2.2).



Şekil 2.2 Ortometrik yükseklik (Heiskanen and Moritz 1967).

P noktasının jeopotansiyel sayısı  $C$ ,

$$C = W_0 - W \quad (2.4)$$

dir. P<sub>0</sub>P çekül eğrisi boyunca (2.1) integrali uygulanırsa

$$C = \int_0^h g dH \quad (2.5)$$

eşitliği elde edilir. H ortometrik yükseklik daha net olarak belirtilmek istenirse

$$dC = dW = g dH \quad (2.6)$$

$$dH = -\frac{dW}{g} = \frac{dC}{g} \quad (2.7)$$

$$H = -\int_{W_0}^W \frac{dW}{g} = \int_0^C \frac{dC}{g} \quad (2.8)$$

olur. Pratikte (2.8) eşitliği pek kullanışlı değildir. Eğer (2.5) eşitliği yeniden düzenlenirse,

$$C = \int_0^H g dH = H \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (2.9)$$

$$C = \bar{g} H \quad (2.10)$$

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (2.11)$$

formuna dönüşür.  $\bar{g}$  , jeoid ile yeryüzünde bulunan noktalar arasında çekül eğrisi boyunca gravitenin ortalama olarak alınan değeridir. (2.10) eşitliğinden  $\bar{g}$  değeri bilindiği varsayılırsa

$$H = C/\bar{g} \quad (2.12)$$

şeklinde elde edilir. Ortometrik yüksekliklerin geometrik boyuta sahip olması bu yüksekliklerin pratik manada önemlerini arttırmaktadır. Nivelman sonucu elde edilen

değerlerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülebilmesi için gravite verileri gerekmektedir. Bu veriler ölçülemediğinden, yeryüzünde ölçülebilen gravite verileri marifetiyle hesaplanabilir. Bu nedenle ölçülen gravite değerleri Poincare ve Prey yöntemleriyle indirgenir.  $\bar{g}$  değeri,

$$\bar{g} = g + 0.0424H \quad (2.13)$$

formülü ile hesaplanabilir (Heiskanen and Moritz 1967, Torge 1980).

#### 2.1.4 Normal Yükseklikler

Yeryuvarının asıl şekli olan jeoide en benzer referans yüzeylerinden birisi de elipsoiddir. Elipsoidin sahip olduğu gravite alanı normal gravite alanı olarak kabul görmektedir. Yeryuvarının asıl gravite alanı, normal gravite alanından biraz farklıdır ve bu fark bilimsel olarak bozucu gravite alanı şeklinde tanımlanmaktadır.  $W$  gerçek gravite potansiyeli,  $U$  normal gravite potansiyeli ve  $T$  bozucu potansiyel olmak üzere, yeryuvarının gerçek gravite alanı ve normal gravite alanının aynı olduğu kabul edilirse, bu durumda ortometrik yüksekliklere normal yükseklik adı verilebilir ve  $H^*$  ile de gösterilir.

Böylece ( 2.5 )' den ( 2.11 )' e kadar olan eşitlikler

$$W_0 - WP = C = \int_0^{H^*} \bar{\gamma} dH \quad (2.14)$$

$$H^* = \int_0^C \frac{dC}{\bar{\gamma}} \quad (2.15)$$

$$C = \bar{\gamma} H^* \quad (2.16)$$

$$H^* = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad (2.17)$$

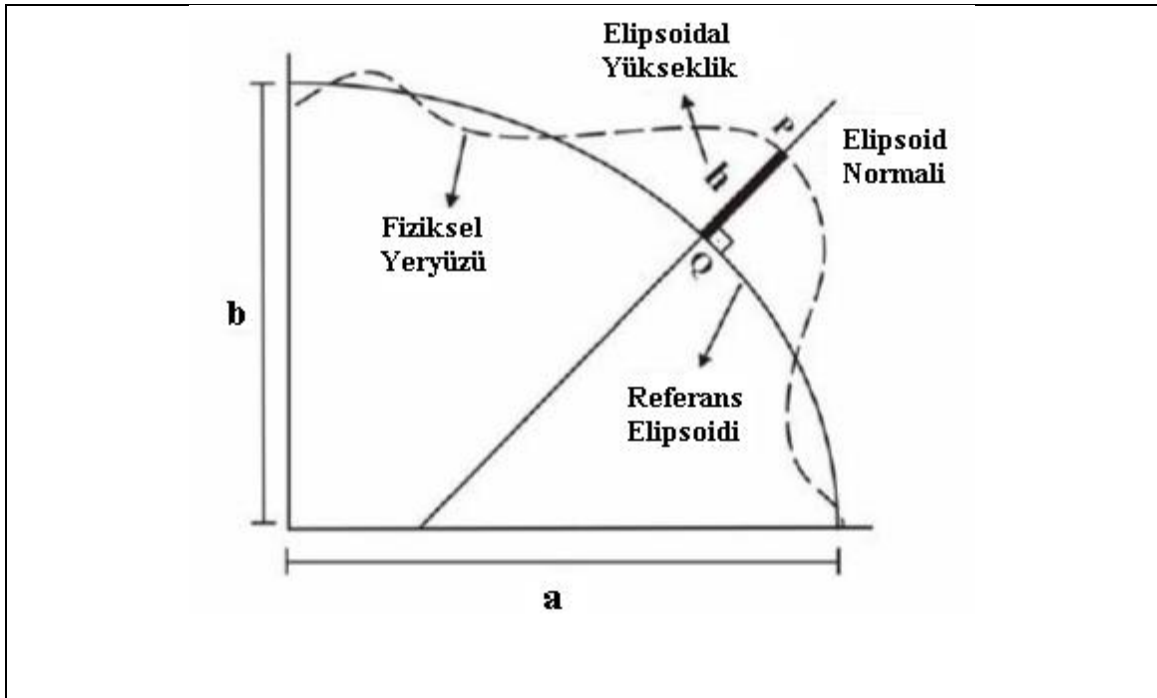
olur. Burada  $\bar{\gamma}$

$$\gamma = \frac{1}{H^*} \int_0^{H^*} \bar{\gamma} dH^* \quad (2.18)$$

olup çekül eğrisi boyunca ortalama normal gravite değeridir (Heiskanen and Moritz 1967, Torge 1980).

### 2.1.5 Elipsoidal Yükseklikler

Elipsoidal yükseklik, fiziksel yeryüzünde bulunan bir P noktasına ait elipsoid normali boyunca elipsoid üzerindeki izdüşümü Q ile arasındaki ölçülebilen uzunluktur. Burada, elipsoidal yükseklik  $h$  ile gösterilmektedir (Şekil 2.3). Şekil üzerinde bulunan  $a$  ve  $b$  sembolleri, sırasıyla elipsoide ait büyük ve küçük yarı eksenleri ifade etmektedir. Bu yükseklik, belirtilen elipsoidin boyutları ve elipsoidin datum tanımı ile ilişkili olmaktadır. Elipsoidal yükseklik tümüyle geometrik bir değer olup yerin gerçek gravite alanı ile ilgili bir veri olmadığından dolayı fiziksel olarak bir özellik taşımaz.



Şekil 2.3 Elipsoidal yükseklik (Yiğit 2003).

## 2.2 Yükseklikler Arasındaki İlişkiler ve Jeoid Yükseklikleri

Yeryüzünde yükseklikler arasında belirli bazı geometrik ilişkiler mevcuttur. Elipsoidal yüksekliğinin ortometrik ve normal yükseklik arasındaki ilişkisi:

$$h = H + N \quad (2.19)$$

$$h = H^* + \xi \quad (2.20)$$

şeklinde olmaktadır. Burada;

H: Ortometrik yükseklik

h: Elipsoidal yükseklik

N: Jeoid ondülasyonu (yüksekliği)

H\*: Normal yükseklik

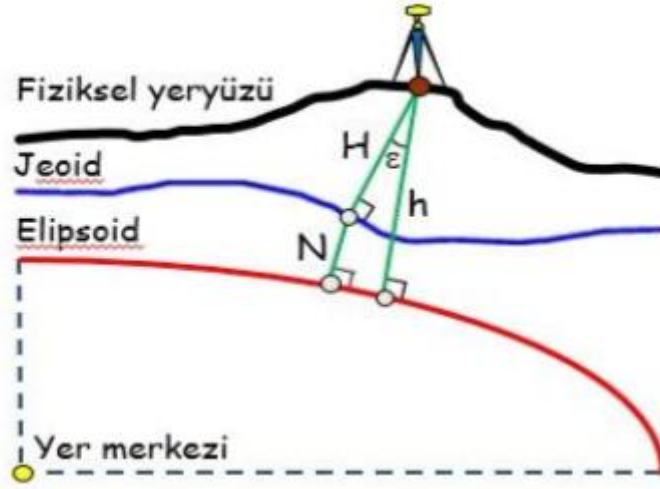
$\xi$  : Yükseklik anomalisi

anlamına gelmektedir.

GPS ile elde edilen h elipsoidal yükseklikler, bir referans elipsoidinden olan yüksekliklerdir. H ortometrik yüksekliği ise jeoidi esas almaktadır. Bu iki yükseklik arasındaki farkı  $N = h - H$  jeoid ondülasyonlarını vermektedir. (2.19) eşitliği Şekil (2.4)'de görüldüğü gibi tam olarak doğru değildir. Gözlem noktasında, çekül eğrisinin doğrultusu ve elipsoid normalinin doğrultusu arasında her zaman çok küçük değerlerde bir sapma vardır. Ama bu sapma miktarı ihmal edilecek seviyede olduğundan dikkate alınmak zorunda değildir (Poutanen 1994).

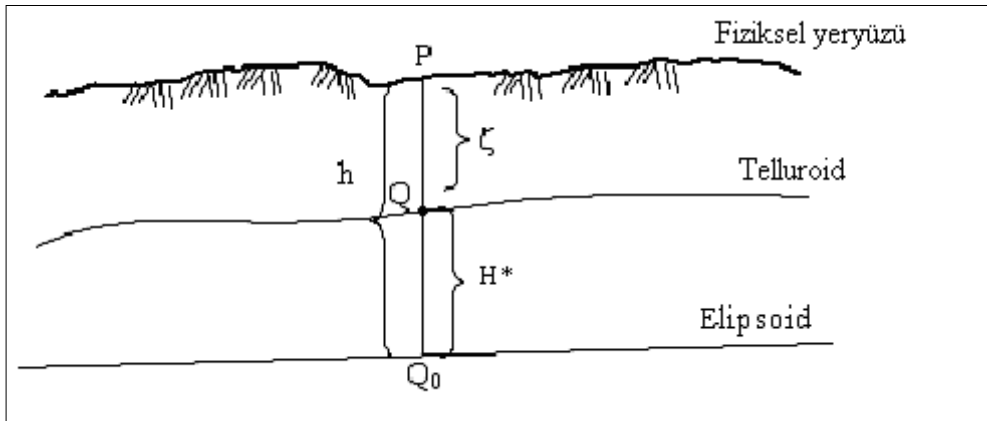
Jeoid yüksekliği (N), elipsoid ve jeoid arasında olan düşey mesafedir. Bu mesafe değeri, jeoidin elipsoidin altından veya üstünden geçmesine bağlı olarak negatif veya pozitif olarak hesaplanabilir.





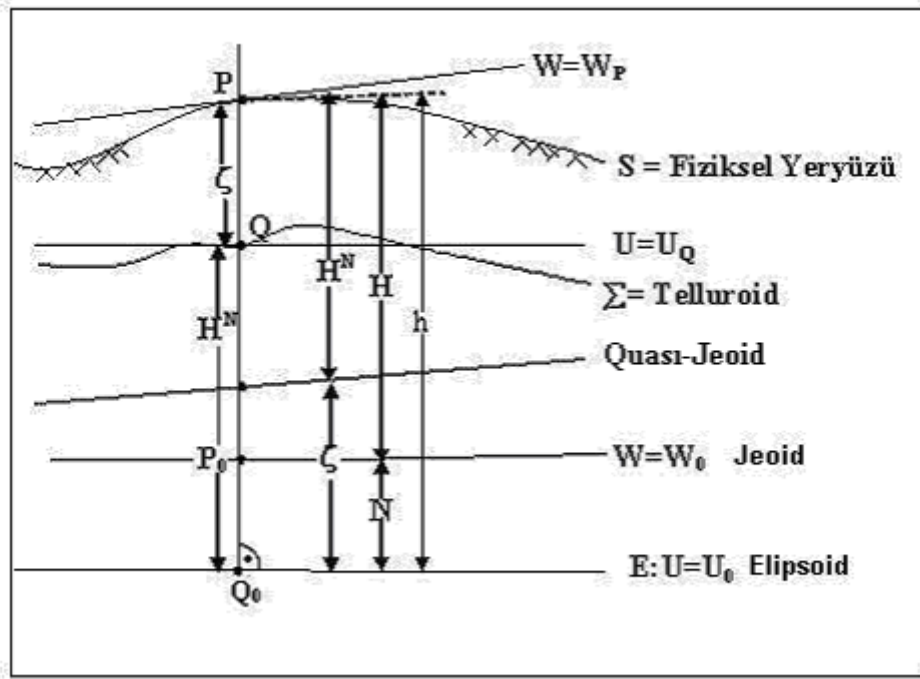
Şekil 2.4 Elipsoidal yükseklik ile ortometrik yükseklik arasındaki ilişki.

Fiziksel yeryüzünde olan bir P noktasının  $W_p$  gerçek ve  $U_p$  normal potansiyeli var olduğu kabul edilmekte ve genel manada  $W_p \neq U_p$  olarak gösterilmektedir. Bununla birlikte P noktasından geçen çekül eğrisi üzerinde  $U_Q = W_p$  olarak eşit olan belli bir Q noktası vardır. P'nin normal çekül hattında normal gravite potansiyeli  $U_Q = W_p$  olacak şekilde oluşan noktaların geometrik yerine *Telluroid* denir (Şekil 2.5).



Şekil 2.5 Elipsoidal yükseklik ile normal yükseklik arasındaki ilişki (Torge 1980).

P noktasının  $H^*$  normal yüksekliği, Q noktasının elipsoid yüzeyinden olan uzaklığı veya P noktasının Quasi-Jeoidden olan uzaklığıdır (Şekil 2.6).



Şekil 2.6 Referans yüzeyleri ve yükseklik sistemleri (Torge 1980).

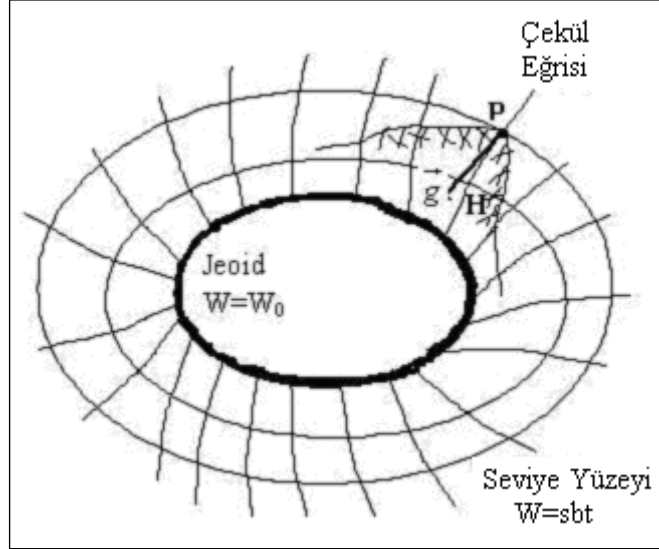
Burada;  $H^N$ ,  $H^*$  e eşittir. P'nin elipsoidten olan yüksekliği  $h$  ile normal yükseklik arasındaki fark yükseklik anomalisi ( $\xi$ ) kadardır. Normal gravite alanının çekül eğrisi boyunca, fiziksel yeryüzünden normal yüksekliğe eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerine Quası-Jeoid denir. Quası-Jeoidin elipsoidten olan yüksekliği yükseklik anomalisi kadardır. Quası-jeoid, jeoide benzeyen ancak jeoidten birkaç desimetre sapan bir yüzeydir. Eğer elipsoid normali üzerinde elipsoidten itibaren  $\xi$  kadar bir kısım alınırsa quası-jeoid yüzeyi elde edilir. Bu yüzey eşpotansiyelli bir yüzey değildir ve jeoidin aksine fiziksel bir önemi yoktur (Dragomir *et al.* 1982, Vaníček and Krakiwsky 1982).

### 2.3 Jeoid Belirleme

$W(x,y,z)$  gerçek gravite potansiyelinin eşit olduğu noktaların geometrik yeri kesiksiz bir kapalı yüzey oluşturur. Bu yüzeylere “Nivo yüzeyleri, Jeopotansiyel yüzeyler, Seviye yüzeyleri veya Eşpotansiyelli yüzeyler” adı verilir. Bu yüzeylerden okyanuslarla çakışanı jeoid olup

$$W(x, y, z) = W_0 \quad (2.21)$$

eşitliği ile tanımlanır (Şekil 2.7).



Şekil 2.7 Seviye yüzeyleri ve çekül eğrileri (Heiskanen and Moritz 1967).

Jeoidin belirlenmesi denince akla ilk gelmesi gereken genel anlamda; yetecek sayıda noktada, jeoid'e ait  $H$  (ortometrik yükseklik),  $W$  (gerçek gravite potansiyeli),  $\Phi$ ,  $\Lambda$  (astronomik enlem ve boylam),  $g$  (gerçek gravite) büyüklükleri olmalı öteki yandan seçilmiş referans elipsoidinin;  $U$  (standart gravite potansiyeli),  $h$  (elipsoid yüksekliği),  $\gamma$  (normal ya da standart gravite),  $\varphi$  ve  $\lambda$ , (jeodezik enlem ve boylam) büyüklüklerinin kendi aralarındaki farkından meydana gelen  $T$  (bozucu potansiyel),  $N$  (jeoid yüksekliği),  $\Delta g$  (gravite anomalisi),  $\eta$  ve  $\xi$ , (çekül sapması bileşenleri) olarak bilinen yaklaşım miktarlarının tespit edilmesidir. Söz konusu yaklaşım miktarları, elipsoid ile jeoid yüzeyleri arasındaki değişimin şeklini ve büyüklüğünü gösterir. Uygulama da jeoidin belirlenmesi çoğunlukla  $N$  jeoid yükseklikleri marifetiyle yapılır (Karaali, 1985).  $N$  jeoid yükseklikleri, değişik verilerden ya doğrudan ya da dolaylı olarak belirlenebilmektedir. Doğrudan  $N$ 'yi veren modeller, jeoidi nokta nokta veya bir yüzey olarak belirleyebilmektedir. Dolaylı olarak  $N$ 'yi veren modeller ise, dayanak noktalarında belli olan  $N$  değerlerinden faydalanarak ara noktalar için jeoid yüksekliklerini enterpolasyon modelleriyle belirleyebilmektedir. Şekil 2.4'de  $N$  jeoid yüksekliği gösterilmektedir.

Jeoid modelleri kendi aralarında yöntem, veri, datum, kullanılan elipsoid, hassasiyet ve uygulanması bakımından birbirlerinden farklılık gösterirler. Jeoid yükseklikleri hesaplama ve belirleme teknikleri çok çeşitlidir. Bunlardan bazıları farklı verilerden veya farklı hesaplama yöntemlerinden bağımsız buldukları gibi elverişli veri ve metotların birlikte değerlendirilmesiyle de tespit edilebilirler. Jeoid yükseklikleri, boyutları ortalama yer elipsoidinin boyutlarına eşit ve referans koordinat eksenleri doğal koordinat eksenleri ile özdeş bir referans elipsoidine ait veriler yardımıyla hesaplanıyorsa “mutlak”, aksi takdirde “rölatif” olurlar. Nokta nokta ya da sürekli belirlenebilen jeoid yerin tamamına ait ise “global”, bir ülkeye (ya da kıtaya) ait ise “bölgesel” jeoid olarak adlandırılırlar. Jeoid belirleme yöntemleri 5 temel başlık altında gösterilirse;

- Astrojeodezik yöntemle jeoid belirleme
- Gravimetrik yöntemle jeoid belirleme
  - Stokes İntegrali ile jeoid belirleme
  - Hızlı Fourier Dönüşümü ile jeoid belirleme
- Jeopotansiyel Katsayılarından jeoid belirleme
- Global Jeopotansiyel modeller
- Kombine Yöntemler
  - Astrogravimetrik Nivelman yöntemi ile jeoid belirleme
  - GPS/Nivelman yöntemi ile jeoid belirleme
  - Kaldır-Hesapla-Yerine Koy yöntemi ile jeoid belirleme

yöntemleridir.

### **2.3.1 Astrojeodezik Yöntemle Jeoid Belirleme**

Jeoid indirgenmiş astronomik koordinatlardan hesaplanan astrojeodezik çekül sapması bileşenleri yardımıyla jeoid yüksekliklerinin bulunmasına astrojeodezik jeoid belirleme adı verilir. Herhangi bir noktanın çekül sapması bileşenleri, noktanın astronomik ve jeodezik enlem ve boylamı yardımıyla hesaplanıyorsa buna astrojeodezik çekül sapma bileşenleri denir. Çekül sapma bileşenleri,

$$\begin{aligned}\eta &= (\Lambda - \lambda) \cdot \cos \varphi \\ \xi &= (\Phi - \varphi)\end{aligned}\quad (2.22)$$

eşitlikleriyle elde edilir. Bu eşitlikte

$\xi$  ve  $\eta$  : Çekül sapmasının kuzey-güney ve doğu-batı bileşenleri

$\varphi$  ve  $\lambda$  : Jeodezik enlem ve boylam

$\Phi$  ve  $\Lambda$  : Astronomik enlem ve boylamdır.

Aşağıdaki (2.23) eşitliğinde verilen Helmert formülü

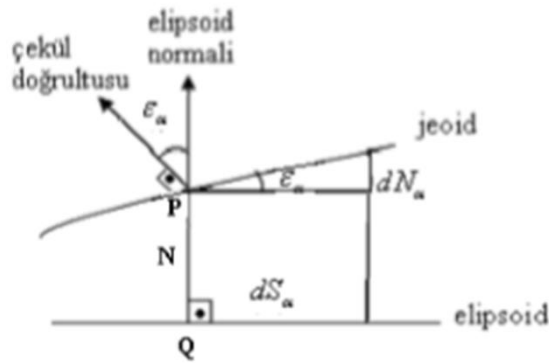
$$dN_\alpha = -dS_\alpha \tan \varepsilon_\alpha \cong -\varepsilon_\alpha dS_\alpha \quad (2.23)$$

temel bir eşitliktir (Şekil 2.8). Burada;

$dN_\alpha$  : Jeoid yüksekliğindeki değişim

$dS_\alpha$  : Elipsoid yüzeyinde herhangi  $\alpha$  azimutundaki yay elemanı

$\varepsilon_\alpha$  : Çekül sapmasının herhangi  $\alpha$  azimutundaki bileşeni anlamındadır.



Şekil 2.8 Jeoid ondülasyonu ile çekül sapması arasındaki ilişki (Heiskanen and Moritz 1967).

Çekül sapmasının herhangi  $\alpha$  azimutundaki bileşeni  $\xi$  ve  $\eta$  cinsinden,

$$\varepsilon_\alpha = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (2.24)$$

ile verilir. Birbiri ile komşu  $P_i$  ve  $P_j$  noktaları arasındaki jeoid yükseklik farkı  $\Delta N_{ij}$ , (2.23) eşitliğinden;

$$\Delta N_{ij} = N_j - N_i = -\sum_{P_i}^{P_j} \varepsilon_\alpha \Delta S_\alpha \quad (2.25)$$

şeklinde bulunabilir. Pratikte  $P_i$  ve  $P_j$  noktaları arasında jeoid yüksekliğinin doğrusal değiştiği varsayılarak  $\Delta N_{ij, \text{jeoid}}$  yükseklik farkı;

$$\Delta N_{ij} = -\frac{\varepsilon_m}{\rho} S_{ij} = -\frac{1}{2\rho} (\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji}) \cdot S_{ij} \quad (2.26)$$

eşitliğinden bulunur. Burada  $\varepsilon_m$ ,  $S_{ij}$  uzaklığının orta noktası için çekül sapması bileşenidir (Heiskanen and Moritz 1967, Ayan 1976).

### 2.3.2 Gravimetrik Yöntemle Jeoid Belirleme

Çekül sapmalarının başka bir elde edilme metodu da gravimetrik metottur. Çekül sapmasının meydana gelmesinde rol oynayan faktör, dünya kütle dağılımının homojen olmamasıdır. Yer çekimi ivmesi, başka bir adıyla ağırlık,  $g$ , yerin kütle yoğunluğu ve bunun dağılımına bağlıdır. Gravimetrik çekül sapması  $g'$  nin indirgenmesiyle bulunan  $\Delta g$  ağırlık anomalilerinin fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu yöntemle elde edilen çekül sapmaları salt sapmalardır. Ağırlık anomalileri  $\Delta g'$  ler biliniyorsa jeoidin elipsoidten olan yükseklikleri  $N$  ve dolayısıyla gravimetrik çekül sapmaları elde edilebilir (Turgut 1995).

#### 2.3.2.1 Stokes İntegrali ile Jeoid Belirleme

Sınır değer problemi yardımıyla Stokes; jeoidi, gravimetrik olarak belirleyebilmiştir. Stokes probleminde esas olarak, jeoid yüzeyi üzerinde verilen her bir nokta için, ölçülmüş gravite anomalilerinden bahsi geçen kitlelerin dışında harmonik olarak bir potansiyelin tespit edilmesiyle ilgilidir. Jeoidin dışında hiçbir kitleye izin verilmediği için, yeryüzü topografyası matematiksel olarak elimine edilmelidir ( Sideris, 1994).

Yerin gerçek gravite potansiyeli  $W$  ile kitlesi ve dönüklüğü yerin kitle ve dönüklüğüne eşit olan elipsoidin potansiyeli  $U$  arasındaki fark olan  $T$  bozucu potansiyel,

$$T = W - U \quad (2.27)$$

eşitliğiyle gösterilir. Klasik sınır değer problemiyle, Laplace denklemini sağlayan T bozucu potansiyeli,

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (2.28)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada  $\nabla^2$  Laplace operatörüdür ve sınırsız koşulu altında

$$\frac{\partial T}{\partial h} - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial h} t + \Delta g = 0 \quad (2.29)$$

eşitliği sağlanır.  $\partial / \partial h$  düşey türevi ve  $\Delta g$  gravite anomalilerini ifade etmektedir. Küresel yaklaşım sınır koşulu,

$$\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2}{r} T + \Delta g = 0 \quad (2.30)$$

şeklinde olur. Burada  $\partial / \partial r$  radyal düşey türevi ifade etmektedir. Bu temel eşitlik r'ye göre entegre edilebilen bir diferansiyel denklemdir ve çözümü jeoid üzerindeki bozucu potansiyel T'yi verir. Bozucu potansiyel,

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (2.31)$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitkte,

R: Yerin ortalama yarıçapını

$\sigma$  : Yeryuvarının yüzeyini

$d\sigma$ : Yüzey elemanını

$\Delta g$ : Gravite anomalisini

$S(\Psi)$ :  $\Psi$  küresel uzaklıktaki Stokes ve kernel fonksiyonunun değerini göstermektedir.  $S(\Psi)$  Stokes fonksiyonu,

$$S(\Psi) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)} - 6 \sin \frac{\Psi}{2} + 1 - 5 \cos \Psi - 3 \cos \Psi \ln \left( \frac{\sin \Psi}{2} + \sin^2 \frac{\Psi}{2} \right) \quad (2.32)$$

$$\sin 2 \frac{\Psi}{2} = \sin^2 \frac{\varphi_p - \varphi}{2} + \sin^2 \frac{\lambda_p - \lambda}{2} \cos \varphi_p \cos \varphi$$

eşitliğinden hesaplanmaktadır.  $\Psi$ , sabit noktası  $(\varphi_p, \lambda_p)$  ile hesap noktası  $(\varphi, \lambda)$  arasındaki küresel uzaklıktır.

Bruns teoremi  $N = T/\gamma$  'dan yararlanarak,

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (2.33)$$

jeoid ondülasyonu elde edilir. Burada;

N: Jeoid yüksekliği

$\gamma$ : Hesap noktasındaki normal gravitedir.

(2.33) eşitliği, Stokes formülü ya da Stokes integrali adı ile anılır ve fiziksel jeodezinin en önemli formüllerinden biridir. Çünkü bu eşitlik, gravite bilgilerinden jeoidin belirlenmesinde kullanılmaktadır. (2.31) eşitliği de Stokes formülü olarak adlandırılır (Heiskanen and Moritz 1967).

### 2.3.2.2 Hızlı Fourier Dönüşümü ile Jeoid Belirleme

Jeoid belirleme çalışmalarında bir ve iki boyutlu Hızlı Fourier Dönüşümleri (1-D FFT, 2-D FFT) kullanılmaktadır. Hesap noktası ile sabit nokta arasında verilen bir boylam farkı için Stokes fonksiyonu değerinin, aynı paralel üzerindeki tüm hesap noktaları için aynı olması bir boyutlu FFT yönteminin temelidir. Sırayla P ve Q, hesap noktasını ve sabit noktasını göstermek üzere, ayrık Stokes integrali;

$$N_{\varphi_p}((\lambda_p)) \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{\varphi_n=\varphi_1}^{\varphi_n} \cos \varphi_Q \left\{ \sum_{\varphi_n=\varphi_1}^{\varphi_n} [S_{\varphi}(\Delta\lambda_{P\varphi})] \left[ \Delta g_{\varphi_Q}(\lambda_{\varphi}) \Delta\lambda \right] \right\} \Delta\varphi \quad (2.34)$$



Şeklinde yazılabilir. Burada  $N_{\varphi_p}(\lambda_p)$  tek bir paralel  $\varphi_p$  boyunca tüm noktalardaki jeoid yüksekliklerini (örneğin  $\varphi_p$  paraleli üzerindeki tüm  $\lambda$  grid değerleri için),  $\Delta\varphi$  ve  $\Delta\lambda$  değerleri bir  $\varphi$  ve  $\lambda$  gridi için seçilen aralıkları, n paralellerin sayısını ve m ise meridyenlerin sayısını göstermektedir.  $S_\varphi(\Delta\lambda_{p\varphi})$ ,  $\Delta g_{\varphi_Q}(\lambda_\varphi)$  sırayla Stokes fonksiyonu ve  $\varphi_\varphi$  paraleli boyunca indirgenmiş gravite anomalisidir. (2.34) eşitliğinde parantez içindeki büyüklük boylam yönünde bir boyutlu katlı toplamdır. Bu, 1-D FFT ile değerlendirilebilir. 1-D FFT yönteminde,  $N_{\varphi_p}(\lambda_p)$  jeoid yüksekliği aynı paralel  $\varphi_p$  üzerinde tüm jeoid hesap noktaları için elde edilir. Buna göre (2.34) eşitliği,

$$N_{\varphi_p}(\lambda_p) = \frac{R\Delta\varphi\Delta\lambda}{4\pi\gamma} \sum_{\varphi_n=\varphi_1}^{\varphi_n} \cos\varphi_Q F_1^{-1} \left\{ F_1[S_\varphi(\Delta\lambda_{p\varphi})] \middle| F_1[\Delta g_{\varphi_Q}(\lambda_\varphi)] \right\} \quad (2.35)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $F_1$  ve  $F_1^{-1}$  sırayla bir boyutlu ayırık Fourier dönüşüm operatörü ve tersini göstermektedir.  $\Delta g$  gridlenmiş gravite anomalisidir. 1-D FFT tekniği nümerik entegrasyonla elde edilen sonuçların aynısını verir. Bu teknik gridlenmiş anomalileri kullanır ve aynı anda tüm grid noktalarındaki jeoid yüksekliklerini hesaplar (Gachari ve Olliver 1998; Ses ve Gilliland 2000; Corchete vd., 2005).

1-D FFT yönteminin en önemli avantajı dolaysız olarak nümerik integral yöntemiyle üretilen sonuçlarla eşit sonuçları kullanıcıya vermesidir. Ayrıca FFT klasik nümerik integral yaklaşımından çok daha verimli ve hızlı çalışan bir yöntemdir. 1-D FFT yöntemi, 2-D FFT yöntemine göre daha az verimli olmasına karşın direkt nümerik integrasyon yöntemi kadar duyarlıdır ve aynı zamanda bu yöntemden daha hızlıdır (Garcia and Alejo 2005).

*İki boyutlu Hızlı Fourier Dönüşümü (2-D FFT) yönteminde ise;* bir E alanında  $\Delta g$  gravite anomalilerinden hesaplanan  $N_{\Delta g}$  jeoid yüksekliği düzlemsel yaklaşımda 2 boyutlu katlı toplam ile gösterilebilirler. Eğer alan  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  grid aralıklarıyla  $M \times N$  aralıklarına bölünürse,  $(x_k, y_l)$  noktasında gridlenmiş gravite anomalileri kullanarak jeoid ondülasyonu;

$$\begin{aligned}
N^{\Delta g}(x_k - y_l) &= \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta g(x_i, y_j) l_N(x_k - x_i, y_l - y_j) \Delta x \Delta y \\
&= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} \Delta g(x_k, y_l) * J_N(x_k, y_l)
\end{aligned} \tag{2.36}$$

$$1_N(x_k - x_i, y_l - y_j) = \begin{cases} \left[ (x_k - x_i)^2 + (y_l - y_j)^2 \right]^{-1/2}, & (x_k \neq x_i \text{ veya } y_l \neq y_j) \\ 0, & (x_k = x_i \text{ ve } y_l = y_j) \end{cases} \tag{2.37}$$

şeklinde gösterilebilir.

\* :Konvolüsyonu yani evrişimi,

$l_N$  : Stokes kernel fonksiyonun düzlemsel biçimini göstermektedir.

$l_N(0, 0)$  orijin noktasında tekil olduğu için, hesap noktasında bulunan gravite anomalisinin etkisi ayrıca hesaplanmalı ve değerlendirmeye alınmalıdır. Jeoid yükseklikleri 2 boyutlu FFT yöntemiyle

$$\begin{aligned}
N^{\Delta g}(x_k, y_l) &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ F \{ \Delta g(x_k, y_l) \} F \{ l_N(x_k, y_l) \} \} \\
&= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ \Delta G(u_m, v_n) L_N(u_m, v_n) \}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada;

$F$ : Fourier dönüşümünü

$F^{-1}$ : Ters 2D ayrık Fourier dönüşümünü

$u, v$ : Sırasıyla  $x$  ve  $y$ ' e mukabil belirlenen frekansları

göstermektedir (Omang and Forsberg 2002, Sideris 1997, Ayhan 1993).

### 2.3.3 Jeopotansiyel Katsayılardan Jeoid Belirleme

Uydu yörünge hesapları için yerin çekim potansiyelinin, Laplace eşitliğini sağlayan küresel harmoniklerle gösterimi

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm}^s \bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) \right] \tag{2.39}$$

şeklindedir. Bu eşitlikteki semboller

$r, \theta, \lambda$  : Küresel kutupsal koordinatları

a: Referans elipsoidinin büyük yarı eksenini

GM: Jeosantrik çekim sabiti

n, m: Küresel harmonik açılımının derecesi ve sırasını

$\bar{C}_{nm}^s$  : Tam normalleştirilmiş küresel jeopotansiyel katsayılarını

$\bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda)$ : Laplace küresel yüzey harmoniklerini

göstermektedir. Ayrıca (2.41) eşitliğindeki Laplace küresel yüzey harmonikleri

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) &= \bar{P}_{n|m|}(\cos \theta) \cos |m| \lambda \quad \text{eğer } m \geq 0 \text{ ise} \\ \bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) &= \bar{P}_{n|m|}(\cos \theta) \sin |m| \lambda \quad \text{eğer } m < 0 \text{ ise}\end{aligned}\quad (2.40)$$

şeklinde açılabilir. Bu eşitlikte  $\bar{P}_{nm}(\cos \theta)$  tam normalleştirilmiş birinci tip birleştirilmiş Legendre fonksiyonlarıdır.  $t = \cos \theta$  yazılırsa, Legendre fonksiyonu;

$$\bar{P}_{nm}(t) = \sqrt{k(2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} 2^{-n} (1-t^2)^{m/2} \sum_{k=0}^r (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-m-2k)!} t^{n-m-2k} \quad (2.41)$$

eşitliğinden hesaplanır. Bu eşitlikte  $r \leq (n-m)/2$  koşulunu sağlayan en büyük tamsayıdır. nm (2.41) eşitliğinde  $n, \infty$ 'a gitmesine rağmen, potansiyel katsayıları n gibi sonlu bir dereceye kadar hesaplanır. Küresel harmonik katsayılarıyla bozucu potansiyel,

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm}^s \bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) \quad (2.42)$$

şeklinde yazılabilir. (2.42) eşitliğindeki sıfırlı ve birinci derece terimler sıfıra gitmektedir. Jeoid ondülasyonunun teorik olarak hesaplanabilirliği, yeryuvarının yoğunluk dağılım bilgisinin eksikliğinden dolayı oldukça karışıktır. Bu sebeple jeoid ondülasyonu yerine yükseklik anomalisi hesaplanabilir. Bir noktadaki yükseklik anomalisi,

$$\xi_p(r, \theta, \lambda) = \frac{T_p(r, \theta, \lambda)}{\gamma_p} \quad (2.43)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada;

$T_p$  : P noktasındaki bozucu potansiyel

$\gamma_p$  : P noktasındaki normal gravitedir.

Yükseklik anomalisinin jeoid ondülasyonuna dönüşümü,

$$N = \xi + \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H \quad (2.44)$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlikte

$\bar{g}$  : Çekül eğrisi boyunca ortalama gerçek graviteyi

$\bar{\gamma}$  : Ortalama normal graviteyi

$H$  : Ortometrik yükseklik değerini

göstermektedir. Eğer Bouguer gravite anomalisi ( $\Delta g_B$ ) bilinirse, (2.44) eşitliğindeki son terim yaklaşık olarak hesaplanabilir. Bu durumda (2.44) eşitliği

$$N = \xi + \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \quad (2.45)$$

şeklinde yazılabilir. Burada anomalinin birimi gal'dir. H kilometre, N ve  $\xi$  metre birimindedirler. Eğer (2.42) eşitliğini önce (2.43) sonrada (2.45) eşitliklerinde yerine konursa, potansiyel katsayılarından jeoid ondülasyonu,

$$N = \frac{GM}{r_P \gamma_P} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm}^s \bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) + \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \quad (2.46)$$

şeklinde elde edilir. Bazı uygulamalarda anomali terimi ihmal edilir ve P yeryüzü noktası jeoid üzerinde alınır. (2.46) eşitliğinin değerlendirmesi jeoid ondülasyonlarının global hesabını verir (Rapp 1994, Rapp 1997).

### 2.3.3.1 Global Jeopotansiyel Modeller

Global jeopotansiyel modeller genel manada üç farklı gruba ayrılırlar. Bunlar; sadece uydu ölçümlerinden oluşan global jeopotansiyel modeller, kombine ölçümlerden oluşan global jeopotansiyel modeller ve global jeopotansiyel modellerin lokal alanlardaki

yersel gravite verileri kullanılarak iyileştirilmesiyle oluşan global jeopotansiyel modellerdir. Sadece uydu ölçülerinden oluşan global jeopotansiyel modeller, yapay yer uydularının yörüngelerindeki bozuklukların analizlerinden elde edilir. Kombine edilmiş global jeopotansiyel modeller, okyanuslardaki uydu altimetre verisinin yanında yersel gravite verisi çözümlere dahil edilir. Kombine global jeopotansiyel modeller, yalnızca uydu ölçülerinden elde edilen global jeopotansiyel modellerden çok daha yüksek bir konumsal çözünürlüğe sahiptir (Yılmaz 2011).

Global jeopotansiyel olarak sayısal modeller çoğunlukla düzenleme adında bir işlemle iyileştirilebilirler. Çoğunlukla global jeopotansiyel modelin hesaplanmasında kullanılması her zaman gerekli görülemeyebilen gravite ve yersel veri kullanılması ile halihazır da global harmonik katsayılar biraz daha yüksek seviyelere kadar açılarak dengelenir. Bu modeller ya küresel olarak ya da lokal bölge için geliştirilebilirler. Fakat lokal olarak hazırlanmış jeopotansiyel modeller yalnızca düzenleme işleminin yapıldığı saha için geçerli olacaktır. Zira verinin yetersiz olmadığı bölgelerde hatalar meydana gelir (Featherstone and Olliver 2001, Caderot *et al.* 2006).

Yeryuvarının gravite alanını ifade eden çekim potansiyeli ve fonksiyonlarını değerlendirebilmek için oluşturulan global jeopotansiyel modeller sürekli gelişim içindedir. Modellerdeki bu gelişim, veri sayısına, ölçme ve değerlendirme tekniklerinde zamanla meydana gelen iyileşmelere bağlıdır. Uydu sayısı çoğaldıkça ve uyduların geometrik dağılımının homojenliği sağlandığı sürece harmonik serinin seviyesi, başka bir ifadeyle belirlenmesi istenen katsayıların sayısı artmaktadır. İlk defa 1966 yılında en yüksek 8 olarak hesaplanan yer potansiyeli modellerinin derece ve sırası, günümüzde 2190'a kadar gelmiştir (Üstün 2006, Tepeköylü ve Üstün 2008).

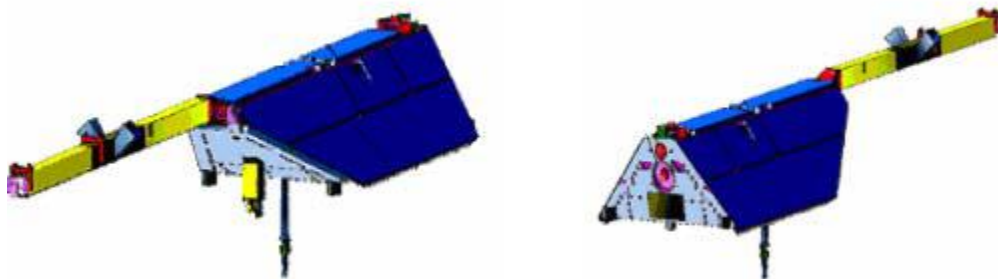
Uyduların kendi yörünge yükseklikleri ile küresel gravite alanının çözünürlüğü, başka bir deyişle global harmonik serinin en yüksek derecesi ile dolaysız bir ilişki mevcuttur. Uydu, yeryüzünden açıldıkça mesafe olarak, Newton'un çekim yasası gereği olarak etkili gravite sinyalinin gücünde bir azalma görülür. Bu duruma, yüksekliğe bağlı olarak meydana gelen güç kaybı denir (Rummel *et al.* 1993). Uydu izleme verisine bağlı olarak gravite alanının modellendirmesindeki problemler, sadece uydunun yerden olan yüksekliğine bağlı değildir. Uydu dağılımının homojen olmaması, sınırlı doğruluğa sahip gözlemlerin sadece yerden ve kısa aralıklarla yapılması ve gravite alanı ile ilişkili olmayan kuvvetlerin modellendirilmesindeki güçlükler, gravite alanının

modellendirmedeki diğer problemlerdir. Tüm bu durumlar mercek altına alındığında, küresel gravite alanının çözünürlüğünü ve hassasiyetini arttırabilmek adına hususi olarak dizayn edilmiş uydulara, yeni ölçme analiz yöntemlerine ihtiyaç hasıl olmaktadır. Söz konusu ihtiyaçları giderecek özel uydu programları, Temmuz 2000'de CHAMP (Challenging Minisatellite Payload), Mart 2002'de GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) ve 2006 yılında GOCE (The Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) yeni nesil uydularıyla hayata geçirilmiştir.

CHAMP, GRACE ve GOCE, yeryüzünün gravite alanının tespitinde kullanılan yeryuvarına yakın konumda olan yer uyduları olarakta işlev görürler. Uyduların amacı, jeodezik ve jeodinamik misyonlar için yeryuvarının küresel bir şekilde gözlenmesine imkan verecek hassasiyette gravite alanı verisi sağlamaktır. Diğer bir ifadeyle, uydu gravite misyonlarının amacı, yerin gravite alanındaki geçici değişimleri belirlemektir (Neumeyer *et al.* 2004).

CHAMP uydusu 15 Temmuz 2000'de yerleştirilmiştir. İlk baştaki yörünge yüksekliği 454 km olmakla birlikte görev süresince bu yüksekliği 300 km'ye kadar düşürülmüştür (Rummel 2003, Schrama 2003).

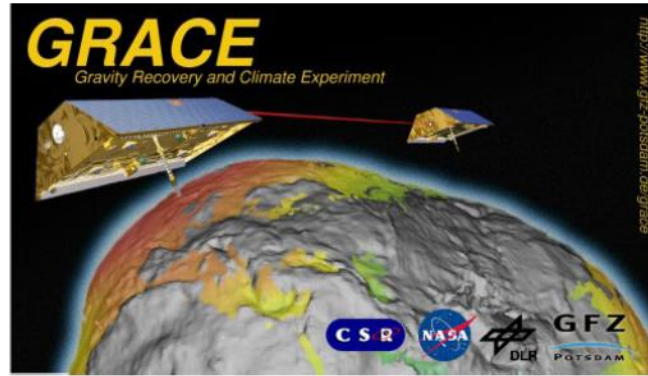
Uydunun yörünge düzleminin eğikliği  $87^0$  dir. Yürütücülüğünü Potsdam'daki Yer Araştırma Merkezi (GFZ) yapmaktadır. Ekonomik destek, Almanya Eğitim ve Araştırma Bakanlığı, GFZ ve DLR (Alman Uzay Araştırmaları Merkezi) gibi kuruluşlar tarafından sağlanan proje uhdesinde gravite alanı, manyetik ve atmosferik konularında araştırmalar gerçekleştirilmektedir. Şekil 2.9a ve 2.9b'de uydunun ön ve arka cepheden görünümü gösterilmektedir.



**Şekil 2.9 a)** CHAMP uydusunun önden görünümü **b)** CHAMP uydusunun arkadan görünümü (Reigber *et al.* 2001).

GRACE uydusu, daha çok gravite alanını iyileştirmeyi ve özellikle gravite alanındaki geçici değişiklikleri belirlemek üzere tasarlanmıştır. 17 Mart 2002’de aynı yörüngede birbirini izleyen ve aralarındaki mesafe yaklaşık 200 km olan ikiz iki tane uydudan oluşmaktadır. Uydunun başlangıçtaki yörünge yüksekliği 500 km dir. Bu yükseklik sistemli bir halde 1.1 km/ay oranında azalmıştır. CHAMP ve GRACE uydularının görev süresi 5 yıldır (Rummel 2003, Schrama 2003).

CHAMP programının devamı özelliğinde olan GRACE amacı, Amerikan Uzay Ajansı (NASA), Alman Uzay Araştırmaları Merkezi (DLR), Uzay Araştırma Merkezi (CSR) ve Potsdam’daki Yer Araştırma Merkezi (GFZ) işbirliğinin bir ürünüdür. GRACE uydularının mevcut pozisyonları ele alındığında uydunun yörünge düzlemi ekvator ile 89.50 derecelik açı yapar. Şekil 2.10’da GRACE uyduları görülmektedir.



Şekil 2.10 GRACE uyduları (İnt. Kyn. 2).

Bu uydular yerin gravite alanının uzun dalga boyu bileşenine çok önemli katkıda bulunmuşlardır. Bunlar, homojenlik ve gravite alan bilgisinin global kapsamda neredeyse tamamını sağlamaktadırlar. Fakat global jeopotansiyel modeller için yapılan hata tahminleri çoğunlukla çok iyimserdir ve/veya global bir ortalama olarak verilmektedir. Bir global jeopotansiyel model kullanıcısı, modelden elde ettiği gravite alan büyükleriyle lokal verilerini karşılaştırarak kendi doğruluk ve hassasiyetini test etmelidir (Kiamehr and Sjöberg 2005).

2006 yılında ise yine gravite alanı belirleme misyonu yüksek çözünürlüklü GOCE uydusuyla dizayn edilmiştir. Yörünge yüksekliği 250 km dir ve görev süresi 18 aydır (Rummel 2003).

Uydunun amacı; gravite anomalilerini  $1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$  doğrulukla belirlemek, jeoidi 1-2 cm doğrulukla belirleyebilmek ve konumsal çözünürlüğü 100 km'den daha iyi elde edebilmektir. Şekil 2.11'de GOCE uydusu görülmektedir



Şekil 2.11 GOCE uydusu (İnt. Kyn. 3).

Bu uydunun amacı; gravite alanının orta ve kısa dalga boyu parçasını belirleyebilme özelliğinden dolayı CHAMP ve GRACE uydularının tamamlayıcısı niteliğindedir. CHAMP, GRACE uydularında bulunan gravite kaynaklı olmayan kuvvetler, uyduların ağırlık merkezine konumlandırılmış bir ivmeölçer (akselerometre) yardımıyla gözlemlenerek gravite sinyalinin uzaklaşabilmektedir. GOCE uydusunda ise, bir gravite uydusunda olması gereken en önemli üç ana kriteri olan; üç boyutta ve daimi olarak konum verisi toplamak, gravite kökenli olmayan kuvvetleri yok etmek ve mümkün olduğunca alçaktan uçabilmek özellikleri vardır (Karşlıoğlu 2006).

### 2.3.4 Kombine Yöntemler

#### 2.3.4.1 Astrogravimetrik Nivelman Yöntemi ile Jeoid Belirleme

Astrojeodezik yöntemle jeoid belirlemek için çok sayıda astronomik ölçünün yapılması gerekir. Teknik literatürde bu sıklık düz arazilerde 25 km'de 1 nokta, dağlık arazilerde ise 10 km'de 1 nokta olması gerektiği şeklindedir. Diğer bir görüşe göre ise bu sıklık düz arazilerde 15 km'de 1 nokta, dağlık arazilerde ise 3 km'de 1 nokta şeklinde ifade edilmektedir. Astronomik ölçüleri bu sıklıkta yapmak oldukça zordur. Bu sebeple M.S. Molodenski, relatif jeoid ondülasyonlarını belirlemek için astronomik ve gravimetrik



verinin bir arada kullanıldığı kombine bir yöntem önermiştir. Bu yöntem astrogravimetric nivelman olarak adlandırılmıştır ve gravimetric çekül sapmalarını da kullanmaktadır (Dragomir *et al.* 1982).

A, B yeryüzü noktalarının çekül eğrisi boyunca jeoid üzerindeki izdüşüm noktaları  $A_0$ ,  $B_0$  arasındaki jeoid yükseklik farkı,

$$\Delta N = \Delta N' + \delta N_1 + \delta N_2 \quad (2.47)$$

ile belirlenmektedir. Bu eşitlikte:

$\Delta N'$  : Astronomik nivelman yöntemiyle bulunan jeoid yükseklik farkını

$\delta N_1$ : Gravimetric düzeltmeyi

$\delta N_2$ : Ortometrik düzeltmeyi

göstermektedir. A ve B yeryüzü noktalarında bilinen astrojeodezik çekül sapmalarından yararlanarak  $\Delta N'$  (2.26) eşitliğinden bulunabilir.

Çekül sapmasının doğrusal olmayan değişimini ifade eden gravimetric düzeltme, astronomik noktaların gravimetric çekül sapma bileşenleri  $\zeta^g$  ve  $n^g$  ile gravimetric jeoid yüksekliği  $N^g$  değerlerinin bilinmesi durumunda (2.24) eşitliği de göz önünde bulundurulur,

$$\delta N_1 = \left[ N_B^g - N_A^g + \frac{\varepsilon_A^g + \varepsilon_B^g}{2} S \right] \quad (2.48)$$

ile belirlenir.  $\Delta N'$  değerlerinin  $\delta N_1$  kadar düzeltilmesi astrogravimetric nivelmanın temel düşüncesidir (Ayhan ve Alp 1994).

Astronomik ölçüler fiziksel yeryüzünde yapılmaktadır. Astrojeodezik jeoidin belirlenebilmesi için çekül sapmasının jeoide ait olması gerekir. Çekül eğrisinin eğriliği nedeniyle yeryüzündeki ve jeoiddeki çekül sapmaları birbirinden farklıdır. Yüzey çekül sapmalarının kullanılması durumunda bu farklılıktan kaynaklanan düzeltmenin hesaplanması gerekir. Bu düzeltme ortometrik düzeltmeye eşit sayılmakta ve

$$\delta N_2 = \sum \frac{g_{AB} - \gamma_0}{\gamma_0} \Delta H_{AB} + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B \quad (2.49)$$

eşitliği ile verilmektedir. Burada,

$g$ : Yol güzergahı boyunca ölçülen graviteyi

$\bar{g}_A, \bar{g}_B$  : Çekül eğrisi boyunca A ve B noktalarındaki ortalama gerçek graviteyi

$\gamma_0$  : Elipsoid üzerinde normal graviteyi ( $\varphi = 45^\circ$ )

$\Delta H_{AB}$  : A ve B noktaları arasındaki yükseklik farkını

$H_A$  : A noktasının yüksekliğini

$H_B$  : B noktasının yüksekliğini

göstermektedir.  $\bar{g}_A, \bar{g}_B$  ortalama gravite (2.13) eşitliğinden faydalanarak hesaplanır (Heiskanen and Moritz 1967).

### 2.3.4.2 GPS/Nivelman Yöntemi ile Jeoid Belirleme

Son yıllarda jeodezik amaçlı uygulamalarda sıkça kullanılan GPS ile elipsoid yüksekliği ( $h$ ) tanımlanan bir elipsoide göre doğrudan belirlenebilmektedir. Fakat jeodezik uygulamalarda  $h$  elipsoidal yükseklik yerine  $H$  ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır. Bu sebeple GPS ile belirlenen koordinatların yerel datuma dönüştürülmesi gerekmektedir. Hem  $H$  ortometrik yüksekliklerin belirlenmesi ve hem de GPS ile belirlenen koordinatların yerel datuma dönüştürülmesi amacıyla duyarlı  $N$  jeoid yüksekliklerinin veya  $\Delta N$  jeoid yükseklik farklarının bilinmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Elipsoidal yükseklik ile ortometrik yükseklik arasında

$$N = h - H \quad (2.50)$$

ilişkisi vardır. Burada  $N$  jeoid yüksekliği olup iki yükseklik türü arasındaki dönüşümü sağlamaktadır. Bu yöntemin, günümüzde kullanılan en basit jeoid belirleme yöntemi olduğu söylenebilir.

Pratikte (2.50) eşitliğiyle verilen ilişki, sistematik bozulmalar ve üç yükseklik türünün kendi içindeki datum farklılıkları gibi çeşitli hatalardan dolayı yeterli doğrulukta hesaplanamaz. Bu farklı yüksekliklerin entegrasyonu için (2.50) eşitliğine bir düzeltici yüzey modeli ilavesi gerekir. Bu tür bir modelin rolü, datum farklılıklarını ve herhangi bir sistematik bozulmayı ortadan kaldırmaktır. Zira sistematik etkiler oldukça büyük, hatta birkaç desimetre mertebesine ulaşabilmektedir. Bu yüzden orijinal yükseklik

verisine bir tür yüzey uydurma gereklidir (Sideris *et al.* 1992, De Bruijne *et al.* 1997, Fotopoulos *et al.* 1999, Fotopoulos *et al.* 2003).

### 2.3.4.3 Kaldır-Hesapla-Yerine Koy Yöntemi ile Jeoid Belirleme

Gravimetrik jeoid kaldır-hesapla-yerine koy (remove-compute-restore) tekniği olarak bilinen Stokes integrali ve küresel harmonik açılımın bir kombinasyonu ile belirlenebilir. Jeoid yüksekliğinin, herhangi bir jeopotansiyel modelden elde edilen uzun dalga boyu parçası ve topografik etkilerden dolayı kısa dalga boyu parçası gözlemlenmiş gravite anomalilerinden matematiksel olarak kaldırılır. Artık gravite anomalilerinin Stokes integralinde kullanılmasıyla, jeoid yüksekliğinin orta dalga boyu parçası hesaplanmaktadır. Daha sonra noktaların jeoid yükseklikleri, uzun ve kısa dalga boyu parçalarının tekrar yerine konmasıyla elde edilir (Zhan-ji 1998, Luo *et al.* 2005).

Kaldır-Hesapla-Yerine Koy tekniği ile gravimetrik jeoid ondülasyonunun hesabı, üç kaynaktan oluşan kombine edilmiş çözüm ile yapılır (Şekil 2.12). Bunlar, bir global jeopotansiyel model (GM), lokal gravite anomalileri ( $\Delta g$ ) ve topografyadır. Buna göre gravimetrik jeoid ondülasyonu,

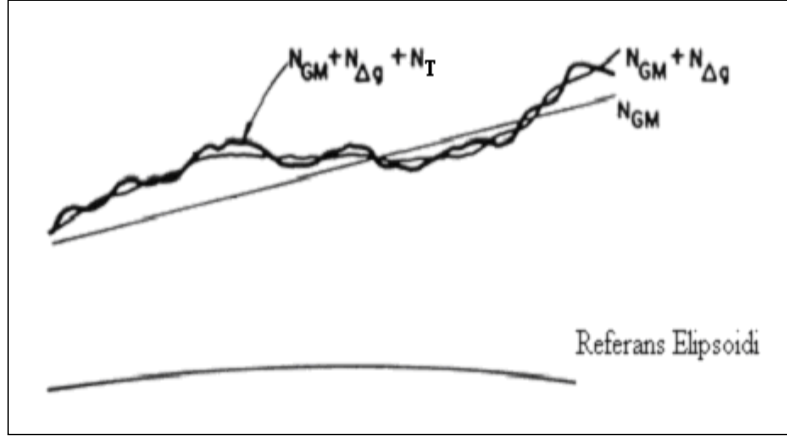
$$N = N_{GM} + N_{\Delta G} + N_T \quad (2.51)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

$N_{GM}$ : Jeoid yüksekliğinin, herhangi bir jeopotansiyel modelden elde edilen uzun dalga boyu parçası

$N_{\Delta g}$ : Jeoid yüksekliğinin, indirgenmiş gravite anomalilerinin Stokes integralinde kullanılmasıyla elde edilen orta dalga boyu parçası

$N_T$ : Jeoid yüksekliğinin, topografik yüksekliklerden elde edilen kısa dalga boyu parçasını gösterir.



Şekil 2.12 Jeoid belirlemeye farklı veri türlerinin katkıları (Sideris 1994).

Global jeopotansiyel modelin jeoid yüksekliklerine katkısı; küresel yaklaşımda  $\Delta g$  ve  $N$ 'nin jeopotansiyel model kısmı,

$$\Delta g_{GM} = \dot{G} \sum_{n=2}^{n_{max}} (n-1) \sum_{m=0}^n [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \quad (2.52)$$

$$N_{GM} = R \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \quad (2.53)$$

eşitliklerinden hesaplanır. Bunlar genellikle, bir jeopotansiyel modelden elde edilirler.

Burada;

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  : Tam normalleştirilmiş küresel harmonik katsayıları

$n, n_{max}$  : Jeopotansiyel çözümün büyüme sırası ve maksimum değeri

$\bar{P}_{nm}$  : Tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonu

$\dot{G}$  : Yerin ortalama gravitesi

$R$  : Yerin ortalama yarıçapı

$\phi$  : Jeosentrik enlem

$\lambda$  : Jeosentrik boylam (jeodezik boylam) dır ( Sideris 1994).

Küresel harmonik katsayıların elde edilmesinde, uydu altimetresininin verilerinden elde edilen ve yeryuvarında ölçülen gravite verileri kullanılır. Jeopotansiyel modeller; harmonik katsayılar seti, uydu izleme istasyonlarının jeosantrik koordinatları ve jeoide en çok uyum gösteren referans elipsoidine ait ekvatorial yarıçapından meydana gelir (Turgut *et al.* 2002).

İndirgenmiş gravite anomalilerinin jeoid yüksekliklerine katkısı; artık gravite anomalisinin ( $\Delta g$ ) katkısıyla hesaplanan  $N_{\Delta g}$ , küresel yaklaşımda Stokes integraliyle

$$N_{\Delta g}(\phi_p, \lambda_p) = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_E \Delta g(\phi, \lambda) S(\Psi) \cos\phi d\phi d\lambda \quad (2.54)$$

elde edilebilir. Burada;

$E$  : Entegrasyon küresini

$\phi, \lambda$  : Veri noktasının enlem ve boylamını

$\phi_p, \lambda_p$  : Hesap noktasının enlem ve boylamını

$\Delta g$  : Artık gravite anomalisini

$S(\Psi)$  : Stokes fonksiyonunu

$\Psi$  : Veri noktası ile ölçü noktasın arasındaki küresel uzaklığı

göstermektedir. Artık gravite anomalileri,

$$\Delta g(\phi, \lambda) = \Delta g_{FA}(\phi, \lambda) - \Delta g_{GM}(\phi, \lambda) + c(\phi, \lambda) \quad (2.55)$$

eşitliğinden hesaplanır. Bu eşitlikte,

$\Delta g_{FA}$  : Serbest-hava gravite anomalisini

$\Delta g_{GM}$  : Bir jeopotansiyel modelden hesaplanan gravite anomalisini

$c$  : Arazi düzetmesini

göstermektedir (Zhan-ji 1998, Sideris 1997).

Topografyanın jeoid yüksekliklerine katkısı

$$N_T(x_p, y_p) = -\frac{\pi G\rho}{\gamma} h^2(x_p, y_p) - \frac{G\rho}{6\gamma} \iint_E \frac{h^3(x,y) - h^3(x_p, y_p)}{r^3} dx dy + \frac{G\rho}{40\gamma} \iint_E \frac{h^5(x,y) - h^5(x_p, y_p)}{r^5} dx dy \quad (2.56)$$

şeklindedir. Bu eşitlikte,

$r$  : Hesap noktası  $(x_p, y_p)$  ile veri noktası  $(x, y)$  arasındaki düzlemsel uzaklığı

$G$  : Newton'un çekim sabitini

$\rho$  : Topografyanın yoğunluğunu

$\gamma$  : Elipsoid üzerindeki normal graviteyi

$h$  : Topografik yüksekliği

göstermektedir (Sevilla 1997, Corchete *et al.* 2006, Sideris and She 1995).

## 2.4 Jeoid Yükseklikleri İçin Enterpolasyon Yöntemleri

Günümüz teknolojisinde sayısal olarak arazi modellemek için kullanılan enterpolasyon, sayısal arazi modelinde yüksekliği belli olmayan noktaların yüksekliklerini hesaplama imkânı sağlar. Enterpolasyon, genel manada aşağıda belirlenen uygulamalar için kullanılır (Weibel 1991).

- Tek noktanın konum yüksekliğinin hesaplanması
- Modelleme noktalarından faydalanılarak grid yüksekliğininin hesaplanması
- Eşyükseklik eğrilerinde, eğri boyunca nokta konumunun hesaplanması
- Gridler için sıklaştırma/seyrekleştirme (yeniden modelleme)

Dayanak noktalarını yeterince iyi bir şekilde temsil eden örnek bir yüzeyin belirlenmesi aynı zamanda enterpolasyon büyüklüklerinin de hesaplanabilmesi manasına gelir. Konumu bilinen rastgele bir enterpolasyon noktasındaki tahmin değeri, söz konusu örnek yüzeyin o noktadaki mevcut yükseklik değeri ile aynı olur. Yüzeyin tespitinde kullanılacak değişik yaklaşımlara bağlı olarak farklı enterpolasyon metotları türetilmiştir (Yanalak 1997). Yüzeyin belirlenmesinde kullanılan yaklaşımlar:

1. Nokta nokta olarak yapılan enterpolasyon
2. Bölgesel olarak belirlenmiş kısım kısım fonksiyonlarla yapılan enterpolasyon
3. Tüm arazideki noktaları kapsayan tek bir fonksiyonla yapılan enterpolasyon olarak 3 farklı grupta incelenir.

Noktasal olarak yapılan enterpolasyon uygulamasında, enterpole edilecek her bir nokta için yüksekliği hesaplanmak istenen noktayı dıştan çevreleyen, ölçüm dairesi veya karenin iç kısmına denk gelen dayanak noktaları bu yöntemde kullanılmaktadır. Bu özelliklere sahip noktalar; ağırlıklı ortalama, düşük dereceli polinom veya istenen diğer bir fonksiyonun sayısal parametrelerini hesaplanmasında kullanılmaktadır (Yener 1993). Noktasal enterpolasyon metotları:

- Ağırlıklı ortalama metodu
- Kayan yüzeyler metodu
- Lineer metot
- Bilineer metot

olarak listelenebilir.

Bölgesel olarak tanımı yapılmış kısım kısım fonksiyonlarla enterpolasyon metodunda, bölge küçük kısımlara ayrılır ve her bir kısım seçilen fonksiyonla gösterilmeye çalışılır. Bu durumda kısımlara ayrılan bölgelerin sınırları boyunca çatlak ve süreksizlik gibi durumlar görülebilir. Bu durumdan uzaklaşmak için kısımlardaki fonksiyonları, her birini sınırları boyunca üst üste gelecek şekilde çakıştırmak suretiyle birleştirme fonksiyonları kullanılmaktadır (Yiğit 2003).

Kısım Kısım enterpolasyon yöntemleri:

- En küçük kısımlardaki polinomlar
- En küçük kareler yöntemi
- Sonlu elemanlar yöntemi
- Üçgen elemanlarında
- Beşinci dereceden polinom üçgen elemanlarında iki değişken ile
- Dörtgen elemanlarla bilinear olarak yapılan enterpolasyon olarak listelenebilir (Köse 2006).

Tüm sahayı kaplayan bir tek fonksiyonla yapılan enterpolasyon yaklaşımında tüm sahayı ifade eden  $z=f(x)$  fonksiyonu eş zamanlı olarak sahadaki tüm dayanak noktaları kullanılarak tespit edilir. Bu yöntem;

- Multikvadratik yöntem
- Lineer en küçük kareler yöntemi
- Çift Fourier serileri yöntemi

örnek olarak verilebilir (Bayrak 1996).

### 2.4.1 Ağırlıklı Ortalama Yöntemi

Ağırlıklı ortalama enterpolasyon yöntemi, çok kolay bir algoritmayla çalışması ve yazılım tekniği bakımından elverişli olması sebebiyle tercih edilir ve sık olarak uygulanan bir metottur. Kolay bir yöntem gibi görünmesi ile birlikte, birden fazla uygulamada gayet etkin ve anlamlı sonuçlar sağlamaktadır. Genel olarak, kestirim yapılacak noktadaki yüzey değeri, dayanak noktalarındaki okunan yüzey değerlerinin belli bir parametreye göre ağırlıklandırılmış ortalamasının işleme alınmasıyla hesaplanır (Açıkgöz, 2002). Ağırlıklı ortalama metodun da nokta verileri enterpolasyon esnasında ağırlıklandırılır ve bu sebeple enterpole edilip hesaplanacak olan noktanın grid köşe noktasına uzak olan dayanak noktalarının işleme olan etkisi, grid köşesine yakın olan noktaya göre daha az olur (Yang *et al.* 2004).

Ağırlıklı ortalama metodun da, rastgele seçilen bir  $j$  noktasına ait  $\hat{Z}_j$  grid düğüm noktasının yüzey değeri ve  $n$  ( $i=1, \dots, n$ ) sayıdaki dayanak noktasına ait  $Z_i$  yüzey değerlerinden faydalanılarak,

$$\hat{Z}_j = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_i}{h_{ij}^\beta}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_{ij}^\beta}} \quad (2.57)$$

$$h_{ij} = \sqrt{d_{ij}^2 + \delta^2} \quad (2.58)$$

denklemleri yardımıyla belirlenir. Denklemlerde:

$h_{ij}$ :  $i$  komşu noktası ile  $j$  yüzey noktası arasında belirlenmiş enterpolasyon yatay mesafesi

$\hat{Z}_j$ : griddeki düğüm noktasının enterpolasyon işlemi sonrası elde edilmiş yüzey değeri

$d_{ij}$ :  $i$  komşu noktası ile  $j$  yüzey noktası arasındaki yatay uzaklığı

$Z_i$ : komşu dayanak noktalarının yüzey değerlerini

$\beta$ : ağırlık katsayısı



$\delta$  : yumuşatma parametresi olarak gösterilir (Golden Software Surfer 13).

Bu metotla kestirim yapılan tüm dayanak noktalarının işleme alınmasına gerek duyulmamaktadır. Dayanak noktalarının sahip oldukları ağırlıklarının ( $\beta$ ) mesafeye bağlı olarak tespit edildiği tasvir edilirse, uzaklık yani ara mesafe arttıkça ağırlık değeri küçülmüş olacak ve bir noktadan sonra değer sifira gelmiş olacaktır. Bu durumda, ağırlığı sıfır olan bir dayanak noktasının kestirimi yapılırken hiçbir manada etkisinin olmayacağına göstergesidir (Alkanalka 2005). Bu sebeple uygulamadaki her bir enterpolasyon noktasının sahip olduğu yüzey değeri, o noktayı kapsayacak şekilde etrafında çizilecek kritik bir daire içinde kalan dayanak noktalarının sahip olduğu yüzey değerlerinden yola çıkılarak hesaplanır. Daire çizmek yerine kare ya da dikdörtgen çizmek de işe yarayacaktır. Dairenin kapsamı dışında kalan dayanak noktaları hiçbir surette hesaba dâhil edilmez. Bu sebeple ciddi manada önem kazanan kritik daire çapı yöntemin işleneceği araziye göre değişik büyüklükler olarak girilebilir (Yanalak 1997).

Kritik daire kullanmanın dışında farklı bir fikir olarak ise enterpole edilmesi planlanan noktanın doğal komşularını işleme dahil etmek olarak düşünülebilir. Yanalak (2002) yaptığı uygulamada Sibson (1977), Lee ve Preparata (1984), Watson ve Philip (1984) yaptığı uygulamaları referans göstererek doğal komşulukların hesap manasında geometride önemli bir yer edindiğini göstermiştir. Bununla birlikte Macedonio ve Paraschi'nin (1991) yaptıkları çalışmalarına göre, enterpolasyonu yapılan bir noktanın dayanak noktaları ile beraber delunay kıstaslarına bağlı olarak üçgenlenirse enterpolasyon noktası ile birleşerek üçgenin kenarını oluşturan tüm dayanak noktaları enterpolasyonu yapılan noktanın doğal komşuları olacaklardır. Diğer yandan ağırlıklı ortalama metodu ile enterpolasyon uygulaması yalnızca bu dayanak noktaları işlenerek yapılabilir. Doğal komşuların işlenmesi ile kritik daire ya da dikdörtgen boyutunun belirlenmesine ihtiyaç duyulmayacaktır (Yanalak 2002b).

#### **2.4.2 Kriging Yöntemi**

Kriging, bu metodu ilk defa geliştiren D.G. Krige adında Afrikalı bir maden mühendisinden ismini almıştır. Kriging metodu, konumsal kestirimler yapmak için

kullanılan geoistatistiksel bir metottur. Bu metod, matematiksel jeodezide yer bulan kollokasyon olarak bilinen en başarılı doğrusal yansız kestirimci (BLUP [best linear unbiased predictor]) veya en başarılı doğrusal yansız hesaplayıcı (BLUE [best linear unbiased estimator]) olarak literatür de tanımlanır (Boogaart and Schaeben 2002). Kriging yöntemi ve kollokasyon yöntemlerinin karşılaştırılıp analiz edilmesi Dermanis (1984) tarafından yapılmıştır (Martensson 2002).

Bugün kriging yöntemleri yaygın olarak çok çeşitli disiplinlerde işlemlerde kullanılmaktadır. Bunlar gerçek isimleri Simple Kriging, İndicator Kriging, Ordinary Universal Kriging, (Punctual) Kriging, Block Kriging, Disjunctive Kriging, Cokriging olarak verilebilir (Yiğit 2003).

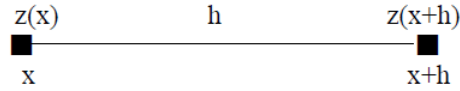
Kriging metodunun esası bölgesel anlamda değişkenler teorisine dayanmaktadır. Noktaların yükseklikleri tarafından ifade edilen durumlarda yersel konum değişimi yüzey boyunca matematiksel ve istatistiksel olarak homojen olduğu kabul edilir. Yüzey; sabit bir ortalama ya da trend'den oluşan yapısal bir bileşen, rastgele fakat konumsal olarak korelasyonlu bileşen ve konumsal olarak korelasyonsuz kalıntı hata terimi olmak üzere üç ana bileşenin toplamı olarak ifade edilir (Martensson 2002)

Tragmar *et al.* (1985) yaptıkları Kriging analizini diğer interpolasyon metotlarından ayıran en büyük faktör, tahmin edilmesi mümkün her nokta veya her alan için farklı bir varyans değerinin hesap sonucu elde edilmesidir ki bu, öngürülen değer için güven seviyesinin bir göstergesidir. Şayet bir nokta ya da bir alan için hesaplanmış varyans değeri, söz konusu konumun gerçek varyansından daha küçük ise arazi yeteneğinin ölçüm yapılmayan nokta veya alanı için öngürülen değerinin kabul edilir ve güvenilir olduğu söylenebilir. Dolayısıyla Kriging varyansı diye de adlandırılan bu varyans, verilerin sahip olduğu gerçek değerlere bağlı olmamaktadır, bu varyans verinin sayısı ve verilerin kendi aralarındaki yatay uzaklığa bağlıdır (Üstüntaş 2006).

İstatistiksel yöntemler incelenen değişkenler arasında bir bağlantı olmadığını varsayarlar. Örneğin yapılan bir zar atışı ile bir sonraki atışın sonuçları arasında hiçbir ilişki yoktur. Her iki zar atışının sonucu da bir ile altı arasında herhangi bir değer olabilir. Sonuç ve değerler rastlantısaldır (Uyar 2005). Geoistatistiksel yöntemlerde ise değişkenler birbirleri ile ilişkilidir. Buna göre, birbirine yakın aralıklarla alınan örneklerin birbirlerinden daha uzak aralıklarla alınan örneklerden daha fazla benzerlik göstermeleri beklenir. Örnekler arasındaki benzerlik, örnek noktaları arasındaki mesafe

arttikça azalma gösterecek belli bir noktadan sonra ise konumsal bağımlılık sona erecektir.

Konumsal değişkenin değerleri arasındaki farkın uzaklığa bağlı değişimleri jeostatistikte variogram fonksiyonu ile ortaya konur. Variogram fonksiyonu, birbirinden  $h$  uzaklığıyla ayrılmış iki rastlantı değişkeni arasındaki farkın varyansı şeklinde ifade edilir (Tercan ve Saraç 1998).



$x$  noktasındaki örnek değeri  $z(x)$ , bundan  $h$  kadar mesafedeki  $x+h$  noktasındaki örnek değeri ise  $z(x+h)$  ile gösterilsin, buna göre varyans;

$$2\gamma(h) = \text{Var}[Z(x) - Z(x + h)] \quad (2.59)$$

Varyansa ilişkin;  $\text{Var}(Z) = E(Z)^2 - \mu^2$  eşitliği kullanılarak variogram beklenen değer cinsinden,

$$2\gamma(h) = E[Z(x) - Z(x + h)]^2 \quad (2.60)$$

şeklinde yazılabilir (Tercan ve Saraç 1998).

Variogram fonksiyonu, mesafe ve yönün bir fonksiyonudur. Çalışma alanının ilgili bölgesel değişkeni için ne özellikler gösterdiğini anlamaya yardımcı olur. Bu fonksiyon ile değişkenin homojenlik ve izotropluk dereceleri, düzenliliği ve bir örneğin etkili olduğu uzaklık belirlenir. Variogram deneysel ve teorik (model) variogram olmak üzere iki bölümden oluşur. Deneysel variogram her noktanın varyansının hesaplanması ile bulunur. İkinci aşamada deneysel variogramdaki trendi modelleyen basit matematiksel fonksiyon olan teorik variogram seçilir (Yaprak 2007).

#### 2.4.2.1 Deneysel Variogram

Kriging yöntemi ağırlıklı ortalama yöntemine benzer bir şekilde yakındaki noktalardan daha fazla etkilenmeyi sağlayan bir ağırlık modeli kullanır. Kriging yönteminin genel denklemi aşağıda (2.61) verilmiştir.

$$Z_p = \sum_{i=1}^n W_i Z_i \quad (2.61)$$

$Z_p$  : P noktasının aranan ondülasyon (yükseklik) değeri

$W_i$  :  $Z_p$  nin hesabında kullanılan her bir  $Z_i$  ye karşılık ağırlık değerleri

$Z_i$  :  $Z_p$  nin hesabında kullanılan noktaların ondülasyon (yükseklik) değerleri

$n$  :  $Z_p$  nin hesabında kullanılan nokta sayısı

Isaaks ve Srivastava (1989)'nın çalışmasına göre Kriging enterpolasyon metodunda kullanılan ana eşitlik analiz edildiğinde en büyük problem  $W_i$  ağırlıklarının tespitidir. Söz konusu ağırlıklar ise variogram fonksiyonu kullanılarak bir tanıma kavuşturulabilir. Rastgele bir uygulama bölgesinde enterpolasyon metodu olarak Kriging metodunun kullanılması öngürülüyorsa bu durumda kullanılacak variogram modeline ait tüm parametreler daha önceden bilinmeli veya çalışma alanında bulunan verilerden faydalanılarak deneysel variogram modeli türetilmelidir. Elde edilmiş olan bu deneysel variogram modelinden faydalanılarak teorik modelin belli olmayan parametreleri belirlenmelidir (İnal ve Yiğit 2004).

Journel and Huijbregts (1978)'ın çalışmasında ise yarıvariogram modelleri belli bir x mesafesi ile birbirinden ayrılan model çiftleri arasındaki varyansın yatay mesafeyle olan bağımlılığını belirtirler. Başka bir deyişle örnekleme çiftleri arasındaki yatay mesafenin bir fonksiyonu olarak uzaysal anlamda bağımlılığını gösterir ve matematiksel olarak aşağıda gösterilen eşitlikle ifade edilebilirler (Başkan 2004).

$h$  uzaklığı elde etmek için iki boyutta deneysel semivaryans;

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{h_{ij}}^{N(h)} (Z(x_i, y_i) - Z(x_j, y_j))^2 \quad (2.62)$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada,

$$h_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (2.63)$$

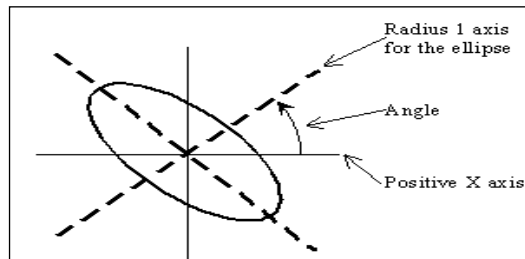
$h_{ij}$  :  $i$  ve  $j$  noktaları arasındaki yatay mesafe değeri

$N(h)$  :h vektörü uzunluğundaki nokta çiftleri sayısı

$\gamma(h)$  :h uzunluğundaki semivaryans değeridir (Yiğit 2003).

Öte yandan modeller arasındaki konumsal ilişki ara mesafe boyutundan diğer bir yöne göre de gelişebilir. Kendi aralarında h mesafesi kadar uzaklıktaki örnekler yön faktöre değerlendirmeye alınmadan hesaplanmaya çalışılırsa bu türdeki variogramlar yön bağımsız diye isimlendirilir. Lakin rastgele seçilmiş bir yöndeki h uzunluğuna sahip vektör çiftleri göz önüne alınarak hesaplanan variogramlar yönsel variogram diye isimlendirilir. Mesela  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 90^\circ$  ya da  $\theta = 45^\circ$  yönünde variogramlar elde edilebilir.  $\theta$  değeri, X esas yönü olan açı ve  $\Delta\theta$  tolerans değerini belirtmek üzere  $(\theta - \Delta\theta < \theta < \theta + \Delta\theta)$  olarak gösterilebilir (Yiğit 2003).

Bölgesel bir değişkenin değerlendirmesinde esas alınan konumsal bir örneğin kapsama alanı tüm yönlerde eşit etkiyi her zaman göstermeyebilir. Sabit yönde, belli bir mesafe içinde devamlılık gözlenmesine rağmen, başka bir yönde devamsız ve düzensiz farklı durumlar tespit edilebilir. Yerleşmiş bir değişkenin modelleri arasında belli bir ara mesafe içerisinde sürekliliğin yön olarak değişiklik göstermesi ve söz konusu değişkenin anizotropik bir özellikte değişken olduğunu ortaya koyar (Konuk 2011). Değerlendirmeye alınan özellikler için belirlenen yarı variogram sonuçlarının yönlerle ilgili olarak farklılık göstermesi yönsel (anizotropik) bağımlılığın bir belirtisidir. Yönsel bağımlılığın belirlendiği farklı durumlarda, varyasyonun en yüksek ve en düşük olduğu yönler gözönüne alınıp hesaplanan bir katsayının yarı variogramın mutlaka eğim denkleminde eklenmesi gerekmektedir (Webster and Oliver 1990).



**Şekil 2.13** Anizotropinin belirlenmesinde kullanılan elips.

Kriging metodunda ölçüm noktalarındaki yüzeylere ait değerleri belirli bir şekilde benzerlik içeriyorsa başka bir deyimle yapılan ölçümlerde anizotropi mevcutsa, bu istikametteki noktalara daha yüksek oranda ağırlık tanımlanır. Ölçüm yapılan noktalara

verilmesi planlanan olan bu göreceli ağırlık, oran ve istikamet olmak üzere iki parametre değerleri bilinen bir elips ile belirtilir (Keçeci 2011).

Söz konusu oran, elipse ait küçük eksenin büyük eksene bölünmesiyle elde edilebilir. Doğrultunun tanımı ise ana eksen ile elipse ait küçük eksen arasındaki saat yönünün tersinde olan açı olarak söylenebilir (Şekil 2.13). Bu uygulama tamamıyla ölçülerin yapısına bağlı olarak, deneysel olarak yapılır (Açıkgöz 2002).

Bu metottaki variogram fonksiyonundaki ağırlıkların tespit edilmesinde aşağıdaki yol izlenmelidir (İnal ve Yiğit 2003).

Ağırlıklar,

$$Var [\hat{Z}_p - Z_p] = \min \quad (2.64)$$

olması koşuluna göre türetilen,

$$\begin{aligned} W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + \dots + W_n\gamma(h_{1n}) &= \gamma(h_{1p}) \\ W_1\gamma(h_{21}) + W_2\gamma(h_{22}) + \dots + W_n\gamma(h_{2n}) &= \gamma(h_{2p}) \\ &\vdots \\ W_1\gamma(h_{n1}) + W_2\gamma(h_{n2}) + \dots + W_n\gamma(h_{nn}) &= \gamma(h_{np}) \end{aligned} \quad (2.65)$$

lineer olan denklem sistemi uygun olarak çözümlenir. Matris gösteriminde ise

$$\gamma W = \gamma_0 \quad (2.66)$$

yazılabilir. Burada;

$\gamma$ : hesaptaki dayanak noktaları arasında meydana gelen muhtemel bütün çiftlerin variogram değerlerine ait n boyutlu kare matris

$W$ : n boyutlu ağırlık bilinmeyenleri vektörü

$\gamma_0$ : enterpole edilecek nokta ile dayanak noktası arasındaki variogram değerleri vektörü (n boyutlu)

Ayrıca enterpolasyonun yansız olması için;

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad (2.67)$$

şartı öne çıkarılır. Bu durumdaki (2.61) denklem sistemi

$$\begin{aligned} W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + \dots W_n\gamma(h_{1n}) &= \gamma(h_{1p}) \\ W_1\gamma(h_{21}) + W_2\gamma(h_{22}) + \dots W_n\gamma(h_{2n}) &= \gamma(h_{2p}) \\ &\vdots \\ W_1\gamma(h_{n1}) + W_2\gamma(h_{n2}) + \dots W_n\gamma(h_{nn}) &= \gamma(h_{np}) \\ W_1 + W_2 + \dots W_n &= 1 \end{aligned} \quad (2.68)$$

şeklini alır.

(2.64) numaralı denklem sistemi incelendiğinde n tane bilinmeyen ve (n+1) tane denklem olduğu görülür. Çözümün yansız olması istendiği için ( $\lambda$ ) denkleme Lagrange çarpanı eklenir. Lagrange çarpanı ile denklem sayısı denklemdeki bilinmeyen sayısı ile eşitlenir ve bu denklem sistemi;

$$\begin{aligned} W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + \dots W_n\gamma(h_{1n}) + \lambda &= \gamma(h_{1p}) \\ W_1\gamma(h_{21}) + W_2\gamma(h_{22}) + \dots W_n\gamma(h_{2n}) + \lambda &= \gamma(h_{2p}) \\ &\vdots \\ W_1\gamma(h_{n1}) + W_2\gamma(h_{n2}) + \dots W_n\gamma(h_{nn}) + \lambda &= \gamma(h_{np}) \\ W_1 + W_2 + \dots W_n &= 1 \end{aligned} \quad (2.69)$$

olur. Matris gösterimi ile,

$$\gamma W = \gamma_0 \quad (2.70)$$

yazılabilir. Burada;

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \cdot & \cdot & \gamma(h_{1n}) & 1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \cdot & \cdot & \gamma(h_{2n}) & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \cdot & \cdot & \gamma(h_{nn}) & 1 \\ 1 & 1 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ W_p \\ \lambda \end{bmatrix} \quad \gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(h_{1p}) \\ \gamma(h_{2p}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma(h_{np}) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

olmak üzere  $W$  bilinmeyenler vektörü;

$$W = \gamma^{-1} \gamma_0 \quad (2.73)$$

formülü ile hesaplanır ve enterpolasyon noktasının Kriging varyansı,

$$\sigma_{OK}^2 = W^T \gamma_0 \quad (2.74)$$

denklemine göre bulunur. Denklemdaki ağırlıklar tespit edildikten sonra Kriging temel denkleminde uygulama alanındaki rastgele bir nokta için enterpolasyon değeri (2.61) eşitliğine göre belirlenir. Ağırlıklar bahsi geçen metottaki kovaryans fonksiyonlarından veya variogram fonksiyonlarından faydalanılarak hesaplanabilir. Özellikle geoistatistik biliminde geçen ağırlıklar variogram değişkenlerine göre yukarıdaki denklem sistemlerinde hesaba dahil edilerek bulunur. Uygulama sahasındaki rastgele bir  $P$  noktasındaki enterpolasyon sonucuna erişmek için işleme alınan dayanak noktası sayısı hesaplanacak ağırlıkların sayısını da değiştirmektedir. Uygulamadaki dayanak noktalarının her biri için bir ağırlık hesaplanmaktadır. Değişik konumlarda bulunan ve aynı uygulama noktalarını dayanak noktası olarak hesaba katan noktalarda ağırlıklar değişken olacaktır. Geline süreçte Kriging metodunun algoritmasında her yeni nokta



için ağırlık hesaplanması işleminin tekrarlı bir şekilde hesaplanması anlamına gelmektedir (İnal ve Yiğit 2003).

Kriging metodundaki deneysel semivariogram verilerini hesaplanması işlemine geçilmeden önce, modellenen değişkenlere ait değerlerin dağılım sisteminin önceden beirlenmesi gerekmektedir. Konumsal olan değişkenler için dağılım, normal, lognormal ya da üstel (eksponansiyel) olabilir. Şayet, dağılım modelinde inceleme yapılmadan önce deneysel semivariogram hesap çalışmaları yapılırsa, üretilen değerlere göre uygun model belirlemek her zaman mümkün olmayabilir. Mesela, lognormal dağılımda olan bir değişken için deneysel semivariogram hesaplamalarını, parametrenin logaritmik sonuçları ile yapılamazsa, üretilen sonuçlarla uyumlu model ya hatalı görünecek veya işlemle uyumlu bir model elde etmek her zaman mümkün olmayacaktır (Konuk 2011).

#### **2.4.2.2 Teorik Variogram**

Burada, deneysel olan variogramlarda variogram'a ait değerler belli olan uzaklıklar da hesaplanır. Bahsi geçenlerin dışında olan uzaklıklar da variogramın değerleri hakkında bilgi elde edilemez. Isaaks ve Srivastava (1989)'ye göre bölgesel bir değişkene ait özelliklerin tespitinde ve bilhassa modellenmemiş noktalarındaki değerlerinin tahmininde variograma ait değer tüm uzunluklarda bilinmesi gereklidir. Bu durum ise deneysel variogram değerlerine uygun bir fonksiyon tasarlamayı gerektirir.

Geoistatistikte sık olarak işlem gören variogram modelleri aşağıda gösterilmiştir. (Golden Software 13).

Küresel model

Gauss model

Kuadratik model

Kübik model

Logaritmik model

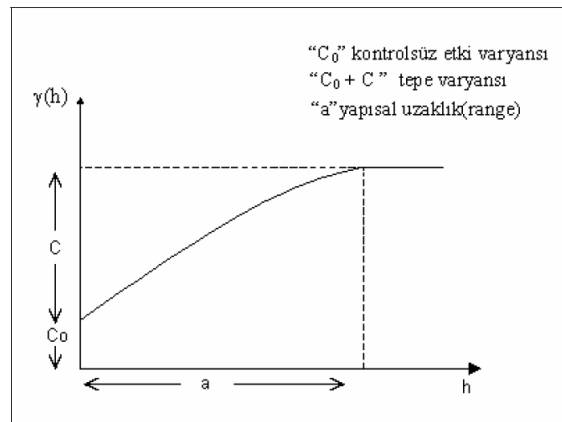
Power model

Üssel model

Lineer model

Dalga (Hole effect) model

Teorik manada  $h = 0$  olduğu durumda variogram değeri sıfır olmaktadır [ $\gamma(0) = 0$ ]. Bu çıkarımdan yola çıkarak, uzaklığa bağlı olan değişimin eldeki verilerden tespit edilebileceği limit bir uzaklık değeri mevcuttur. Söz konusu sınır değer, tüm hâlihazırdaki örnekler arasından, birbirine en benzer olan iki farklı örnek arasındaki mesafedir. Uygulama aşamasında, bahsi geçen uzaklıktan daha düşük uzaklıklarda, uzaklık değerleri arasındaki ikili farklarının değişimi, yeterli değer elde edilemediğinden belirlenemez ve bu durum söz konusu variogramın başlangıcında bir devamsızlığa (0 değerinden değişik bir pozitif değer almasına) sebep olur. Orijindeki devamsızlığı bir diğer sebebi de modelleme ve değerlendirme hatalarıdır. Süreksizliğe neden olan bu iki kaynağı birbirinden ayırt etmek pek mümkün olmamaktadır ve variogramdaki bu durumun meydana getireceği kontrollü olmayan bir etki varyansı (külçe etkisi, nugget variance) " $C_0$ " formunda gelişir ve ortaya çıkar. Bu etki ölçme kaynaklı hatalardan, adı geçen özelliğin yapısından veya örnekleme yapılan noktalar arasındaki mesafenin incelenen toprak özelliğinin konumsal (spatial=yersel) bağımlılık derecesini tespit edebilmek için elverişli olmamasından kaynaklanan varyasyonu içine alır (Öztaş, 1995). Konumsal değişken variogramı sabit bir mesafeden sonra mevcut artışını durdurur ve tepe varyansı (eşik) " $C_0 + C$ " değeri etrafında sonuçlar oluşmaya başlar. Variogramın limit değerine vardığı uzaklık etki kapsamı (yapısal uzaklık, range) " $a$ " halinde adlandırılır ve fiziksel manada bir örneğin etki kapsamı kavramına mukabele eder (Şekil 2.14). Yapısal olan uzaklıktan çok daha büyük uzaklıklarda olan bir değer başka bir diğer değer üstünde herhangi bir etkisi yoktur, diğer bir deyişle konumsal bağımlılık sona ermiştir (Tercan ve Saraç 1998).



Şekil 2.14 Yarıvariogram bileşenleri (Başkan 2004).

Bardosy (2002)'ye bakılırsa teorik variogramlar, variogram denklemi ile hesaplanan amprik variogramlardan faydalanarak tespit edilir veya Kriging metodu ile variogram fonksiyonu ile kendi aralarında çapraz olarak bir doğrulama metodu kullanılır. Deneysel variogram modelinden teorik variogram modelinin belirlenmesinde;

- Tecrübeye dayalı kestirim
- Maximum olabilirlilik
- Robust
- Ağırlıklı en küçük kareler yöntemi

Vb. çeşitli yaklaşımlar mevcuttur. Bu yaklaşımlardan ilki istatistiksel bir anlam taşımadığı için farklı kişiler aynı modeli farklı parametrelerle bulacaktır (Yiğit 2003)

#### 2.4.3 Multikuadratik Enterpolasyon Yöntemi

Bu enterpolasyon metodunun temel amacı uygulamadaki dayanak noktalarının hepsini eş zamanlı işleme sokarak araziye bir tek fonksiyon ile açıklamaktır. Metodun bilimsel anlamda uygulanması ilk olarak, m sayıdaki dayanak noktası kullanmak suretiyle yeni trend bir yüzey geçirilir. Geçirilen bu yüzey için polinom, harmonik seri veya trigonometrik fonksiyonlar uygulanabilir (Yanalak 1997). Leberl (1973)'e bakılırsa günümüze kadar yapılan tüm uygulamalar 1. veya 2. dereceli bir polinomun bu yöntem için yeterli olduğunu göstermiştir.

Hardy (1971)'e göre enterpolasyon için çalışılan trend yüzeyi olarak n. dereceden belirlenen bir polinomun kararlaştırılması durumunda,  $z(x_j, y_j)$  polinomuna ait katsayıları ve dayanak noktalarına ait  $\Delta z_j$  olarak gösterilen artık yükseklik sonuçları hesaplanır (polinom katsayılarının sayısı dayanak noktalarının sayısından daha az olması gerekmektedir),

$$\Delta z_j = z_j - z(x_j, y_j) \quad j=1,2,\dots,m \quad (2.75)$$

$$\sum_{j=1}^m C_j [Q(x_i, y_i, x, y)] = \Delta z \quad (2.76)$$

Yukarıdaki genel ifadeler ile sunulan multikuadratik yüzey, m sayıda aynı şekilde  $Q$  yüzeyinin tüm değerlerinin toplamından meydana gelir.  $C_j$  katsayıları  $Q$  yüzeylerinin her



$$C_1 a_{m1} + C_2 a_{m2} + C_3 a_{m3} + \dots + C_m a_{mm} = \Delta z_m$$

denklem sistemi oluşturulur. Matris olarak ifadesi ile,

$$\underline{A} \cdot \underline{c} = \underline{\Delta z} \quad (2.83)$$

Şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitlikle  $\underline{A}$  ( $m \times m$ ) katsayılar matrisi,  $\underline{c}$  ( $m \times 1$ ) bilinmeyenler matrisi ve  $\underline{\Delta z}$  ( $m \times 1$ ) boyutunda artık yükseklik matrisini belirtmektedir. Değerleri bilinmeyen  $C_j$  katsayıları,

$$\underline{c} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{\Delta z} \quad (2.84)$$

Şeklinde ifade edilir.  $\underline{A}$  matrisinde simetrik ve köşegen elemanların 0 değeri olduğu dikkate alınır ise işlemler daha çok kolaylaşacaktır.  $C_j$  katsayılarının tespiti ile multikvadrik yüzey türetilmiş anlamına gelmektedir. ( $x_0, y_0$ ) koordinatları belli olan rastgele bir enterpolasyon noktasına ait yükseklik,

$$z_0 = z(x_0, y_0) + \Delta z_0 = z(x_0, y_0) + \sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2]^{1/2} \quad (2.85)$$

eşitliği ile hesaplanıp elde edilir. Enterpolasyondaki dayanak noktalarının sayısı çoğaldıkça metodun hesap yükü yükselir. Bu yük bilhassa  $C_j$  katsayıları tespit edilirken alınan invers işleminden doğmaktadır.

#### 2.4.4 En Küçük (Minimum) Eğrilik Yöntemi

Bu yöntemde, gridlerin köşe noktalarında olan eğrilik değerlerinin karelerinin toplamı minimum olma şartıyla gridlerin köşe noktalarındaki yüksekliklerini enterpole etmekte olarak bilinir. İlk aşamada grid köşe noktalarındaki gravite verileri enterpole edilip eş gravite eğrilerinin üretilmesi amacıyla Briggs (1974) tarafından bu metod uygulanmıştır (Yanalak 2002b).

Bu metodun bilgisayar yazılımları marifetiyle uygulaması ilk olarak Smith ve Wessel (1990) adındaki bilim insanları tarafından kullanılmış ve geliştirilmiştir. En küçük eğrilik metodu çalışılarak enterpole edilmiş yüzey, uygulamadaki dayanak noktasının mevcut değerinden çok küçük miktarda bir eğilme ile oluşan elastik ve ince kalınlıkta bir plaka gibidir. Metodun çalışma algoritması, esas olarak modifiye biharmonik

diferansiyel eşitliğin sayısal manada çözümüne dayanmaktadır (Dressler 2009).

Minimum eğrilik metodu, mümkün mertebede birbirlerine daha yakın dayanak noktalarını geliştirmek için çalışılırken imkân olabilecek en iyi ve en uygun yüzeyi oluşturur (Soycan ve Soycan 2002).

En küçük eğrilik metodu ile yüzeyleri belirlemek için ilk olarak, grid veri üretilecek verilerden trend bir yüzey tespit edilerek artık olan değerler hesaplanır. Bu etapta trend için sıradan düzlemsel olan model denklemi (2.86) uygulanarak en küçük kareler regresyonu yapılır.

$$AX + BY + C = Z(X, Y) \quad (2.86)$$

Bu basamaktan sonra olan adımlarda, ölçüm yapılan noktalarda değeri belli olan artık değerler yeni ölçüm değeri olarak esas alınır sonrasında tüm grid noktalarında, gridin köşesinde en küçük eğrilik metoduna ait algoritma ile enterpolasyon yapılır. En küçük eğrilik metoduna ait algoritma ile enterpolasyon işleminde,

$$(1 - T_i)\nabla^2(\nabla^2 Z) - (T_i)\nabla^2 Z = 0 \quad (2.87)$$

biharmonik formülü işleme alınarak kullanılmaktadır (Smith and Wessel 1990).

Burada;

$T_i$  :  $T_i$  iç gerilmeyi,

$\nabla^2$  : Laplace operatörünü

belirtir. Bu metotla, üretilen grid verinin geometrik olarak düzgün olup olmadığının kontrolünü sağlamak amacıyla, uygulama sahası iteratif olarak (2.87) eşitliği kullanılmaktadır. Bahsi geçen iterasyon uygulamasında tanımı yapılmış olan en yüksek artık değerden en küçük değere ulaşmaya veya en yüksek iterasyon değerine varıncaya kadar işlem devam etmektedir. En küçük eğrilik metodunun algoritması kullanılarak oluşturulan yüzeyin en son adımı ise, her bir dayanak noktasına ait grid köşesindeki trend olan değer ile enterpolasyon yapılarak elde edilen artık değerinin toplanması işlemidir (Alkanalka 2005).

En küçük eğrilik metoduna ait algoritma ile üretilen yüzeyde oluşan eğilme veya bükülme gibi deformasyonları kontrol etmek amacıyla oluşturulan yüzeylerin iç bölgesinde iç gerilme katsayısı olarak adlandırılan ( $T_i$ ), kenarlardaysa sınır gerilme

katsayısı olarak adlandırılan ( $T_b$ ) kullanılmaktadır. Bahsi geçen algoritmadaki gerilme katsayılarına ait değerler 0-1 aralığında değer alarak değişim gösterir ve bu alınan değer yükseldikçe, yüzeyde meydana gelen eğilme veya bükülme gibi şekil bozulmaları minimize olmaktadır (Açıkgöz, 2002). Yüzeye ait eğriliği kontrol etmek maksadıyla Sınır normali ( $n$ ) boyunca, A

$$(1-T_b) \frac{\partial^2 Z}{\partial n^2} + (T_b) \frac{\partial Z}{\partial n} = 0 \text{ ve } \frac{\partial(\nabla^2 Z)}{\partial n} = 0 \quad (2.88)$$

eşitliği ve sınır köşelerinde ise,

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y} = 0 \quad (2.89)$$

eşitliği kullanılır.

#### 2.4.5 En Yakın Komşuluk Yöntemi

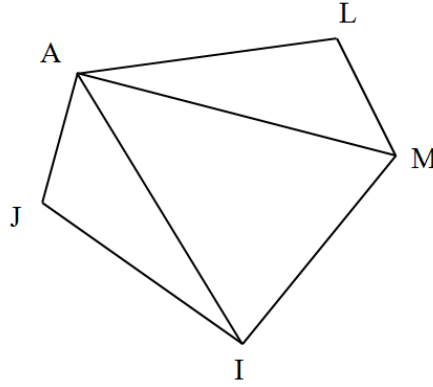
Bu metodun çalışma prensibi, en yakın mesafedeki veri noktasına ait değer her bir grid noktasına yeni bir değer olarak atanır. Bu metot homojen dağılımdaki veri grupları için elverişli olmaktadır. Bu metodun bir avantajı ise yeterli miktarda veri olmayan boş alanlara veri doldurmak maksadıyla da uygulanabilirliğe sahiptir (Golden Software 13).

#### 2.4.6 Doğal Komşuluk Yöntemi

Bu metodun en önemli özelliği, ağırlıklı ortalama esasına göre çalışması ve bu enterpolasyon tekniğinin “Ters Mesafe Ağırlıklı (IDW) enterpolasyon metoduna” çok benzerlik göstermesidir. Enterpolasyona tabi tutulacak noktalar araştırılırken modelleme noktalarının mesafe kriterine bağlı ağırlıklar işlemde kullanılmaktadır. Homojen olmayan düzensiz dağılımdaki modelleme verisini ayıklayıp tasnif edebilen, enterpolasyon işleminin temel maksatlarına uyan sayısal enterpolasyon araçları ile TIN (Triangulated Irregular Networks) uzantısı fonksiyonları bilinen bir algoritma ile birlikte kullanan ve özel olarak tanımlanmış değer ve parametrelere ihtiyaç duymayan oldukça basit bir metottur. Bu yöntemde ilk etapta Delaunay Üçgenlemesi işlemi ile her bir örneklem noktasını bir üçgenin köşe noktası olarak kabul edildiği bir üçgenleme

işlemi uygulanır. Sonrasında her bir nokta için en az sayıda üçgen kenarı düşecek şekilde dışbükey alanlar belirlenir. Her bir komşu noktaya ait ağırlık, “Thiessen/Voronoi Tekniği” diye bilinen metotla belirlenen bu alanlarda atanır. Esasında Doğal Komşuluk Enterpolasyon Metodu “Thiessen Poligon Ağı”na dayanan bir metottur. Thiessen poligon ağı, modelleme noktalarından üretilen delaunay üçgenleme işlemine dayanarak yapılabilir (Arslanoğlu ve Özçelik 2005).

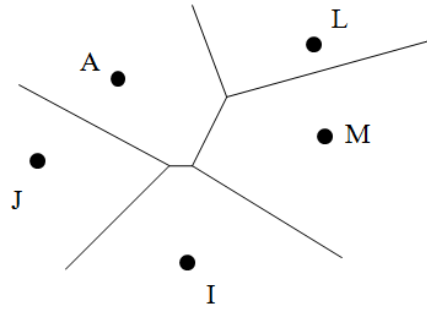
Uzayda olduğu kabul edilen bir düzlemdeki bir nokta kümesi, "meydana gelecek üçgenlerin çevrel çemberleri dahilinde diğer bir nokta bulunmaması" şartına göre üçgenlemesi yapılırsa türetilen üçgenleme işlemi Delaunay üçgenlemesi olarak adlandırılır. Üretilmiş her bir üçgen bir Delaunay üçgeni özelliğini taşımaktadır. Bir üçgenin kenarını oluşturan iki nokta doğal olarak birbirine komşudur. Bir nokta ait doğal komşular işleme alınarak, o noktaya ait doğal komşuların koordinatları belirlenebilir. Şekil 2.15'de 5 dayanak noktasının oluşturduğu Delaunay üçgenleri görülmektedir. Üçgenlerin kenar orta dikmeleri yardımıyla veri alanı 5 parçaya ayrılabilir. Noktaların etki alanlarını belirleyen bu yapı Voronoi diyagramıdır (Yanalak 1997).



**Şekil 2.15** Delunay üçgenleri.

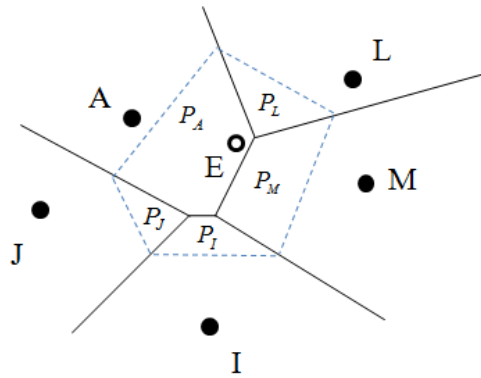
Şekil 2.15' de bulunan noktalara ait Voronoi diyagramı gösterilmektedir. Kendi içinde komşu olan şeklin parçalarına ait gösterilen noktalar birbirlerine doğal komşu sayılmaktadır ((M, L), (M, I), (M, A), (A, I), (A, J), (A, L) ve (J, I)). Komşu olma vasfı taşımayan parçalardaki noktalar, doğal komşu vasfı taşımamaktadırlar ((J, L), (J, M), (I, L)). Bir noktanın doğal komşuluk koordinatları belirlenmeye çalışılırken yararlanılan diyagram Voronoi'dir (Yanalak 1997).





Şekil 2.16 Voronoi diyagramı.

Şekil 2.17'da gösterilen bir enterpolasyon noktasının (E) doğal komşu koordinatları gösterilmektedir. Düz olan çizgiler önceden elde edilmiş Voronoi diyagramını belirtmektedir. Kesik olan çizgileri, E noktasının Voronoi çokgenidir (Yanalak 1997).



Şekil 2.17 Doğal komşu koordinatları.

$P_A$ ,  $P_L$ ,  $P_M$ ,  $P_I$  ve  $P_J$  ile gösterilen alanlar E noktasına ait doğal komşu koordinatlarını belirtir. Bahsi geçen koordinat değerleri barisentrik koordinatlar gibi toplamdaki alana bölünerek standart hale getirilir. Doğal komşu koordinat değerleri 0 ile 1 aralığında değişen koordinat değerlerinin toplamı 1 olur. Enterpole edilmiş noktaya ait  $z_E$  değeri, Enterpole edilmiş noktaya komşuluk özelliği gösteren noktaların  $z_i$  değerlerinin ağırlıklı ortalamasının hesaplanmasıyla belirlenir. Ağırlık olarak doğal komşu koordinatları kullanılır.

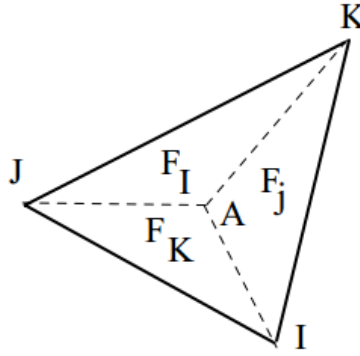
$$z_E = P_A z_A + P_L z_L + P_M z_M + P_I z_I + P_J z_J \quad (2.90)$$

## 2.4.7 Lineer Enterpolasyon İle Üçgenleme

Lineer enterpolasyon, üçgenler ağında çok sık olarak uygulanan enterpolasyon tekniğidir. Ağdaki tüm üçgenler eğik düzlem gibi işleme dahil edilir. Yükseklik olarak enterpole edilmesi planlanan noktalar, çakışan üçgenlerde lineer enterpolasyon tekniği kullanılarak tanımlanır. Bir eğik düzlemin,

$$z = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y \quad (2.91)$$

formunda gösterildiği dikkate alınır, ağdaki her üçgen için  $a_{00}$ ,  $a_{10}$  ve  $a_{01}$  katsayıları üçgenin 3 köşe noktasına ait yazılacak 3 farklı denklemlerle ispat edilir. Yükseklik olarak enterpole edilmesi planlanan noktanın  $x_0$ ,  $y_0$  koordinatları (2.91)'daki formülde yerine yazıldığında  $z_0$  değeri oluşur. Üçgen elemanlarında uygulanan lineer enterpolasyon, tekniği gerçek manada ağırlıklı ortalama uygulamasından farklı bir uygulama olmamaktadır. Bir üçgende 3 köşe noktasının  $z$  değerlerinin ağırlıklı ortalaması kullanılmaktadır. Rastgele bir köşe noktasının  $z$  değerinin mevcut ağırlık değeri adı geçen enterpolasyon noktasının o köşesi baz alınmış lokal barisentrik koordinatı olur (Yanalak 2002b).



Şekil 2.18 Üçgende lokal barisentrik koordinatlar.

Üçgene ait 3 köşe noktasını Şekil 2.18'deki I, J, K noktaları belirtmektedir. A enterpolasyon noktasına ait 3 köşe baz alınarak 3 ayrı lokal barisentrik koordinatı mevcuttur. Bahsi geçen 3 koordinatın toplam değeri 1 olmaktadır. A noktasına mevcut üçgende köşe noktalarıyla bağlanmasıyla üretilen 3 alt üçgenin alanları toplamının IJK adındaki üçgenin alanına bölünmesi sonucu oluşan değer lokal barisentrik koordinatlarıdır. Oluşan alt üçgenlerin alanları  $F_I$ ,  $F_J$ ,  $F_K$  olarak, toplam alan ise  $F$  ile

gösterildiğinde, A noktasına ait lokal barisentrik koordinatlar,

$$P_I = F_I / F, \quad P_J = F_J / F, \quad P_K = F_K / F \quad (2.92)$$

eşitliğindeki gibi olur. Lokal barisentrik koordinatlar, noktalara ait kartezyen dik koordinatlar ile gösterilirse,

$$\begin{aligned} P_I &= ((x_J - x_A)(y_K - y_A) - (x_K - x_A)(y_J - y_A)) / B \\ P_J &= ((x_K - x_A)(y_I - y_A) - (x_I - x_A)(y_K - y_A)) / B \\ P_K &= ((x_I - x_A)(y_J - y_A) - (x_J - x_A)(y_I - y_A)) / B \\ B &= (x_J - x_I)(y_K - y_I) - (x_K - x_I)(y_J - y_I) \end{aligned} \quad (2.93)$$

formunda yazılabilir. Enterpole edilmiş noktanın  $z_0$  değeri,

$$z_0 = P_I z_I + P_J z_J + P_K z_K \quad (2.94)$$

olarak belirlenir (Yanalak 2002b).

#### 2.4.8 Uzunluk (Radyal) Temelli Fonksiyonlar Yöntemi

Uzunluk (radyal) tabanlı fonksiyonlar metodunun teorisi çok değişkene sahip fonksiyonların enterpole edilmesi işlemine dayanır. Buradaki gaye  $(x^s, y^s)_{s=1}^N$  şeklinde gösterilen ifadelerinin enterpolasyon işlemini yapmak olarak söylenebilir. Öyleyse  $x_s \in R^d$  olmak zorundadır. Bu denklem sisteminde  $f$  lineer uzayda bir fonksiyon olduğu için ya da doğrusal özellik gösteren bir fonksiyon olduğu gerekçesiyle Radyal Tabanlı Fonksiyonlar teorisinde  $f$  enterpolasyon fonksiyonu bazı ana fonksiyonların lineer bir kombinasyonu olarak söylenebilir (Topaloğlu 2007).

Uzunluk (Radyal) tabanlı fonksiyonlar metoduna ait enterpolasyon fonksiyonu,

$$f(x, y) = p(x, y) + \sum_{i=1}^n w_i \cdot \phi(|(x, y) - (X_i, Y_i)|) \quad (2.95)$$

şeklinde gösterilir. Burada,

$p(x, y)$ : polinomu

$w_i$  : gerçek ağırlıklar

$|(x, y) - (X_i, Y_i)|$ : noktalar arasındaki öklid uzunluğunu

$\phi(r)$  : temel fonksiyonu

ifade eder.

Enterpolasyon uygulaması  $p(x,y)$  polinomunu işleme alarak polinomal regresyon aşaması ile başlar. Ardından belirli olmayan ağırlıkların belirlenebilmesi için (2.96)'da gösterilen lineer denklem sistemi çözülmektedir.

$$Z_j - p(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \phi(|(x, y) - (X_i, Y_i)|) \quad , j=1, \dots, n \quad (2.96)$$

Ağırlıklar hesaplandığında yüzeyin tanımlanmasını sağlayan z değerleri (2.95) formülü marifetiyle tüm noktalar için hesaplanır (Dressler 2009).

Uzunluk temelli fonksiyonlar genel olarak veri gruplarını işlemek için değişik enterpolasyon fonksiyonları kullanması marifetiyle (*Invers multiquadric*, *Multilog*, *Multiquadric*, *Natural cubic spline* ve *Thin plate spline*) en uygun yüzeyi belirlemeye çalışmaktadırlar. Veri grubunu en iyi göstermesi ve yumuşak yüzeyler üretmesi sebebiyle *Multiquadric* metot genel olarak güvenilir sonuçlar sağlamaktadır (Golden Software 13).

Enterpolasyon işlemi için RB fonksiyonlardan birkaçı, formülleri ile beraber Çizelge 2.2'de gösterilmiştir.

**Çizelge 2.2** RBF yönteminde kullanılan fonksiyonlar.

Enterpolasyon Fonksiyonu	Denklem
İnverse multiquadric	$\phi(r) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + c^2}}$
Multilog	$\phi(r) = \log(r^2 + c^2)$
Multiquadric	$\phi(r) = \sqrt{r^2 + c^2}$
Natural cubic spline	$\phi(r) = \log(r^2 + c^2)^{3/2}$
Thin plate spline	$\phi(r) = (r^2 + c^2)\log(r^2 + c^2)$

$r$  : Dayanak noktası ve grid noktasının birbiri arasındaki bağıl mesafe

$c^2$  : yumuşatma katsayısıdır ( $R^2$ ).

Carlson ve Foley (1991)'e Multiquadric ve İnvers (reciprocal) multiquadric yöntemin doğruluğu, kullanıcı tarafından veri yapısına ve yüzeyin konumuna bağlı olarak belirlenen yumuşatma parametresine ( $R^2$ ) bağlıdır. Öte yandan yumuşatma parametresinin çok küçük değerler seçilmesi katsayılar matrisinde kondisyon bozukluklarına neden olmaktadır. Carlson ve Foley, yaptıkları çalışmada  $R^2$  değerinin 0,5 değerinden daha da büyük olan değerler için kondisyon bozukluklarının minimuma yaklaştığı gözlemlenmiştir. Aynı zamanda  $R^2$  değeri, yaklaşık 0,5 değerinde temel fonksiyon üzerinde etkili olmaya başlamaktadır (Carlson and Foley 1991).

$R^2$  parametresinin hesaplanması için çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Franke (1982), Multiquadric ve Thin Plate Spline yöntemleri için  $R = 1.25 \times D / \sqrt{N}$  formülünü önermiştir. Burada D, bütün dayanak noktalarını kapsayan en küçük dairenin çapı ve N ise dayanak noktası sayısını temsil eder. Hardy (1990),  $R = 0.815 \times d$  formülünü önermiştir ( $d = 1/N \sum_{i=1}^N d_i$ ). Burada  $d_i$ , veriler arasındaki ortalama mesafeyi ifade eder. Rippa (1999)' a göre Multiquadric, İnverse Multiquadric ve Gaussian metotları için yumuşatma katsayısının belirlenmesinde kullanılabilecek bir algoritma tavsiye etmiştir. Carlson ve Foley (1991) ise yumuşatma katsayısı belirlenmesi eldeki verilerin z

(yükseklik) değerine bağlı olan bir algoritma oluşturmuş ve önermiştir. Golbert ve ark. (1996 ve 1999)' da Multiquadric fonksiyonlarda yumuşatma katsayısının optimizasyonu sağlamak için çapraz doğrulama tekniğini kullanmıştır. Kansa (1990), Multiquadric fonksiyona ait çeşitli yumuşatma katsayılarını, temel fonksiyonlarla uygulamaya olanak sağlayan bir algoritma tavsiye etmiştir (Wang and Liu 2002). Bununla birlikte en ideal yumuşatma katsayısı için kabul gören bir metottan bahsedilmektedir (Louire 2001).

#### **2.4.9 Lokal Polinomlar Yöntemi**

Lokal polinomlar metodu kullanılarak yapılan enterpolasyonun değerlerinin hesaplanması ağırlıklı en küçük kareler metoduyla yapılmaktadır. Uygulamadaki tüm enterpolasyon noktalarının yükseklik hesabı yapılırken kullanılması planlanan dayanak noktaları, önceden parametreleri belirlenmiş bir arama elipsi marifetiyle tanımlanır. Yalnızca arama elipsinin kapsamındaki veriler kullanılarak, yüzey verilerini oluşturmak amacıyla dayanak noktalarının hepsi ağırlıklandırılmakta ve iki değişkenli lokal bir polinom üretilir. Bahsi geçen polinomun belirsiz katsayıları en küçük kareler metoduna göre çözümlenir. Yüzeyin yükseklik değerleri lokal polinom metodu marifetiyle hesaplanıp belirlenir. Bu yöntem özünde, en küçük kareler metoduyla lokal bir yüzey için eğri uydurma uygulamasıdır (Golden Software).

Polinom derecesinin üst sınırının belirlenmesi için, ölçüm sayısı ve ölçüm sayısına karşın belirsiz parametre sayısı kullanılıp belirlense de en uygun polinom derecesi genel olarak ampirik metotlarla aranmaktadır. Birinci derecedeli polinomdan başlayıp dengeleme işlemi sonuçlarının sonsal özellikte istatistiksel büyüklükleri bahsi geçen analizi yapmak için uygun görülmektedir. Polinomun derecesi teorik manada yükseldikçe çalışılan model ve modeldeki verilerin birbirlerine daha çok yaklaşması diğer bir söylemle çalışılan modelle ilgili olarak sonsal varyans değerinin azalması beklenmektedir (Üstün 2001). Lakin uygulamadaki kondisyon bozukluklarına bağlı olarak tahmin edilen parametrelerdeki duyarlılık kayıp miktarları modelin derecesi yükseldikçe modeldeki hatanın da büyümesine sebebiyet vermektedir. Bu sebeple modeldeki hatanın yükselmeye başladığı durumda polinom derecesinin mevcut halinin bir derece eksiği en uygun polinom derecesi olarak söylenebilir. Tüm bu durumlar değerlendirilerek yüksek dereceli polinomun seçilmesi sonucunda meydana

gelebilecek duyarlılık azalmalarına karşı en uygun seçimin yapılmasında gerekli özen gösterilmelidir (Ceylan vd. 2011). Polinomlar ile enterpolasyon işleminde polinomun derecesinin yükselmesi ile üretilecek hassasiyetin artacağı manasına gelmemektedir. Polinom derecenin yükselmesiyle oluşan yüzeyde anlamsız salınmalar gelişir. Mevcut yüzeyde ani olarak ortaya çıkan azalış ve artışlar gerçek yüzeye uygun olmayan yükseklik verisi değişimlerine sebebiyet verir (İnal vd. 2002).

Söz konusu yerel polinomların 1., 2. ve 3. dereceli polinomlar şeklinde gösterilirler. Şayet fonksiyon 1. dereceli olarak gösterilirse,

$$F(X,Y) = a + bX + cY \quad (2.97)$$

ikinci dereceli olarak gösterilirse

$$F(X,Y) = a + bX + cY + dXY + eX^2 + fY^2 \quad (2.98)$$

Üçüncü dereceli olarak gösterilirse

$$F(X,Y) = a + bX + cY + dXY + eX^2 + fY^2 + gX^2Y + hXY^2 + iX^3 + jY^3 \quad (2.99)$$

formunda yazılmaktadır.

Burada ağırlıklı en küçük kareler ilkesi, enterpole edilecek noktaya yakın dayanak noktalarına daha fazla ve enterpole edilecek noktaya uzak noktalara ise daha az olacak şekilde ağırlıkları tespit edilir. Ağırlık fonksiyonundaki arama elipsi, ağırlık parametresi ve veri geometrisine bağlıdır. Gerçek ağırlıklar için öncelikle  $T_{xx}$ ,  $T_{xy}$ ,  $T_{yx}$  ve  $T_{yy}$  parametreleri

$$T_{xx} = \frac{\cos(\phi)}{R_1}, T_{xy} = \frac{\sin(\phi)}{R_1}, T_{yx} = \frac{-\sin(\phi)}{R_2}, T_{yy} = \frac{\cos(\phi)}{R_2} \quad (2.100)$$

formülü ile hesaplanıp elde edilir. Burada,

$\phi$  : asıl eksen ile elipsin küçük eksenini arasındaki saat istikametinin tersi yönündeki açı

$R_1$  : arama elipsine ait 1. eksen

$R_2$  : arama elipsine ait 2. eksen

şeklinde gösterilir.  $T_{XX}, T_{XY}, T_{YX}$  ve  $T_{YY}$  parametreleri arama elipsindeki parametrelerin fonksiyonu olan  $A_{XX}, A_{XY}$  ve  $A_{YY}$  'nin hesaplanmasında kullanılmaktadır. Bu parametreler,

$$\begin{aligned} A_{XX} &= T_{XX}^2 + T_{YX}^2 \\ A_{XY} &= 2(T_{XX}T_{XY} + T_{YX}T_{YY}) \\ A_{YY} &= T_{XY}^2 + T_{YY}^2 \end{aligned} \quad (2.101)$$

formülleri yardımı ile hesaplanır. Bu değerler ( $A_{XX}, A_{XY}$  ve  $A_{YY}$ ) tüm dayanak noktaları için aynı olmaktadır. Sonrasında dayanak noktası ( $X_i, Y_i$ ) koordinatları ile grid ( $X_0, Y_0$ ) noktası koordinatlarının farkları  $dX$  ve  $dY$ ,

$$\begin{aligned} dX &= X_i - X_0 \\ dY &= Y_i - Y_0 \end{aligned} \quad (2.102)$$

olarak hesaplanmaktadır. Elde edilen bu değerler vasıtasıyla ağırlık hesabı yapılırken kullanılan  $R_i$ ,

$$R_i = \sqrt{A_{XX}dX^2 + A_{XY}dXdY + A_{YY}dY^2} \quad (2.103)$$

denklemini yardımıyla hesaplanmakta ve sonucunda  $i$  dayanak noktasının  $w_i$  ağırlığı,

$$w_i = (1 - R_i)^p \quad i = 1, \dots, N \quad (2.104)$$

denkleminde hesaplanmaktadır. Formülde geçen  $p$  değeri, 0-20 aralığında değer alan ağırlık kuvvetini göstermektedir. Lokal en küçük kareler parametreleri, minimize edilmiş çakıçma artıklarının kareleri toplamıyla,

$$\text{Minimize} \sum_{i=1}^N w_i [F(x_i, y_i) - z_i]^2 \quad (2.105)$$

şeklinde gösterilen formül kullanılması marifetiyle hesaplanmaktadır (Golden Software).



#### 2.4.10 Modified Shepard's Yöntemi

Bu metottaki enterpolasyon işleminde, noktalar arasındaki mesafenin tersi alınarak ağırlıklandırılması yapılmış en küçük kareler ilkesi uygulanır. Metot, uygulamadaki gridin düğüm noktası için enterpolasyona tabi tutulan dayanak noktalarını işleyerek yerel olarak en küçük kareler metodu ile uyumlu bir kuadratik yüzey üretir. Üretilen kuadratik yüzey üzerinde grid düğüm noktalarıyla ilişkili olarak en yakın mesafedeki dayanak noktaları ağırlıklandırılıp grid düğüm noktalarına ait yükseklik değerleri üretilir.

Bu metot Franke ve Nielson (1980) adındaki bilim insanları tarafından geliştirilmiş ve bilime kazandırılmıştır. Metoda bakılarak grid noktalarının yükseklik değerleri,

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f_i \quad (2.106)$$

formülü ile elde edilir. Burada,

$f(x, y)$  : enterpolasyon fonksiyonu

$f_i$  : düğüm noktaları  $(x_i, y_i)$  boyunca uzanmış nodal bir fonksiyon

$w_i$  : dayanak noktalarına ait ağırlıklar

şelinde gösterilir. Enterpolasyon uygulamasında her düğüm noktası hesabı nodal bir fonksiyon ile elde edilir. Hesaplama belli bir alanda gerçekleştirileceği için (lokalleştiğinde)  $f_i$  ve  $w_i$  değerleri, düğüm noktasının  $(x_i, y_i)$  merkezine yerleştirilen ve eksenleri  $R_q$  ve  $R_w$  diye gösterilen kritik bir dairenin kapsamına giren dayanak noktaları işlenerek yapılmaktadır (Golden Software 13). Burada Nodal fonksiyonlar kuadratik, lineer veya kübik bir şekilde olabilir.

Bu metottaki ilk aşama etki yarıçapları olarak tanımlanan  $R_q$ ,  $R_w$  değerlerinin önceden belirlenmesidir.  $R_q$ , bir nodal fonksiyonu oluşturan dayanak noktalarını içeren yarıçapı belirtirken  $R_w$ , söz konusu enterpolasyon fonksiyonundaki nodal fonksiyonları oluşturan tüm noktaları kapsama alan yarıçapı belirtir. Bunlar,

$$R_q = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{N_q}{N}} \quad , \quad R_w = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{N_w}{N}} \quad (2.107)$$

denklemleri ile elde edilir. Burada,

$N$  : Enterpolasyondaki dayanak noktalarının sayısı

$D$  : Nokta çiftlerinin arasında olan en büyük uzaklık

$N_q$  :  $R_q$  etki yarıçapı kapsamına giren ve bir nodal fonksiyonu oluşturan ortalama dayanak noktalarının sayısı (kuadratik komşu nokta sayısı)

$N_w$  :  $R_w$  etki yarıçapı içinde kalan ve düğüm (grid) noktasına en yakın olan ortalama dayanak noktası sayısı (ağırlıklandırılacak komşu nokta sayısı)

olacak şekilde tanımlanır. Verilerin hepsi işlenerek gösterilmiş bir enterpolasyon fonksiyonu dikkate alındığında, yerel şekilde tanımlanmış bir enterpolasyon fonksiyonunun  $N_q$  ve  $N_w$  değerlerini belirlemek için çok daha az sayıda noktaya ihtiyaç duyar. Franke ve Nielson (1980)'a bakıldığında standart dağılıma uygun veri setlerinde bu değerleri  $N_q = 18$  ve  $N_w = 9$  olmak üzere alınabilir. Bu durumda daha az ve seyrek veri dağılımındaki bölgelerde veya nokta sayısının az olduğu çalışmalarda ( $N < 25$ ),  $N_q / N_w \cong 2$  oranı uygulanabilir (Basso et al. 1999).

$R_q$ ,  $R_w$  yarıçaplarının değerlerinin hesaplanmasından sonraki işlem, nodal fonksiyonların en küçük kareler ilkesine göre hesaplanmasıdır. Buradaki fonksiyonlar yalnızca  $R_q$  yarıçapı sınırları kapsamında kalan dayanak noktaları işlenerek hesaplama yapılır. Söz konusu modifikasyon şeklini almış yöntem yerel bir özellik katar. Burada uzunluk fonksiyonu  $\rho_i$ ,

$$\frac{1}{\rho_i(x, y)} = \frac{(R_q - d_i)_+}{R_q d_i} \quad \begin{cases} d_i < R_q \Rightarrow R_q - d_i \\ d_i \geq R_w \Rightarrow 0 \end{cases} \quad (2.108)$$

Burada,

$$d_i(x, y) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \quad (2.109)$$

formülü ile hesaplanır.

Sonraki adımda tüm düğüm noktalarının her biri için  $[(x_k, y_k) (k=1, \dots, N)]$  en küçük kareler problemini çözülür.

$$\min_{\substack{akj, j=2, \dots, 6 \\ i=1 \\ k \neq i}} \frac{1}{\sum_{i=1}^N \rho_i(x, y)} = \left[ \begin{array}{l} f_k + a_{k2}(x_i - x_k) + a_{k3}(y_i - y_k) + a_{k4}(x_i - x_k)^2 + \\ a_{k5}(x_i - x_k)(y_i - y_k) + a_{k6}(y_i - y_k)^2 - f_i \end{array} \right] \quad (2.110)$$

Minimumu indirgendikten sonraki aşamada nodal fonksiyonlar  $Q_k(x, y)$ ,

$$Q_k(x, y) = a_{k2}(x - x_k) + a_{k3}(y - y_k) + a_{k4}(x - x_k)^2 + a_{k5}(x - x_k)(y - y_k) + a_{k6}(y - y_k)^2 + f_k, k = 1, \dots, N \quad (2.111)$$

denklemleri ile elde edilir. Bu veriler Modified Shepard formülünde yerine konulduğunda,

$$D[f](x, y) = \frac{\sum_{k=1}^N \frac{Q_k(x, y)}{\mathcal{G}_k(x, y)}}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{\mathcal{G}_k^2(x, y)}} \quad (2.112)$$

şeklindeki formül üretilir.

Uygulamadaki grid noktalarının her birinin hesaplanması için,  $R_w$  yarıçapındaki dairenin kapsamında kalan ve dayanak noktaları yardımıyla hesaplanabilen nodal bir fonksiyona dayalı şekilde olarak yukarıda yazılan (2.112) eşitliği yardımıyla elde edilir. Burada ise,

$$\frac{1}{\mathcal{G}_k(x, y)} = \frac{(R_w - d_k)_+}{R_w d_k} \quad \begin{cases} d_k < R_w \Rightarrow R_w - d_k \\ d_k \geq R_w \Rightarrow 0 \end{cases} \quad (2.113)$$

eşitliği ile gösterilir. eşitlikteki  $d_k(x, y)$ , değeri,

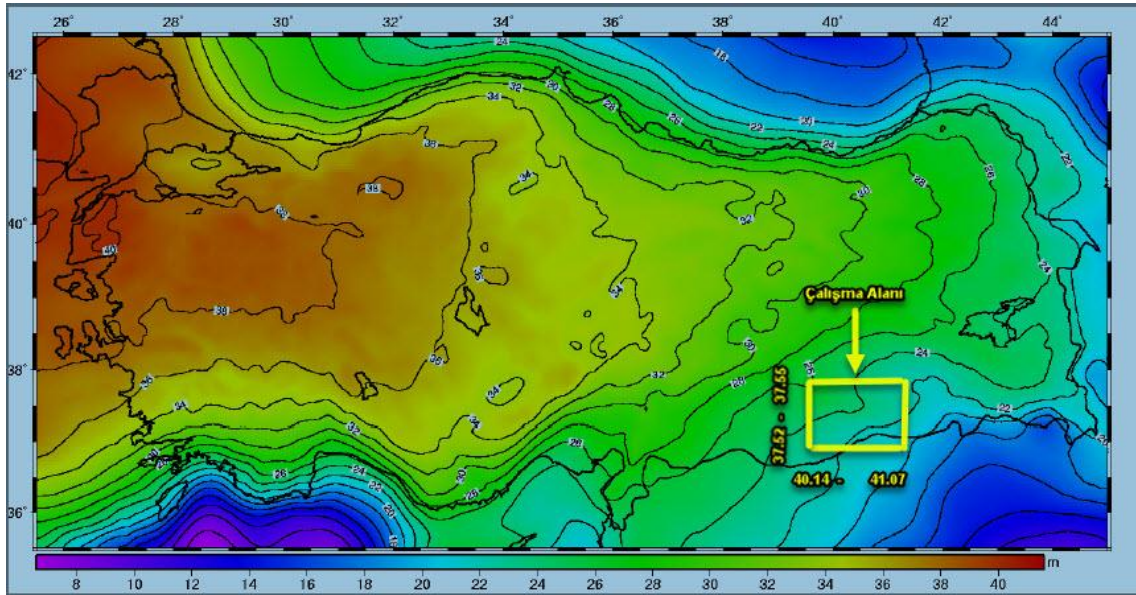
$$d_k(x, y) = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} \quad (2.114)$$

eşitliği kullanılarak hesaplanmaktadır (Basso ve ark, 1999)

### 3. MATERYAL ve METOT

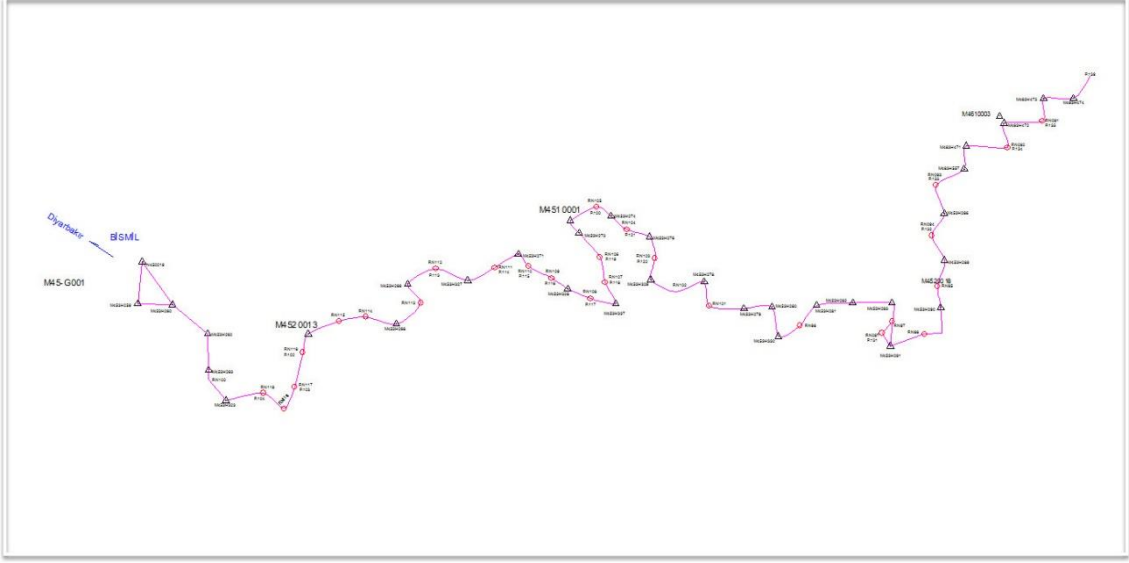
#### 3.1 Uygulama Ağı

Bu alışma DSİ İlisu Projesi 16. Bölge Müdürlüğü'nün kontrollüğünde yapımı devam eden İlisu Barajı ve HES projesinin baraj rezervuarının kapsadığı alanlar dikkate alınarak yapılan jeodezik ağ çalışması verilerinin Diyarbakır-Batman kısmı kullanılarak hazırlanmıştır. Çalışma bölgesi Batman ilinin yaklaşık 35 km batısından başlayarak Batman havalimanı ve Batman ayı kesişme noktasında sonlandırılmıştır. Bu hattın seçiminde etkili olan faktör arazi yüzeyinin düzenli bir değişkenlik göstermesidir.

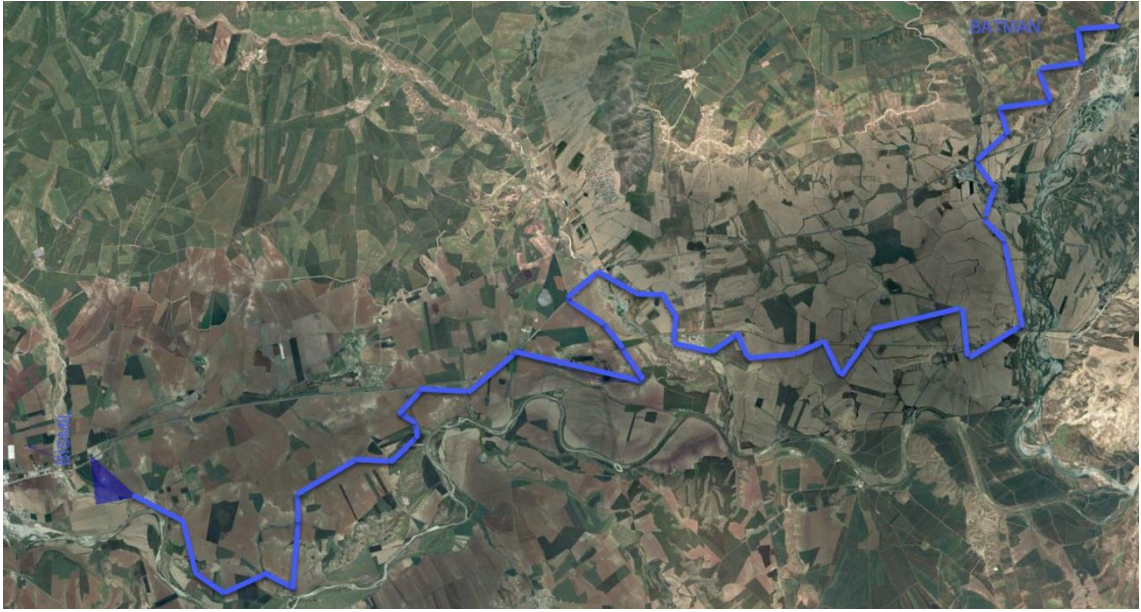


Şekil 3.1 Türkiye Jeoidi-2003 (TG03) (m).

Bu hatta Şekil 3.2 de gösterildiği üzere 31 adet C3 noktası zemine çivi, beton ve demir plaka olarak değişik formlarda tesis edilerek ölçümler yapılmıştır. Tesis edilen tüm noktaların röperleri tutularak kayıt altına alınmıştır. C3 noktaları arasındaki ara mesafe ortalama olarak 1500 m'dir. Daha sonra yapılacak enterpolasyon işlemlerinde ağırlık olarak 1500 m'nin çok sık kullanıldığı ve anlamlı sonuçlar verdiği görülecektir.



Şekil 3.2 Uygulama güzergâhı.



Şekil 3.3 Uygulama güzergâhı Google Earth görüntüsü.

## 3.2 Saha Ölçmeleri

### 3.2.1 GPS Ölçmeleri

GPS ölçmeleri, N450019 ve M4610003 numaralı noktalar sabit kabul edilerek statik ölçüm tekniğini kullanılarak ölçülmüştür. Oturumlarda iki adet sabit cihaz bir adet gezici cihaz şeklinde üç adet Leica Viva marka GPS ile veriler toplanmıştır (Resim 3.1). GPS alıcıları 12 kanallı ve L1, L2 iki frekanslı, statik ve hızlı, yatayda (3mm + 0.5 ppm), düşeyde ise (5mm + 0.5 ppm) hassasiyeti ile yüksek doğrulukta sonuçlar vermektedir.

Statik ölçme yöntemine göre yapılan tüm ölçmelerde en az 2 saatlik oturumlar gerçekleştirilmiştir. Oturumlar sonucunda elde edilen ham veriler GPS alıcılarından alınıp Leica Geo Office yazılımı kullanılarak yukarıda bahsedilen noktaların koordinatları yardımıyla ITRF96 datumuna bağlı 3 derecelik koordinatlar elde edilmiştir.



**Resim 3. 1** GPS Ölçmelerinden Görüntü.

### 3.2.2 Geometrik Nivelman

Uygulama ağındaki noktalar arasındaki yükseklik farkları yapılan geometrik nivelman ile elde edilmiştir. Ölçümler yapılırken gidiş-dönüş esasına bağlı şekilde değişik ölçme ekipleri kullanılarak ardışık günlerde alınmıştır. Geometrik nivelman ölçmeleri Leica marka digital bir nivo ile gerçekleştirilmiştir (Resim 3.2).



**Resim 3.2** Nivelman ölçmelerinden görüntü.

Uygulama ağında bulunan noktaların ulusal koordinat sisteminde karşılık gelen yükseklik değerlerinin hesaplanabilmesi için test ağında 31 adet C3 noktası tesis edilmiş koordinatları RTK yöntemiyle kayıt altına alınmıştır. Bismil ilçesi yakınında bulunan N450019 nolu noktanın ortometrik kotu 566.273 m'dir. Bu nokta esas alınıp diğer noktalara yükseklik değeri verilmiştir. Uygulama esnasındaki gerçekleştirilen tüm geometrik nivelman ölçmeleri sonucunda ölçünün ortalama hatası  $m_0 = \pm 2.20$  mm olarak hesaplanmıştır. Tüm bu saha uygulamaları yapılırken esas olarak Büyük Ölçekli Haritaların Yapım Yönetmeliği kullanılmıştır.

Bu uygulama da GPS dengelemeleri LGO programı marifetiyle yapılmıştır. Boy profili oluşturan noktalar ise çeşitli enterpolasyon metotları uygulanarak Surfer 13 isimli yazılımda üretilmiştir. Farklı tekniklerle enterpole edilmiş veriler sonucu üretilen 3D görüntülerin üretilmesin de yine Surfer 13 yazılımı kullanılmıştır. Genel çizimler ve değerlendirmeler içinde Netcad 5.1 yazılımı kullanılmıştır.

### **3.3 Kullanılan Yazılımlar**

#### **3.3.1 Surfer 13 Yazılımı**

Golden Software adındaki yazılım şirketinin oluşturduğu "Surfer 13" programı, rastgele dağılmış datadan kurallı sistematik grid veri üretmekte, izohips haritalarının üretilmesinde, değişik 3-boyutlu görüntüler elde edilip ve yüzey bölümünün oluşturulmasında kullanılmaktadır.

Programın kullanıcılarına açtığı on iki değişik enterpolasyon metodunun çalışılarak kurallı ya da rastgele formdaki nokta öbeklerin istenen aralıklarda grid veri üretilebilmektedir. Konumsal olarak belirli noktalara ait grid yükseklik değerleri (z), dayanak noktalarının (x, y) koordinatları ve yüksekliklerinden faydalanarak tüm dayanak noktaları işlenerek üretilebileceği gibi, eksenleri ve diğer parametreleri kullanıcı arayüzü kullanılarak girilebilen arama elipsinden faydalanılarak, enterpolasyon noktasının konumuna en yakın mesafedeki n sayıdaki dayanak noktası aracılığıyla da üretilir. Enterpolasyon metotlarının değişik algoritmalarına göre farklılık belirten yüksek seviyeli veri girişleri ve uyarlamalar (arama elipsi, ağırlık katsayısı, yarıçap vb.) yapılması nihayetinde elde edilen sonuç verilerinin istenen amaca göre düzenlenmesine ve işlenmesini imkân sağlamaktadır.

Surfer, grid oluşturma işleminden sonra oluşacak datalar da olmak üzere; nokta sayısı, minimum değerler, maksimum değerleri, standart sapma, ortalama vb. sonuç verileri hakkında istatistiksel olarak bilgiler sunan farklı uzantılı rapor verisi sunmaktadır.



### 3.3.2 Netcad 5.1 Yazılımı

Netcad, İlk olarak 1989 yılında Coğrafi Bilgi Sistemleri/GIS, Mühendislik ve diğer uygulama alanlarında yazılım üretmek amacıyla %100 milli ve yerli sermaye ile kurulmuş ve 28 yıldır geliştirdiği uygulamalarla ülkemizin öncü yazılım firmalarından biri olmuştur. Uluslararası düzeyde GIS ve CAD tabanlı 30'a yakın masaüstü, web, mobil ve bulut ortamı uygulaması bulunan Netcad, Türkçe, İngilizce ve Rusça dillerinde uygulamalar geliştirmektedir. Netcad'in ülkemizde ve yurt dışında 20.000 lisansı ve yaklaşık 100.000 lisansı mevcuttur. Netcad yazılımı genel manada konumsal veri girişi ile istenen sonuçları üretmektedir. Buradaki temel esas kullanıcının Netcad yazılımından beklentisidir. Bu çalışmada Netcad 5.1 programı marifetiyle yatay güzergahlar ve yükseklik çalışmaları yapılmıştır.

### 3.4 Sayısal Uygulama

GPS değerlendirmesi sonrası elde edilen noktalar çizelge 3.1' de gösterilmiştir. Çizelge 3.1' de verilen koordinatlar ve yükseklik değerleri arazide yapılan statik oturumlar ve nivelman ölçmeleri neticesinde elde edilmiş verilerin; koordinatları LGO yazılımı ve kotları ise excell yazılımı yardımıyla kıymetlendirilmiş ve enterpolasyon için hazır hale getirilmiştir.

**Çizelge 3. 1** Test ağındaki noktaların koordinatları.

Noktaların ITRF 96 Koordinatları			
Nokta No	Y (m)	X (m)	Z(m)
1	387382.537	4191258.394	566.27
2	388287.796	4189980.531	536.65
3	389339.338	4189110.538	561.06
4	389372.494	4188021.818	577.77
5	389893.861	4187112.611	535.56
6	392356.512	4189100.729	612.65
7	394998.671	4189404.983	596.11
8	395335.328	4190595.020	559.53
9	397138.807	4190703.312	539.56
10	398653.281	4191492.784	549.15
11	400131.716	4190455.168	537.24

**Çizelge 3.1 (Devam)** Test ağındaki noktaların koordinatları.

Noktaların ITRF 96 Koordinatları			
Nokta No	Y (m)	X (m)	Z(m)
12	401567.554	4190013.897	579.05
13	400469.331	4192123.053	550.11
14	401434.859	4192632.260	536.51
15	402589.741	4192016.572	535.92
16	402621.003	4190725.724	538.69
17	404225.084	4190669.426	551.58
18	405413.991	4189861.082	566.18
19	406252.808	4189915.393	547.63
20	407588.325	4189958.520	539.56
21	408669.606	4190038.236	533.71
22	409847.980	4190033.137	540.40
23	409802.763	4188736.059	532.39
24	411312.650	4189891.897	540.38
25	411421.383	4191315.779	552.46
26	411412.321	4192705.301	535.25
27	412015.783	4194036.975	540.87
28	412080.343	4194731.383	570.36
29	413206.305	4195412.159	612.80
30	414392.839	4196157.108	574.55
31	415291.484	4196158.112	550.59

### 3.5 Jeoid Ondülasyonları

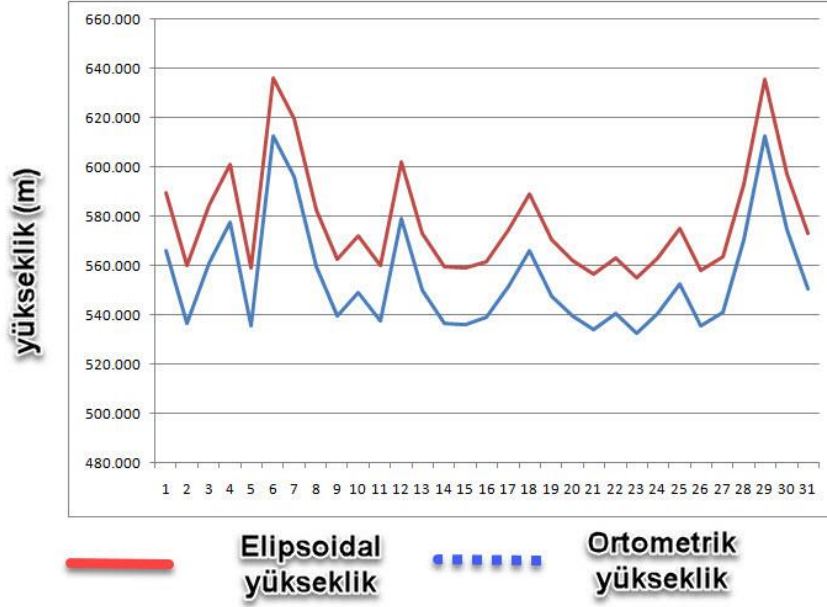
Uygulama sahasında yapılan çalışmada bir hat boyunca elipsoidal yükseklik farkları GPS gözlemleri ile ortometrik yükseklik farkları ise geometrik nivelman sonucu elde edilmiştir. (2.19) bağıntısından faydalanılarak güzergâh boyunca jeoid ondülasyonları ortaya konulmuştur. Güzergah boyunca mevcut değişimleri analiz etmek amacıyla jeoid ve elipsoide ait bir profil ortaya konulmuştur. (Şekil 3.4)

Çizelge 3.2' de noktaların ortometrik yükseklik değerleri (H) ile, elipsoidal yükseklik değerleri (h) ve son olarak jeoid ondülasyonları (N) olarak belirtilmiştir. Bu durumda profildeki minimum jeoid yükseklik değeri 22.69 m ve maksimum jeoid yükseklik değeri ise 23.47 m olarak hesaplanmıştır. Bu verilerden yola çıkılarak elde edilen jeoid yükseklik değişim grafik olarak Şekil 3.4' de gösterilmiştir.

**Çizelge 3.2** Noktalara ait ortometrik, elipsoidal yükseklik ve jeoid ondülasyon değerleri (m).

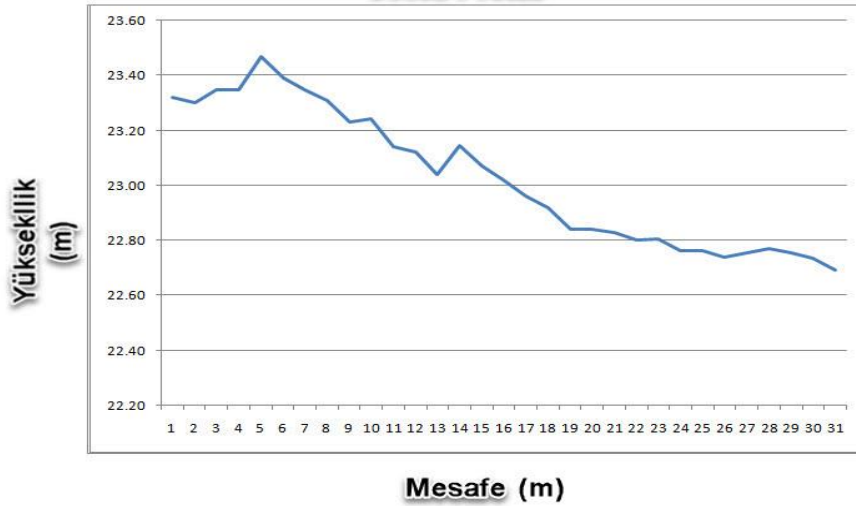
<b>Nokta No</b>	<b>Ortometrik Yük.</b>	<b>Elipsoidal Yük.</b>	<b>Jeoid Ond.</b>
1	566.273	589.593	23.32
2	536.652	559.952	23.30
3	561.059	584.409	23.35
4	577.770	601.120	23.35
5	535.562	559.032	23.47
6	612.650	636.040	23.39
7	596.111	619.461	23.35
8	559.530	582.840	23.31
9	539.558	562.791	23.23
10	549.150	572.393	23.24
11	537.238	560.381	23.14
12	579.052	602.176	23.12
13	550.105	573.144	23.04
14	536.513	559.660	23.15
15	535.919	558.991	23.07
16	538.688	561.708	23.02
17	551.582	574.542	22.96
18	566.182	589.102	22.92
19	547.629	570.469	22.84
20	539.555	562.396	22.84
21	533.705	556.535	22.83
22	540.397	563.197	22.80
23	532.389	555.194	22.81
24	540.376	563.137	22.76
25	552.461	575.225	22.76
26	535.246	557.985	22.74
27	540.866	563.619	22.75
28	570.357	593.126	22.77
29	612.799	635.553	22.75
30	574.550	597.285	22.74
31	550.594	573.286	22.69

**Elipsoidal ve Ortometrik Yükseklikler**



Şekil 3.4 Elipsoidal ve ortometrik yükseklikler.

**Jeoid Profili**



Şekil 3.5 Jeoid Profili.

**Çizelge 3.3** Yükseklik değişimlerine ilişkin değerler.

<b>Nokta No</b>	<b>Ortometrik Yükseklik Farkı (m)</b>	<b>Elipsoidal Yükseklik Farkı (m)</b>	<b>Jeoid Ondülasyon Farkı (m)</b>
1-2	-29.621	-29.641	-0.02
2-3	24.407	24.457	0.05
3-4	16.711	16.711	0.00
4-5	-42.209	-42.089	0.12
5-6	77.089	77.008	-0.08
6-7	-16.539	-16.579	-0.04
7-8	-36.581	-36.621	-0.04
8-9	-19.973	-20.050	-0.08
9-10	9.592	9.602	0.01
10-11	-11.912	-12.012	-0.10
11-12	41.814	41.795	-0.02
12-13	-28.947	-29.032	-0.09
14-15	-13.591	-13.483	0.11
15-16	-0.594	-0.669	-0.08
16-17	2.768	2.716	-0.05
17-18	12.894	12.834	-0.06
18-19	14.600	14.560	-0.04
19-20	-18.553	-18.633	-0.08
20-21	-8.074	-8.073	0.00
21-22	-5.849	-5.860	-0.01
22-23	6.692	6.662	-0.03
23-24	-8.008	-8.003	0.00
24-25	7.987	7.943	-0.04
25-26	12.085	12.088	0.00
26-27	-17.215	-17.240	-0.02
27-28	5.620	5.634	0.01
28-29	29.491	29.507	0.02
29-30	42.442	42.427	-0.01
30-31	-38.248	-38.267	-0.02

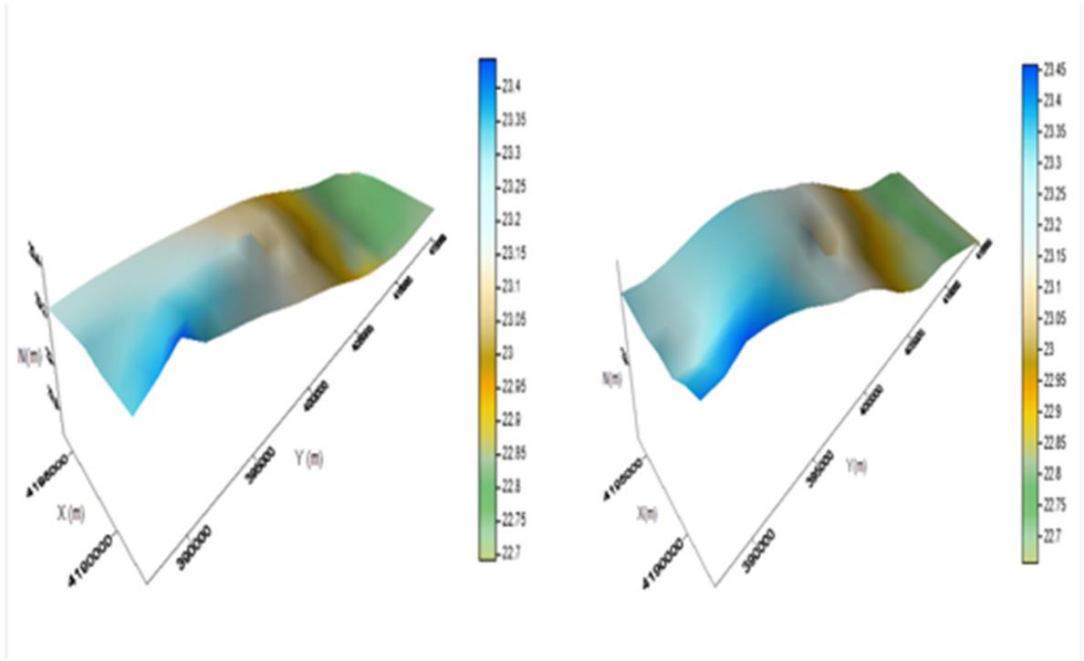
## 4. UYGULAMA VE BULGULAR

### 4.1 Enterpolasyon Yöntemlerinin Belirlenmesi

Buradaki çalışmada denenecek enterpolasyon metotların tespitinde, referans ve enterpolasyon noktalarının arasında oluşan düşeydeki yükseklik farkları analiz kriteri olarak kullanılmıştır. Düşey yönde hesaplanan fark değerleri (çakışma artıkları), sayısal yükseklik modeli ile hâlihazırdaki uygulama sahasının arazi yüzeyi ile arasındaki ilişkinin istatistiksel manada analizini yapmak için kullanılmıştır. Dolayısıyla yüzey oluşturma adımından önce arazi ile uyumsuz değerler tespit edilen enterpolasyon yöntemlerinin ilk analizinin yapılması planlanmıştır. İlk analizin ardından her bir enterpolasyon yöntemi bağımsız incelenerek, çakışma artığı ve karesel ortalama hata değerlerinin normal değerlere getirilmesi planlanmıştır. Tüm bu çalışma Doğruluk (2013) tarafından da denenmiştir.

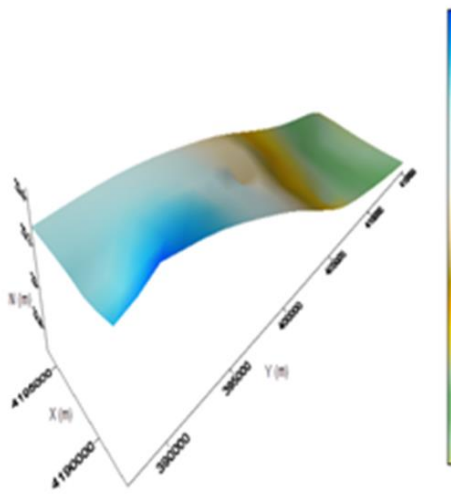
### 4.2 Enterpolasyon Yöntemlerinin Analizi

İlk etapta, güzergahı oluşturan noktaların 31 olan dayanak nokta sayısı, Netcad 5.1 programında *Proje/Yardımcı işlemler/Yaz* adımları izlenerek excel uzantısına (\*.xls) dönüştürülmüştür. Bu datalar işlenerek Surfer 13 yazılımında *Grid/Data* adımları takip edilerek yüzeylerin oluşturulması, farkların belirlenmesi ve 3D görüntülerin elde edilmesi planlanmıştır. Surfer 13 yazılımı yardımıyla oluşturulan yüzeyler Şekil 4. 1-2-3' te gösterilmiştir.

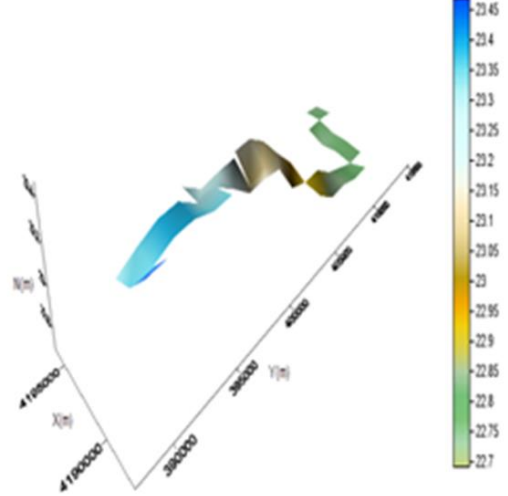


Ağırlıklı ortalama yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü

En küçük eğrilik yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü

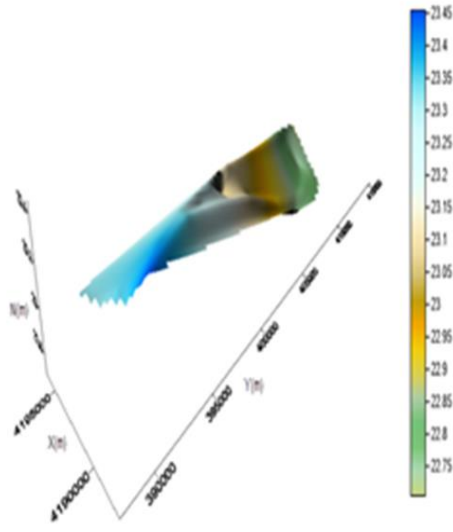


Kriging yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü

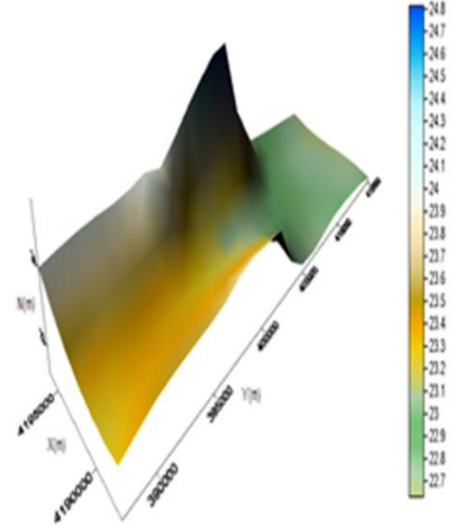


En yakın komşuluk yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü

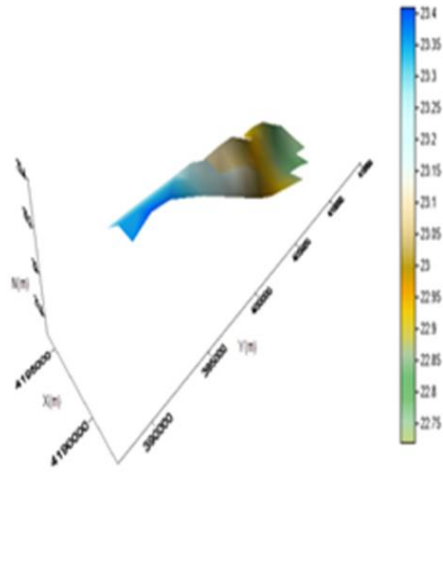
Şekil 4.1 Perspektif Görüntüler 1.



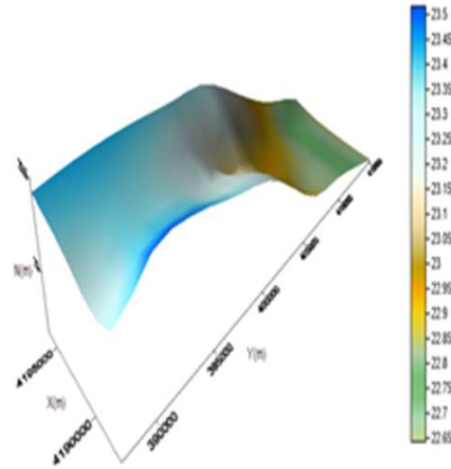
Doğal komşuluk yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü



Modified Shepard's yöntemiyle elde edilen perspektif görüntü



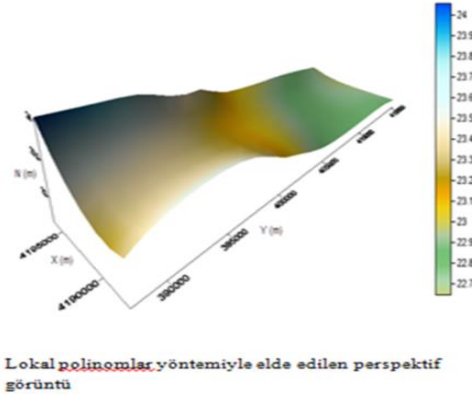
Lineer interpolasyon yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü



Uzunluk (Radyal) temelli fonksiyonlar yöntemiyle elde edilen perspektif görüntü

Şekil 4.2 Perspektif Görüntüler 2.





Şekil 4.3 Perspektif Görüntüler 3.

Çizelge 4.1 Çakışma artıklarının enterpolasyon yöntemlerine göre karşılaştırması.

Enterpolasyon Yöntemleri	En Yüksek Çakışma Artığı (m)	En Düşük Çakışma Artığı (m)	Karesel Ortalama Hata (m)
Ağırlıklı ortalama yöntemi	0.059	0.049	$\pm 0.025$
Kriging yöntemi	0.047	-0.057	$\pm 0.019$
En küçük eğrilik yöntemi	0.041	-0.047	$\pm 0.018$
En yakın komşuluk yöntemi	0.011	0.008	$\pm 0.001$
Doğal komşuluk yöntemi	0.019	-0.058	$\pm 0.014$
Lineer enterpolasyon ile üçgenleme yöntemi	0.059	-0.049	$\pm 0.028$
Modified Shepard's yöntemi	0.013	-0.058	$\pm 0.015$
Uzunluk temelli fonksiyonlar Yöntemi	0.028	-0.042	$\pm 0.012$
Lokal polinomlar yöntemi	0.042	-0.093	$\pm 0.024$

Çizelge 4.1’de görüldüğü üzere denenen ve anlamlı sonuç alınan enterpolasyon yöntemleri;

- Ağırlıklı ortalama,
- Kriging,
- En küçük eğrilik,
- En yakın komşuluk,
- Doğal komşuluk,
- Lineer enterpolasyon ile üçgenleme,
- Modified Shepard’s yöntemi,
- Uzunluk (radyal) temelli fonksiyonlar,
- Lokal polinomlar

Olarak belirlenmiştir. Çizelge’deki veriler ışığında analizler yapıldığında En yakın komşuluk yöntemi standart sapma ve çakışma artığı kriterlerine göre en uygun yöntem olduğu gözlemlenmektedir. Diğer yandan en yakın komşuluk yönteminde oluşan 3D görüntü, uygulama sahasındaki profile en yakın görüntüyü vermektedir. Diğer yöntemlere bakıldığında Ağırlıklı ortalama yöntemi, Lineer enterpolasyon ile üçgenleme yöntemi ve Lokal polinomlar yöntemi birbirine çok yakın sonuçlar vermiştir. Öte yandan kalan diğer yöntemlerinde birbirine yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Ağırlıklı ortalama yönteminde ise standart sapma tüm yöntemlerden yüksek çıkmakta ve 3D görüntüsü de araziye tam uymamaktadır.

### **4.3 Enterpolasyon Yöntemlerinin Ayrı Ayrı Değerlendirilmesi**

#### **4.3.1 Ağırlıklı ortalama metodu ile enterpolasyon**

Ölçme yapılan noktalar bu teknikte ara mesafenin tersi esas alınarak kıymetlendirilmiştir. Kıymetlendirilen ağırlık kuvveti ile en yakındaki ölçme noktalarına daha yüksek ara mesafe vermek imkân dahilindedir. Bu uygulamada ağırlık kuvveti olarak 1500, 2000, 2500 ve 3000 değerlerine göre sonuçlar elde edilmiştir. Analizde kullanılacak ölçme noktalarının belirlenmesinde ise bir arama elipsi için

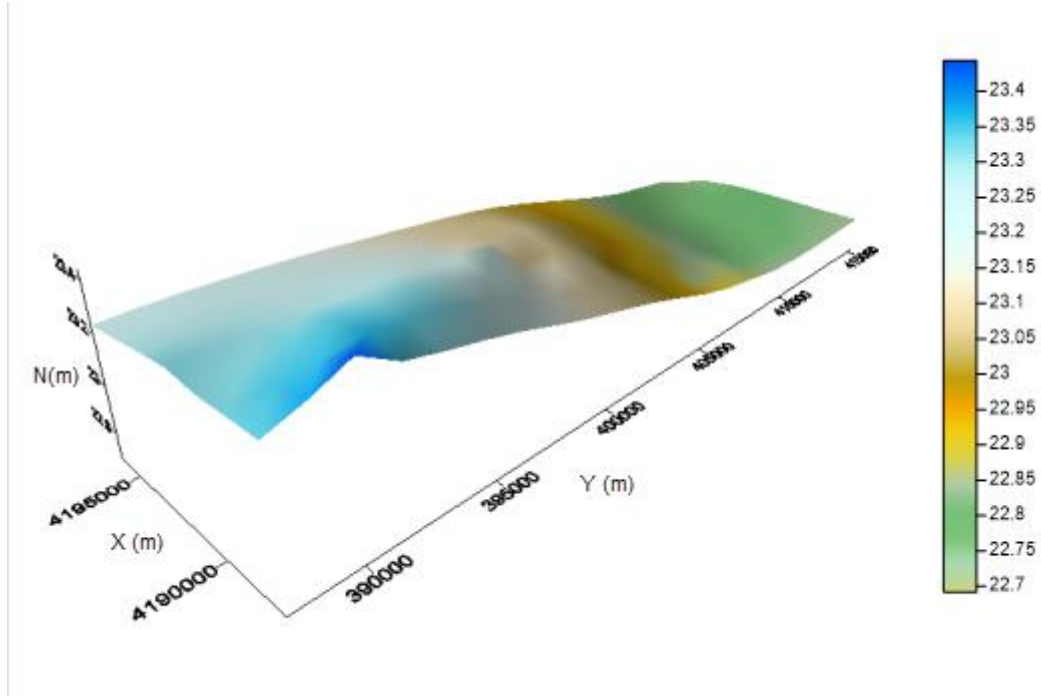
herhangi bir değer kullanılmamıştır. Yapılan uygulamadan elde edilen sonuçlar, noktalar arası mesafe değişimine bağlı KOH değerleri ve çakışma artıkları (minimum, ortalama, maksimum) izelge 4.2’ de gösterilmiştir.

**Çizelge 4.2** Ağırlıklı ortalama yöntemi sonuçları.

Ağırlık (P)	Spacing			
	1500 (m)	2000 (m)	2500 (m)	3000 (m)
En Düşük akışma Artığı (m)	-0.049	-0.094	-0.049	-0.061
En Yüksek akışma Artığı (m)	0.051	0.074	0.085	0.086
Ortalama (m)	0.002	-0.000	-0.003	0.004
Karesel Ortalama Hata (m)	± 0.025	± 0.031	± 0.032	± 0.039

Çizelge 4.2’deki verilere bakılarak KOH sonucunun ağırlık kuvvetiyle ilintili şekilde arttığı görülmektedir. Bu enterpolasyon metodunda en uygun değerler  $\pm 0.025$  m KOH sonucu ile ağırlık kuvveti olarak 1500 m verilerek çalışılan enterpolasyon ile üretilmiştir.

Bu metodun sonuçları ile üretilen 3D görüntü aşağıda gösterilmiştir (Şekil 4.4).



Şekil 4.4 Ağırlıklı ortalama yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü.

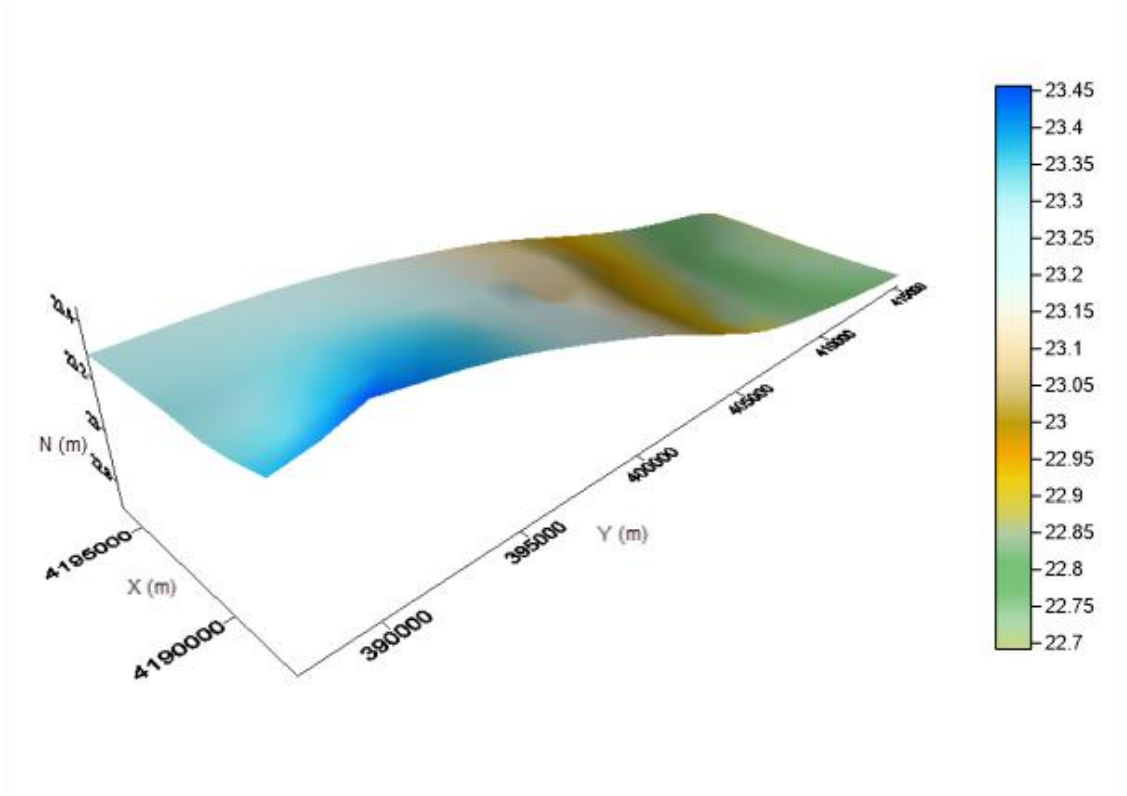
#### 4.3.2 Kriging Metodu ile Enterpolasyon

Bu metotta enterpolasyon yükseklikleri spacing 1500 seçilmiş modelden geriye kalan artıklar kullanılarak üretilmiştir. Hesaplama sonunda fark artıklara yeniden eklenmesi yöntemiyle yüzeydeki noktaların enterpolasyon yükseklik değerleri elde edilmiştir. Yapılan çalışmada enterpole işlemi ile üretilen değerlerden hazırlanan çakışma fazlalıkları, son haldeki değerlerine dönüştürülerek bir çizelge şekline getirilmiştir (Çizelge 4.3).

Çizelge 4.3 Kriging yöntemi ile elde edilen sonuçlar.

	Teorik Variogram Modelleri(P=1500)					Rasyonel Kuadratik
	Kübik	Power	Küresel	Gaussian	Lineer	
En Düşük çakışma artığı (m)	-0.057	-0.057	-0.057	-0.287	-0.057	-0.057
En Yüksek çakışma artığı (m)	0.047	0.047	0.047	0.443	0.047	0.047
Ortalama (m)	-0.000	-0.000	-0.000	0.014	-0.000	-0.000
KOH (m)	± 0.019	± 0.019	± 0.019	± 0.237	± 0.019	± 0.019

Çizelge 4.3’de gösterilen verilere bakıldığında çakışma fazlalıkları ve KOH sonucu analizi sonucunda en iyi değer, Gaussian metodu hariç diğer tüm variogram modelleri ile yapılan enterpolasyonlar ile elde edilmiştir ( $\pm 0.019$  m). Gaussian modeli hariç tüm modellerde elde edilen sonuçlar birbiriyle aynı değerleri göstermektedir. Gaussian yöntemi ile öngörülen hassasiyette sonuçlar alınamamıştır. Kübik, Power, Küresel, Linear, Rasyonel Kuadratik variogramla yapılan enterpolasyon sonucu elde edilen veriler aynı olduğu için kübik model ile çizilen perspektif görüntü aşağıda gösterilmiştir (Şekil 4.5).



Şekil 4.5 Kriging yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü.

### 4.3.3 En küçük Eğrilik Metodu ile Enterpolasyon

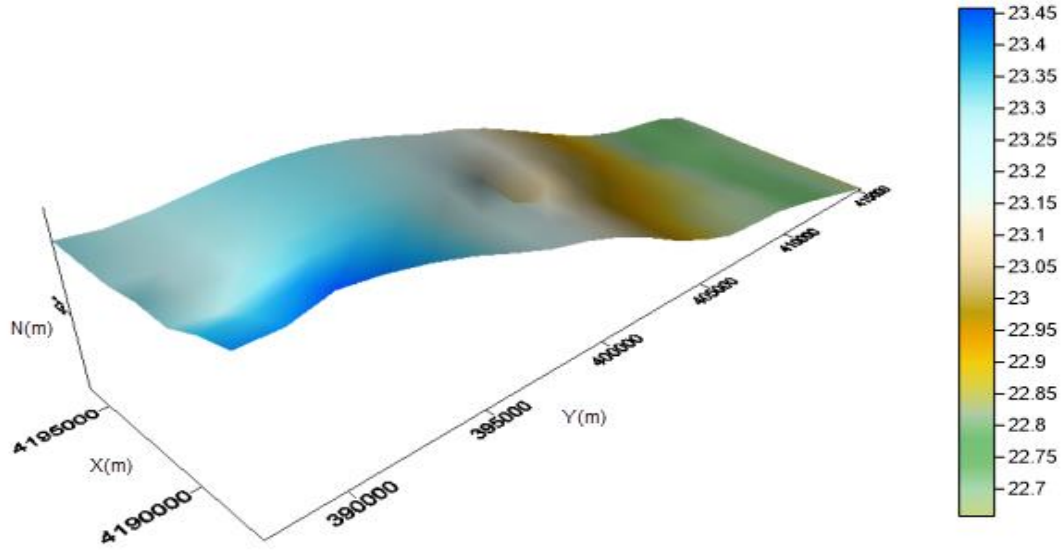
En küçük eğrilik metoduna göre hazırlanan çalışmada minimum ve maksimum çakışma fazlalıklarını minimize etmek amacıyla iç ve sınır gerilme parametrelerinin sınır değerleri dikkate alınması ilkesine göre enterpolasyon işlemi uygulanarak sonuç verileri

Çizelge 4.4' te gösterilmiştir.

**Çizelge 4.4** En küçük eğrilik yöntemiyle elde edilen sonuçlar.

	Gerilme Katsayısı							
	P=1500							
	İç =0	Sınır =0	İç =1	Sınır =0	İç =1	Sınır =1	İç =0	Sınır =1
En Düşük çakışma artığı (m)		-0.056		-0.056		-0.004		-0.047
En Yüksek çakışma artığı (m)		0.040		0.042		0.040		0.041
Ortalama (m)		-0.001		-0.000		0.001		-0.000
KOH (m)		± 0.010		± 0.019		± 0.018		± 0.018

Çizelge 4.4'e göre tüm elde edilmiş sonuçların çok yakın olduğu görülmektedir. Bu aşamada iç gerilme 0 ve sınır gerilme 1 değerleri girilerek yapılan enterpolasyon işleminin sonucu, hem çakışma fazlalıkları yönünden hem de KOH sonucu açısından optimum sonucu sunan enterpolasyon metodudur. Bu durum sınır bölgelerde modelin diğer bölgelerden daha çok salınma hareketi yaptığını göstermektedir. En küçük eğrilik metodu verileri ile çizilen 3D görüntü aşağıda gösterilmiştir (Şekil 4.6).



Şekil 4.6 En küçük eğrilik yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü.

#### 4.3.4 En Yakın Komşuluk Yöntemi ile Enterpolasyon

Bu metotta, dayanak noktalarının konumu, yeni oluşturulacak enterpolasyon noktası ile arasında olan uzaklıkların elde edilmesi ve en az uzaklıkta bulunan n sayıda ölçmenin belirlenmesi mantığına dayalı çalışmaktadır. Her bir yüzey noktası, kendisine en yakın dayanak noktasının yükseklik değerini alır. Bu sebeple metot veri grubunda bulunan boş alanları konumsal veri ile donatmak maksadıyla önerilebilir. Bu maksatla enterpolasyon uygulamasında dayanak noktalarını seçmek üzere kritik daire belirleme tekniği işe yarayacaktır (Doğruluk 2013).

Kritik dairenin belirlenmesi dayanak noktaları dağılımına ve noktaların sıklığıyla ilgilidir. Dayanak noktalarının kendi aralarındaki yatay uzaklığından daha küçük belirlenen kritik dairenin yarıçapı, oluşturulan yüzeyde fazla sayıda boşluk alan oluşmasına sebebiyet verecektir. Bu durum özellikle yüzeyin bir bütün olarak değerlendirildiği hacim hesabı gibi uygulamalarda yanıltıcı sonuçlar alınmasına sebep olabilir (Doğruluk 2013).

Bu yöntem uygulanarak yapılan enterpole işlemlerinin hepsinde birbirinden farklı daire yarıçapları kullanılmıştır. Sonuç verileri Çizelge 4.5'te gösterilmiştir.

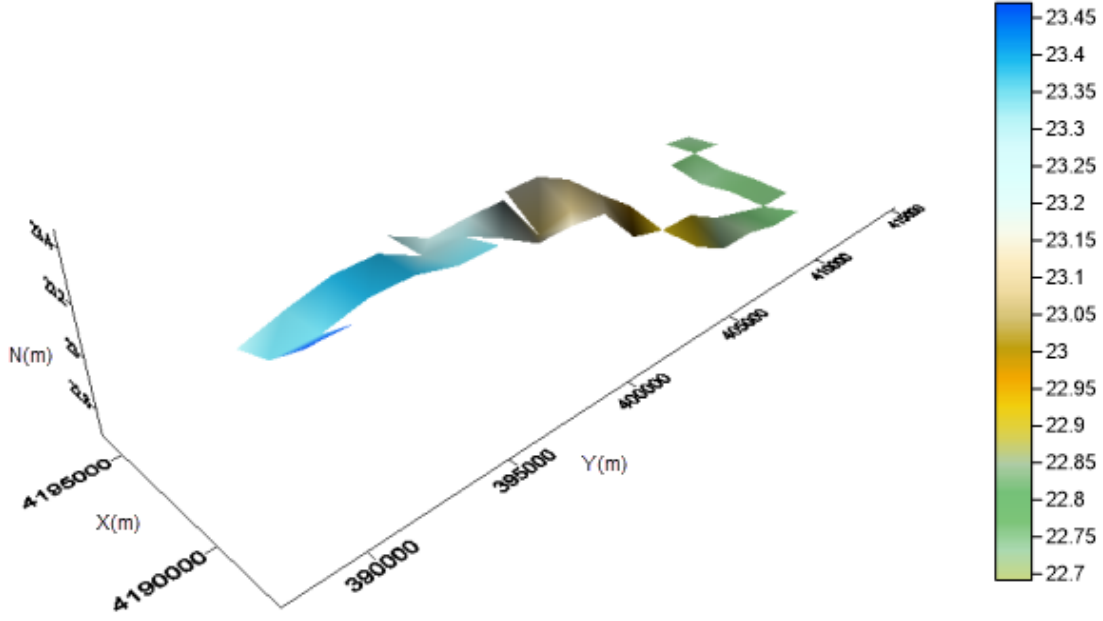
**Çizelge 4.5** En yakın komşuluk yöntemiyle elde edilen sonuçlar.

	Kritik Daire Yarıçapı							
	R=500	R=1000	R=1500	R=3000	R=10000	R=15000	R=29300	R=30000
En Düşük çakışma artığı (m)	0.008	-0.101	-0.053	-0.047	-0.047	-0.047	-0.047	-0.172
En Yüksek çakışma artığı (m)	0.011	0.033	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.033
Ortalama (m)	0.010	-0.004	-0.004	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	-0.012
KOH (m)	± 0.001	± 0.031	± 0.019	± 0.018	± 0.018	± 0.018	± 0.018	± 0.047
Hes. çakışma artığı sayısı	2	30	28	28	28	28	28	29
Hes. yüzey noktası sayısı	31	31	31	31	31	31	31	31
Boş yüzey noktası sayısı	29	1	3	3	3	3	3	2

Çizelge 4.5'te verilen değerlere göre, kritik daire yarıçapı 3000, 10000, 15000 ve 29300 girilen enterpolasyon uygulamasının KOH sonuç verileri  $\pm 0.018$  m olarak hesaplanmıştır. Bu daire yarıçapları KOH değerleri yönünden en iyi sonucu veren değerler değildirler. Fakat kritik daire yarıçapı 500 m olarak belirlenen enterpolasyon uygulamasının sonuçlarında boş yüzey noktası miktarının yüksek olduğu görülebilmektedir. Öteki taraftan kritik daire yarıçapı 500, 1000, 1500 ve 30000 m olarak denenen enterpolasyon sonuç verilerinde ise KOH değerleri sırayla  $\pm 0.001$ ,  $\pm 0.031$ ,  $\pm 0.019$  ve  $\pm 0.047$  m olarak hesaplanmıştır.

En yakın komşuluk verileri ile üretilen R= 1500 m olan 3D görüntü aşağıda gösterilmiştir (Şekil 4.7).





Şekil 4.7 En yakın komşuluk yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü.

#### 4.3.5 Doğal Komşuluk Yöntemi ile Enterpolasyon

Doğal komşuluk metodu enterpole edilecek yüzey noktaları araştırırken dayanak noktalarını ile enterpolasyon noktası arasındaki mesafeye bağlı ağırlıkları kullanır. Enterpolasyon noktaları ve dayanak noktaları kendi aralarında delunay tekniği kullanılarak üçgenleme yapıldığında enterpolasyon noktasına bağlanarak üçgen kenarı oluşturan tüm dayanak noktaları elde edilen yeni enterpolasyon noktasının doğal komşuları olmaktadır. Komşu noktalarda ağırlıklandırılma işlemi yön bağımsız veya sabit bir yöne bağlı olarak girilebilir. Belirlenen yönde bulunan dayanak noktalarına daha çok ağırlık kuvveti verilmektedir. Bilhassa hat şeklinde uzanan sahalarda (karayolu, demiryolu vb.) yön bağımlı nokta ağırlıklandırma çok anlamlı veriler elde edilmesini sağlayabilir (Doğruluk 2013).

Doğal komşuluk metodu ile denenen enterpolasyon işlemlerinde üçgenleme aşamasında faydalanılacak noktaların ağırlıklandırılması işlemi yön bağımlı ve yön bağımsız teknikler olarak çalışılmıştır. Yön bağımlı işlemlerde açı; 30°, 60°, 120° ve 150° değerlerinde, elips oranı ise 2 olarak belirlenmiştir. Yönden bağımsız olan işlemlerde ise açı 0° ve elips oranları; 0.5, 1 ve 2 şeklinde çalışılmıştır (Doğruluk 2013).

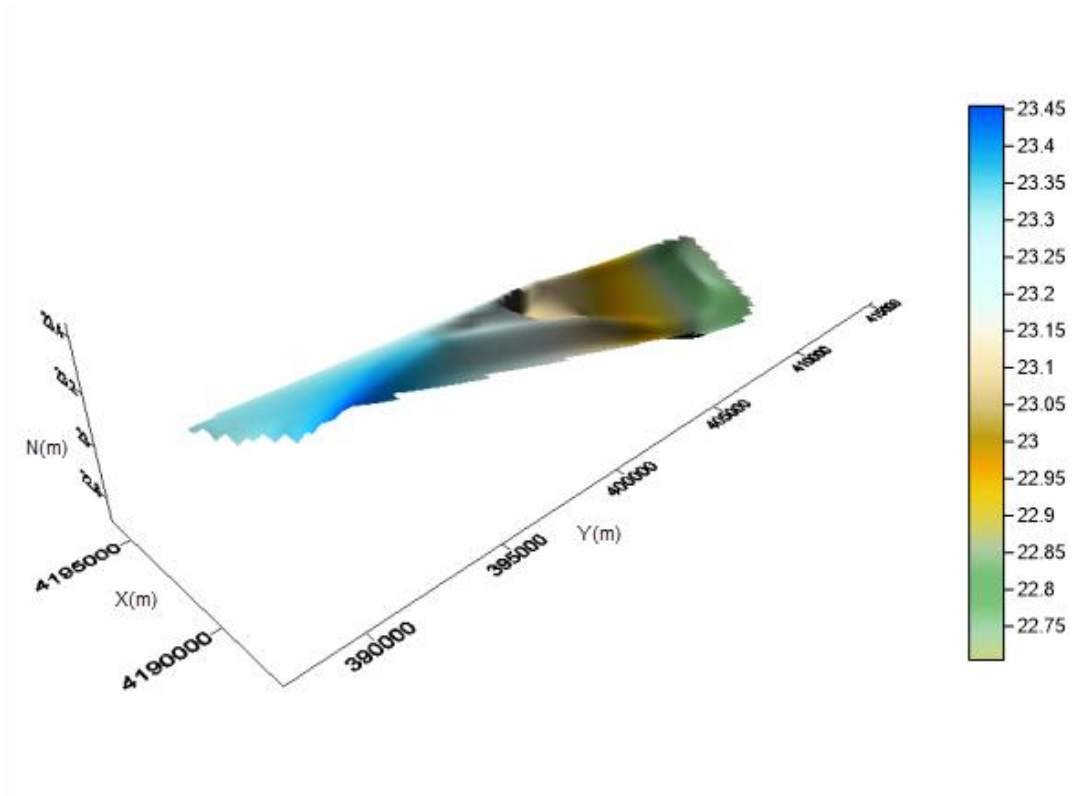
Metottaki Elips oranı, elipse ait küçük eksenin büyük eksene bölünmesi işlemiyle üretilir. Değişik elips oranlarına ve farklı yönlere göre yapılmış enterpolasyonlardaki sonuçlar çizelge 4.6’da gösterilmiştir.

**Çizelge 4.6** Doğal komşuluk yöntemiyle elde edilen sonuçlar.

Durum	Yön bağımsız				Yön bağımlı			
	0	0	0	30	60	120	150	
Açı ( $\alpha^\circ$ )	0	0	0	30	60	120	150	
Elips Oranı (a/b)	0	1	2	2	2	2	2	
En Düşük çakışma artığı (m)	-0.049	-0.058	-0.054	-0.059	-0.069	-0.034	-0.045	
En Yüksek çakışma artığı (m)	0.059	0.019	0.067	0.060	0.055	0.038	0.070	
Ortalama (m)	0.002	-0.002	0.000	0.000	-0.002	0.001	-0.004	
KOH (m)	$\pm 0.023$	$\pm 0.014$	$\pm 0.031$	$\pm 0.276$	$\pm 0.033$	$\pm 0.023$	$\pm 0.031$	

Çizelge 4.6’da gösterilen verilere bakıldığında KOH sonucu açısından, yön bağımsız ( $0^\circ$ ) ve elips oranı 1 belirlenerek oluşturulan yüzeye ait KOH sonucu yönünden güvenilir ve hassas sonuçlar alındığı görülmektedir ( $KOH = \pm 0.014$  m). En küçük çakışma artığı değerini, yön bağımlı ( $60^\circ$ ) ve elips oranı 2 olarak girilen enterpolasyon da görürken, en büyük çakışma artığı verisini de yön bağımlı ( $150^\circ$ ) olarak girilen enterpolasyon metodu ile üretilmiştir.

Doğal komşuluk metodu ile üretilen yüzey verileri ile çizilen 3D görüntü aşağıda gösterilmiştir (Şekil 4.8).



Şekil 4.8 Doğal komşuluk yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü.

#### 4.3.6 Lineer Enterpolasyon ile Üçgenleme Metodu

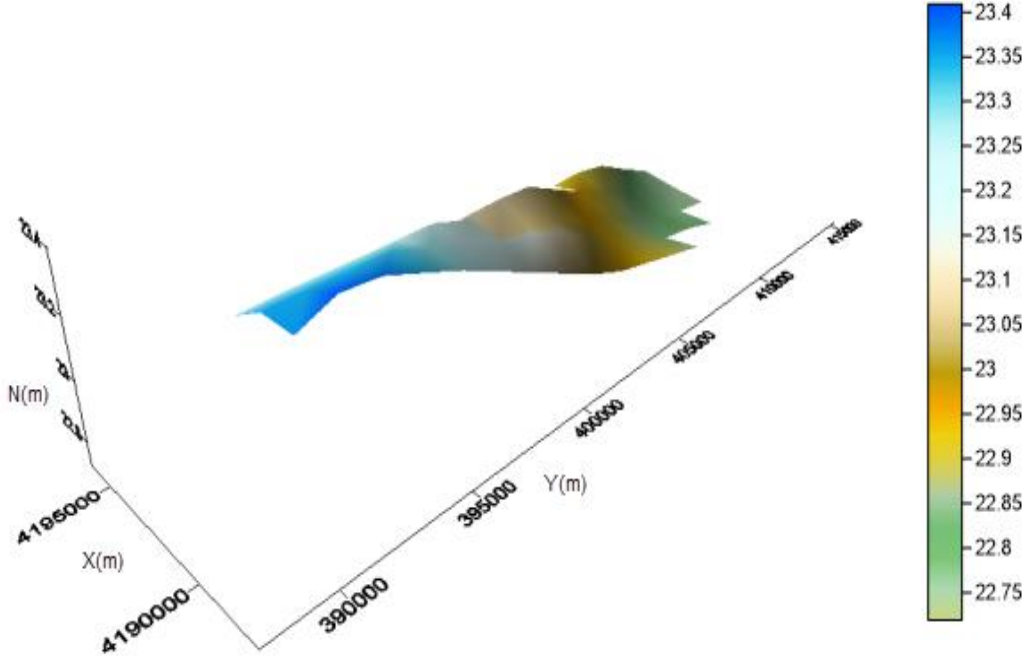
Bu metotta üçgenlenmesi istenen uygulama alanının hassasiyetini yükseltmek maksadıyla sınır bölge tekniği kullanılmamıştır. Yapılan enterpolasyon sonucunda elde edilen veriler Çizelge 3.10’da gösterilmiştir.

Çizelge 4.7 Lineer enterpolasyon yöntemiyle elde edilen sonuçlar.

En Düşük çakışma artığı (m)	-0.049
En Yüksek çakışma artığı (m)	0.059
Ortalama (m)	0.005
KOH (m)	$\pm 0.028$

Çizelge 4.7’de verilen değerlere göre KOH sonucu  $\pm 0.028$  m olarak hesaplanmıştır. Lineer enterpolasyon metoduyla elde edilen yüzeye ait veriler yardımıyla ile çizilen 3D

görüntü aşağıda gösterilmiştir (Şekil 4.9).



Şekil 4.9 Lineer enterpolasyon yöntemi ile elde edilen perspektif görüntü.

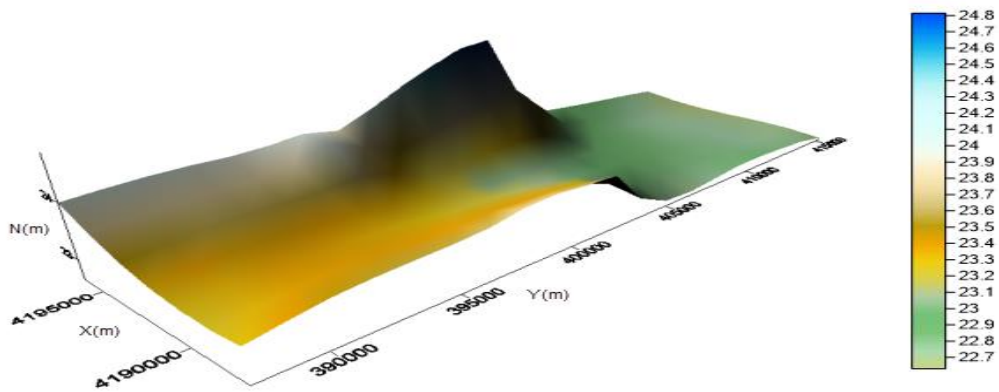
#### 4.3.7 Modified Shepard's Yöntemi ile Enterpolasyon

Modified Shepard's metodunda komşuluk vasfı taşıyan dayanak noktaları ağırlıklandırılıp oluşturulan kuadratik yüzeyler yardımıyla grid düğüm noktalarına yükseklik değerleri hesaplanır (Doğruluk, 2013). Bahsi geçen metot analiz edildiğinde 2. bölümde açıklanan metodolojiler gözönüne alınıp başka komşu nokta sayısına göre enterpolasyon işlemi yapılmış ve elde edilen sonuçlar Çizelge 4.8'de gösterilmiştir.

**Çizelge 4.8** Modified Shepard's yöntemiyle elde edilen sonuçlar.

	Kuadratik komşular	Ağırlıklandırılan komşular	Kuadratik komşular	Ağırlıklandırılan komşular
	3	3	18	9
En Düşük çakışma artığı (m)		-0.000		-0.058
En Yüksek çakışma artığı (m)		0.000		0.013
Ortalama (m)		0.000		-0.007
KOH (m)		± 0.000		± 0.015

Çizelge 4.8'de sonuçlar irdelendiğinde metottaki kritik daire yarıçap değerlerine göre (20700 m) komşu kuadratik nokta sayısı 18 olan ve ağırlıklandırılan nokta sayısı 9 olan enterpolasyon metodunun çakışma fazlalıkları (-0.058, 0.013 m) ve KOH ( $\pm 0.015$  m) sonucu açısından diğerlerinden çok daha anlamlı sonuçların alındığı gösterilmektedir. Bu metotla ile üretilen sonuçlar yardımıyla oluşturulan 3D görüntü aşağıda gösterilmiştir (Şekil 4.10).



**Şekil 4.10** Modified Shepard's yöntemiyle elde edilen perspektif görüntü.

#### 4.3.8 Uzunluk (Radyal) Temelli Fonksiyonlar Yöntemi ile Enterpolasyon

Bu metot, veri öbeklerinden uygun yüzeyi belirlemeye çalışmak için çeşitli enterpolasyon fonksiyonları kullanır. Çalışmanın bu bölümünde Surfer 13 programının imkanları dahilinde tüm enterpolasyon fonksiyonları (*Multilog*, *Multiquadric*, *İnvers*, *multiquadric*, *Thin plate spline* ve *Natural cubic spline*) işlenerek enterpolasyon uygulaması yapılmıştır (Doğruluk 2013).

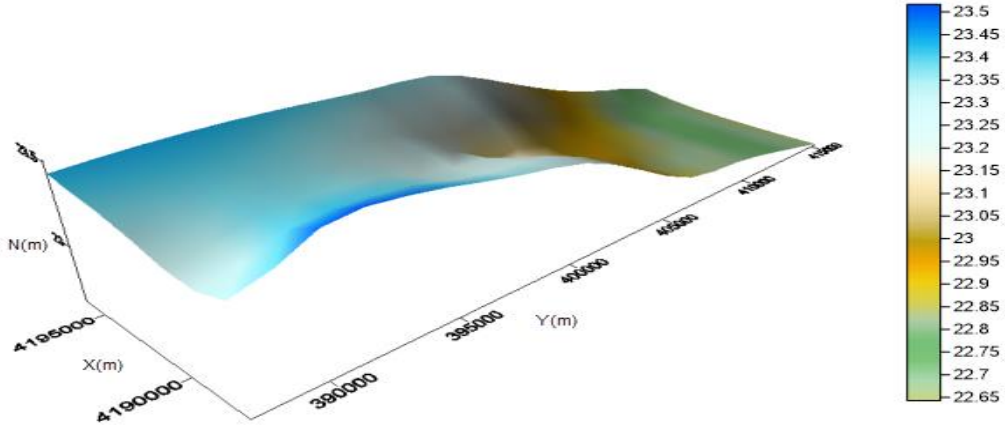
Enterpolasyon sonuçlarına etki eden yumuşatma parametresi ( $c^2$ ) Surfer 13 programında, [(bütün noktaları içine alan dörtgene ait köşegen uzunluğu)<sup>2</sup> / (25\* uygulamadaki dayanak noktasının sayısı)] metoduyla hesaplanmıştır. Bu çalışmada işleme tabi tutulan dayanak noktaları için  $c^2$  katsayısı 110000 şeklinde hesaplanmıştır. Uygulama da çözümlenen radyal temelli fonksiyonların hepsine uyan bir yumuşatma katsayısı belirlenmesi zor olduğundan enterpolasyonlar yalnızca  $c^2 = 110000$  ve  $c^2 = 0.1$  sayıları esas alınarak yapılmıştır. Surfer 13 yazılımında ilgili enterpolasyon metotunda  $c^2$  katsayısı minimum olarak 1 değeri girilebilmekte olduğunda söz konusu katsayı 1 olarak alınmıştır. Bundan dolayı  $c^2$  katsayısı girilerek üretilen veriler çizelgeye aktarılarak aşağıda gösterilmiştir (Çizelge 4.9).

**Çizelge 4.9** Uzunluk (radyal) temelli fonksiyonlar yöntemiyle elde edilen sonuçlar.

Enterpolasyon Fonksiyonu	$c^2$	En Düşük Çakışma Artığı (m)	En Yüksek Çakışma Artığı (m)	Ortalama (m)	Karesel Ort. Hata (m)
İnvers	1	-0.286	0.441	0.014	± 0.236
Multiquadric	110000	-0.040	0.046	0.001	± 0.023
Multilog	1	-0.080	0.077	0	± 0.040
	110000	-0.039	0.039	-0.009	± 0.016
Multiquadric	1	-0.057	0.047	-0.000	± 0.019
	110000	-0.039	0.031	-0.001	± 0.014
Natural cubic spline	1	-0.049	0.025	-0.005	± 0.013
	110000	-0.051	0.022	-0.008	± 0.204
Thin plate spline	1	-0.046	0.031	-0.002	± 0.015
	110000	-0.042	0.028	-0.003	± 0.012

Çizelge 4.9'da verilen değerler incelendiğinde,  $c^2 = 110000$  değerinde bütün metotların birbirine çok yakın sonuçlar alındığı görülmektedir.  $c^2 = 0.1$  sonucuna göre metotlar arasında optimum değeri sunan Thin Plate Spline metoduyla üretilen KOH sonucu  $\pm$

0.012 m olarak gösterilmektedir. Bu metotla üretilen verilerle oluşturulan 3D görüntü aşağıda gösterilmiştir (Şekil 4.11).



Şekil 4.11 Uzunluk (Radyal) temelli fonksiyonlar yöntemiyle elde edilen perspektif görüntü.

#### 4.3.9 Lokal Polinomlar Metodu ile Enterpolasyon

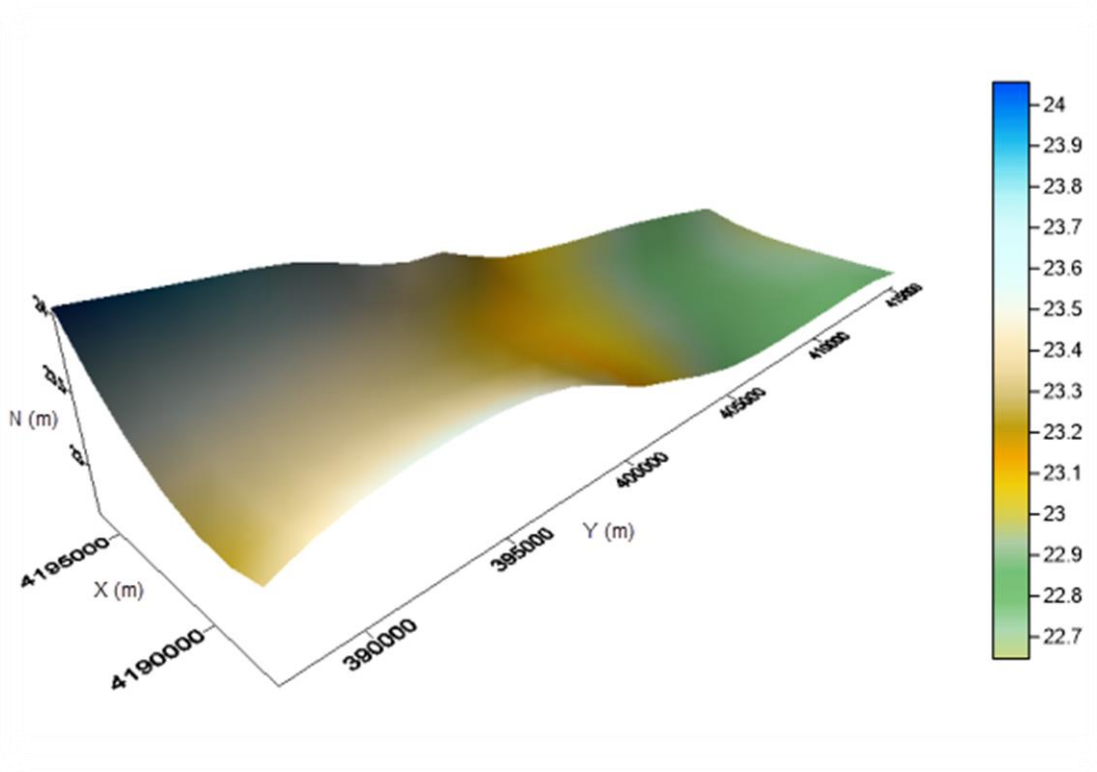
Burada uygulamadaki her bir enterpolasyon noktasına ait yüksekliklerinin belirlenmesinde kullanılması planlanan dayanak noktaları, önceden parametreleri belirlenmiş bir arama elipsi aracılığıyla tanımlanmıştır. Belirlenen arama elipsine ait parametreleri programa girerek, her bir yüzeye ait verileri elde etmek üzere dayanak noktaları ağırlıklandırılmış ( $p=1500, 2000, 2500$  ve  $3000$ ) ve iki değişkene sahip bir lokal polinom oluşturulmuştur. 1.2.3. derecede polinomlarla enterpolasyon yapılmıştır. Polinom derecesi ve ağırlık katsayısı değişimine bağlı elde edilen veriler Çizelge 4.10'da gösterilmiştir.

**Çizelge 4.10** Lokal polinomlar yöntemiyle elde edilen sonuçlar.

1. Derece Polinom				
Ağırlık kuvveti (p)	1500	2000	2500	3000
En Düşük çakışma artığı (m)	-0.090	-0.093	-0.091	-0.093
En Yüksek çakışma artığı (m)	0.048	0.051	0.052	0.054
Ortalama (m)	0.000	0.000	0.000	0.000
KOH (m)	± 0.029	± 0.030	± 0.030	± 0.032
2. Derece Polinom				
Ağırlık kuvveti (p)	1500	2000	2500	3000
En Düşük çakışma artığı (m)	-0.093	-0.097	-0.097	-0.102
En Yüksek çakışma artığı (m)	0.042	0.040	0.044	0.039
Ortalama (m)	-0.002	0.002	-0.004	-0.007
KOH (m)	± 0.023	±0.024	± 0.025	± 0.026
3. Derece Polinom				
Ağırlık kuvveti (p)	1500	2000	2500	3000
En Düşük çakışma artığı (m)	-0.105	-0.105	-0.126	-0.144
En Yüksek çakışma artığı (m)	0.046	0.037	0.047	0.079
Ortalama (m)	-0.003	-0.003	-0.006	-0.012
KOH (m)	± 0.024	±0.025	± 0.030	± 0.040

Çizelge 4.10’da verilen sonuçlar analiz edildiğinde polinoma ait derecenin ve ağırlık değerinin artışına bağlı bir şekilde KOH ve çakışma fazlalığı sonuçlarının küçüldüğü görülmektedir. Bu metottaki uygun sonuçlar ( $\pm 0.023$  m) ile 2. derece polinomda ve ağırlık kuvveti 1500 alınan enterpolasyon verisinden üretilmiştir. Bu yöntemle üretilen verilerle üretilen 3D görüntü aşağıda gösterilmiştir (Şekil 4.12).





Şekil 4.12 Lokal polinomlar yöntemiyle elde edilen perspektif görüntü.

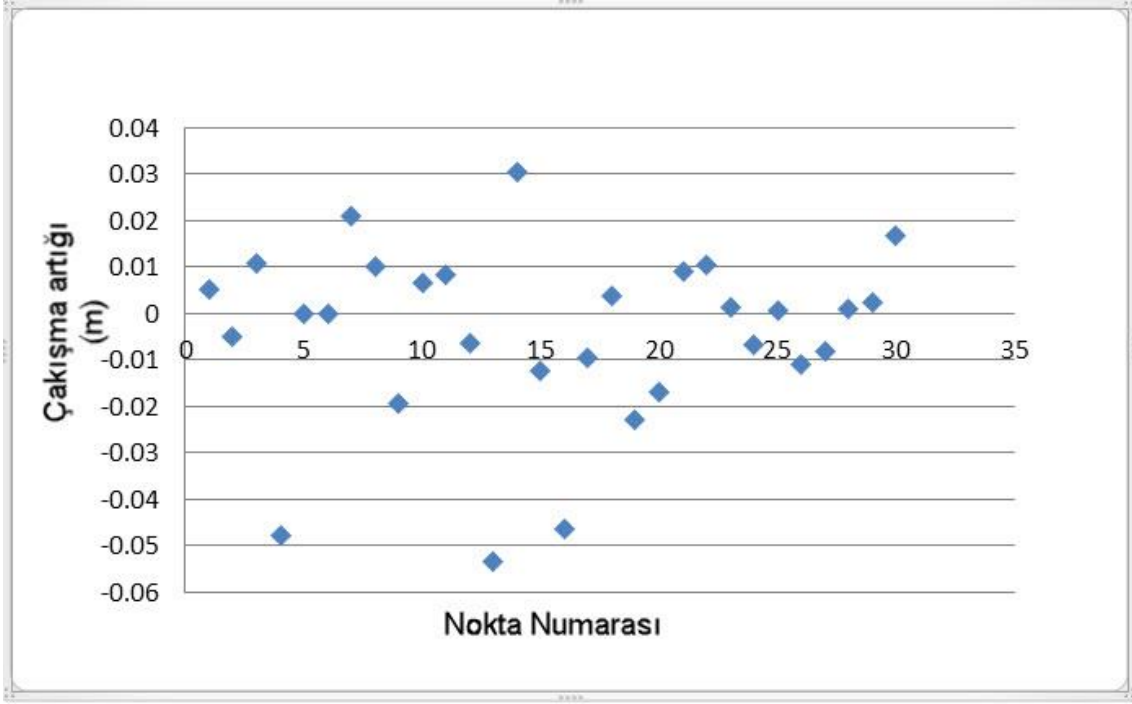
#### 4.4 Enterpolasyon Sonuçlarının Değerlendirmesi

Enterpolasyon metotlarının genel değerlendirilmesi neticesinde 12 adet enterpolasyon metodu arasından, 1500 m olarak girilen grid mesafesinde KOH sonuçlarına bakılarak birbirlerine yakın veriler sunan 9 enterpolasyon metodu birbirinden bağımsız şekilde incelenerek çakışma artıkları ve KOH sonuçları azaltılmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda alınan değerler Çizelge 4.11’de gösterilmiştir.

**Çizelge 4.11** Enterpolasyon sonuçlarının değerlendirilmesi.

Enterpolasyon Yöntemleri	En Yüksek Çakışma Artığı (m)	En Düşük Çakışma Artığı (m)	Karesel Ortalama Hata (m)
Ağırlıklı ortalama yöntemi	0.059	0.049	± 0.025
Kriging yöntemi	0.047	-0.057	± 0.019
En küçük eğrilik yöntemi	0.041	-0.047	± 0.018
En yakın komşuluk yöntemi	0.011	0.008	± 0.001
Doğal komşuluk yöntemi	0.019	-0.058	± 0.014
Lineer enterpolasyon ile üçgenleme yöntemi	0.059	-0.049	± 0.028
Modified Shepard's yöntemi	0.013	-0.058	± 0.015
Uzunluk temelli fonksiyonlar yöntemi	0.028	-0.042	± 0.012
Lokal polinomlar yöntemi	0.042	-0.093	± 0.023

Çizelge 4.11 incelendiğinde KOH sonucu açısından en uygun değerler En Yakın Komşuluk metodu ile elde edilmiştir ( $\pm 0.001$  m). Kriging Yöntemi ve En Küçük Eğrilikler yöntemi birbirine oldukça yakın sonuçlar vermiştir. En Yakın Komşuluk yöntemi ile üretilen verilerden yola çıkılarak 31 dayanak noktası için çakışma artığı dağılım grafiği oluşturulmuştur (Şekil 4.13).



Şekil 4.13 En Yakın Komşuluk metodu ile elde edilen çakışma artıklarının saçılım grafiği.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Günümüzün gelişmiş teknoloji imkânlarının sunmuş olduğu GNSS yöntemi kullanılarak, noktaların konum ve yükseklikleri basit bir şekilde elde edilebilmektedir. GNSS ile belirlenen elipsoidal yükseklikler kullanılarak, uygulamada kullandığımız yükseklik verilerine ancak "cm" hassasiyetinde bir jeoid modeli kullanılarak ulaşılabilmektedir. Jeoid oluşturulmasında kullanılacak çeşitli metotlar vardır. Bu metotlar arasında, düşük maliyet, kullanılma sıklığı, uygulanabilirlik ve hesap kolaylığı vb. hususlar göz önüne alındığında, GNSS/Nivelman yöntemi ön plana çıkmaktadır. Global ve ulusal ölçekte yapılan çalışmalarda, GNSS/Nivelman yöntemi önerilmektedir. Çizelge 3.3'de noktalar arasındaki jeoid yüksekliğinin değişimine ilişkin değerler verilmiştir. Bu verilere göre hattın başlangıç ve bitişi arasındaki jeoid yüksekliğindeki toplam değişim miktarı geometrik nivelman sonuçlarına göre 0.78 m, yine geometrik nivelman sonuçlarına göre yükseklik farkı 80.410 m. olarak hesaplanmıştır. Noktalar arasındaki jeoid ondülasyonu değişimi için en küçük değer 0.00 ve en büyük değer 0.12 m. hesaplanmıştır. Jeoid yüksekliklerinin GNSS ve geometrik nivelman ölçüleri ile tespit edilebilirliğinin analiz edildiği bu çalışma da Doğu-Batı yönünde seçilen 35 km lik bir güzergâh boyunca jeoiddeki değişim incelenmiştir. Hat boyunca belirlenen noktalardaki jeoid ondülasyonu 22.69 m ile 23.47 m arasında değişmekte olup ve ortalama jeoid ondülasyonu 23.02 m'dir.

Bu veriler ışığında çalışma hattının boy profilini; Surfer 13 yazılımındaki toplam 12 adet olan enterpolasyon metotlarından Moving average, Data metrics, Polynomial regression yöntemlerinden enterpolasyon işlemi sonucu anlamlı sonuçlar alınamamış ve bu tezdeki enterpolasyon çalışması kapsamına alınmamıştır. Kalan diğer metotlarla enterpolasyon yapıldığında; karesel ortalama hata, maksimum çakışma değerleri, minimum çakışma değerleri ve bu değerlerin ortalaması olmak üzere farklı nitelikte istatistiksel veriler elde edilmiştir. Ağırlıklı ortalama metodunda elde edilen karesel ortalama hata, 1500 m olarak ağırlıklandırılan enterpolasyonda 0.025 m olarak elde edilmiş olup çakışma artıkları pozitif olarak ortalama 0.054 m olarak seyretmiştir. Bu metotta çakışma artıkları arasındaki fark tüm metotlar incelendiğinde en yüksek seviyede olduğu gözlemlenmektedir. Kriging metodunda 1500 m olarak girilen spacing verisi neticesinde karesel ortalama hata, enterpolasyon yapılmış 6 adet teorik variogram

modellerinden Gaussian metodu hariç tüm metotlarda 0.019 m elde edilmiştir. Çakışma artıkları pozitif ve negatif taraflarda değerler almıştır. En küçük eğrilik metotunda elde edilen karesel ortalama hata 0.018 m'dir. En yakın komşuluk metodunda elde edilen 3D model, jeoid profilini çıkardığımız hatta en yakın model ve en düşük çakışma artıklarını bize sunmaktadır. Burada karesel ortalama hata 500 ve 1500 m ağırlık değerlerinde sırasıyla 0.001 m ve 0.019 m'dir. Bir diğer metot olan Lineer Enterpolasyon metodunda ise karesel ortalama hata 0.028 m ile tüm enterpolasyon yöntemleri arasındaki en yüksek değer olarak karşımıza çıkmaktadır. Geriye kalan metotlar da karesel ortalama hata 0.001 ve 0.028 m aralığında değişerek diğer metotlardan farklı davranışlar sergilememektedir. Seçilen metotlardan elde edilen 3D modeller genel manada arazi topografyasıyla paralellikler sergilemektedir. Tüm bu analizler neticesinde en kötü karesel ortalama hata sonucunu *Lineer Enterpolasyon ile Üçgenleme* metodunun, en iyi sonucu ise *En yakın komşuluk* metodunun verdiği tespit edilmiştir.

## 6. KAYNAKLAR

- Alkanalka, E. (2005). Kestirim Metodlarının Sayısal Yükseklik Modeli Üzerindeki Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 14-15
- Arslanoğlu, M., ve Özçelik, M. (2005). Sayısal Arazi Yükseklik Verilerinin İyileştirilmesi, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara, 306-313
- Ayhan, M.E. (1993). Fast Fourier Transform (FFT) Yöntemiyle Yerel Jeoid Belirleme, Türkiye Ulusal Jeodezi-Jeofizik Birliği Genel Kurulu, Haziran, Ankara, Bildiri Kitabı, 164-178.
- Ayhan, M.E. ve Alp, O. (1994). Türkiye Astrojeodezik Jeoidi-1994, İç rapor, Jeof 94-2, HGK, Ankara.
- Açıkgöz, M. (2002). İzmit Deprem Anı Yer Değiştirmelerinin Modellenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- Başkan, O. (2004). Gölbaşı Yöresi Topraklarının Mühendislik-Fiziksel Özellik İlişkilerinde Jeostatistik Uygulaması, Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 41-46
- Bayrak, T. (1996). Sayısal Yükseklik Modellerinde İnterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 3-10
- Boogaart, K.G. ve Schaeben, H. (2002). Kriging of regionalized directions, axes and orientations I: Directions and axes. *Mathematical Geology*, **34**: 479-503.
- Caderot, G.R., Lacy, M.C., Gil, A.J. ve Blazquez, B. (2006). Comparing Recent Geopotential Models in Andalusia (Southern Spain), *Studia Geophysica et Geodaetica*, **50**: 619-631.
- Carlson, R. E. and Foley, T. A. (1991). The Parameter  $R^2$  in Multiquadric İnterpolation, *Computers & Mathematics with Applications*, **21**: 29-42
- Ceylan, A., Üstün, A., Doğanalp, S., Gürses, H. B. (2011). Karayolu ve Demiryolu Projelerinde Ortometrik Yükseklik Hesabı: En küçük Kareler ile Kollokasyon, 13. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara, 1-8

- Corchete, V., Chourak, M. ve Khattach, D. (2005). The High-Resolution Gravimetric Geoid of Iberia: IGG2005, *Geophysical Journal International*, **162**: 676-684.
- De Bruijne, A., Haagmans, R. ve De Min, E. (1997). A Preliminary North Sea Geoid Model GEONZ97, Project Report, MDGAP-9735, Directoraat-Generaal Rijkswaterstaat, Meetkundige Dienst, Delft, The Netherlands.
- Dragomir, V.C., Ghitau, D.N., Mihailescu, M.S. ve Rotaru, M.G. (1982). Theory of The Earth's Shape, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, NewYork.
- Doğruluk, M. (2013). Sayısal Arazi Modellerinin Karayolu Projelerindeki Hacim Hesaplamalarına Etkisi, Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Selçuk Üniversitesi, Konya
- Fotopoulos, G., Kotsakis, C. ve Sideris, M.G. (1999). A New Canadian Geoid Model in Support of Levelling by GPS, *Geomatica*, **54**: 53-62.
- Fotopoulos, G., Kotsakis, C. ve Sideris, M.G. (2003). How Accurately Can We Determine Orthometric Height Differences from GPS and Geoid Data?, *Journal of Surveying Engineering*, **129**: 1-10.
- Featherstone, W.E. ve Olliver, J.G. (2001). A Review of Geoid Models Over The British Isles: Progress and Proposals, *Survey Review*, **36**: 78-100.
- Gachari, M.K. ve Olliver, J.G. (1998). A High Resolution Gravimetric Geoid of The Eastern Africa Region, *Survey Review*, **34**: 421-436.
- Garcia, R.V. ve Alejo, C.A. (2005). On The Inversion of Geodetic Integrals Defined Over Sphere Using 1D FFT, *Journal of Geodesy*, **79**: 331-340.
- Golden Software, Surfer 13 Programı Yardım Menüsü
- (Golden Wang, J. G., and Liu, G. R. (2002). A Point Interpolation Meshless Method Based on Radial Basis Functions, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **54**: 1623-1648
- Heiskanen, W.A. ve Moritz, H. (1967). Physical Geodesy, W.H. Freeman and Company, San Francisco and London.
- İnal, C., Turgut, B., Yiğit, C. Ö. (2002). Lokal Alanlarda Jeoit Ondülasyonlarının

- Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu, 16-18 Ekim (2002). Konya, 97-106
- İnal, C. ve Yiğit, Ö. (2003). Jeodezik Uygulamalarda Kriging Enterpolasyon Yönteminin Kullanılabilirliği, Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, 177-185.
- İnal, C., Yiğit C. Ö. (2004). Jeodezik Uygulamalarda Kriging Enterpolasyon Yönteminin Kullanılabilirliği, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, Konya, 177-185
- Karşlıoğlu, M. O. (2006). Uydu Gradyometresi ve Goce Uydusu, *Harita Dergisi*, 135, 26-41.
- Keçeci, S. B. (2011). Sayısal Yükseklik Modellerinin Oluşturulmasında Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun, 61-71
- Kiamehr, R. ve Sjöberg, L.E. (2005). Comparison of The Qualities of Recent Global and Local Gravimetric Geoid Models in Iran, *Stud. Geophy. Geod.*, 49, 289-304.
- Kurt, O. (2003). "GPS Gözlemlerinin Simülasyonu", 9.Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara, 399-418.
- Köse, M. H. (2006). Uydu Radar Görüntülerinden Üç Boyutlu Sayısal Arazi Modeli Üretilmesi, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 25-54
- Konuk, A. (2011). Coğrafi Bilgi Sistemleri İçin Temel İstatistik, Anadolu Üniversitesi Yayını, Eskişehir, 144-164
- Louie, J. N. (2001). Surfer Gridding (Golden Software)
- Martensson S.G. (2002). Height Determination By GPS-Accuracy with Respect to Different Geoid Models in Sweden, FIG XXII International Congress, Washington DC.USA, 19-26
- Neumeyer, J., Schwintzer, P., Barthelmes, F., Dierks, O., Imanishi, Y., Kroner,



- C.,Meurers, B., Sun, H. ve Virtanen, H. (2004). Comparison of Superconducting Gravimeter and CHAMP Satellite Derived Temporal Gravity Variations, Earth Observation with CHAMP Results from Three Years in Orbit, Edt. Christoph Reigber, Hermann Lühr, Peter Schwintzer, Jens Wickert, Springer, Berlin, 31-36.
- Öztaş, T. (1995). Jeoistatistiğin toprak bilimindeki önemi ve uygulaması, İlhan Akalan Toprak ve Çevre Sempozyumu, Ankara, 271-280
- Poutanen, M. (1994). Some Practical Aspects of High-Precision GPS, Coordinate Systems GPS and The Geoid, Suomen Geodeettisen Laitoksen Tiedonantoja Reports of The Finnish Geodetic Institute, **95**: 113-123.
- Rapp, R. H. (1994). Global Geoid Determination, Geoid and Its Geophysical Interpretations, P. Vanicek ve N.T. Christou, CRC Press, Florida, 57-76.
- Rapp, R.H. (1997). Use of Potential Coefficient Models for Geoid Undulation Determinations Using a Spherical Harmonic Representation of the Height Anomaly/Geoid Undulation Difference, *Journal of Geodesy*, **71**: 282-289.
- Renka, R. J. (1988). Multivariate Interpolation of Large Sets of Scattered Data, Association for Computing Machinery (ACM) Transactions on Mathematical Software, **14**: 139-148
- Rummel, R., Van Gelderen, M., Koop, R., Schrama, E., Sanso, F., Brovelli, M., Migliaccio, F. ve Sacerdote, F. (1993). Spherical Harmonic Analyses of Satellite Gradiometry, Technical Report 39, Netherlands Geodetic Commission, Delft.
- Rummel, R. (2003). How to Climb the Gravity Wall, Earth Gravity Field from Space-from Sensors to Earth Sciences, Edt. G. Beutler, R. Rummel, M.R. Drinkwater ve R. VonSteiger, Kluwer Academic Publishers, International Space Science Institute, Netherlands, 1-14.
- Schrama, E.J.O. (2003). Error Characteristics Estimated from CHAMP, GRACE and GOCE Derived Geoids and from Satellite Altimetry Derived Mean Dynamic Topography, Space Science Reviews, 108, 179-193.
- Ses, S. ve Gilliland, J. (2000). Test Geoid Computations in Peninsular Malaysia, *Survey Review*, **35**: 524-533.

- Sevilla, M.J. (1997). A High-Resolution Gravimetric Geoid in the Strait of Gibraltar, *Journal of Geodesy*, **71**: 402-410.
- Sideris, M. G., Mainville, A. ve Forsberg, R. (1992). Geoid Testing Using GPS and Levelling for GPS Testing Using Levelling and The Geoid, Australia, *Journal of Geodesy*, **57**: 62-77.
- Sideris, M.G. (1994). Regional Geoid Determination, Geoid and Its Geophysical Interpretations, P. Vanicek ve N.T. Christou, CRC Press, Florida, 77-94.
- Sideris, M.G. ve She, B.B. (1995). A New High-Resolution Geoid for Canada and Part of the U.S. by the 1D-FFT Method, *Bulletin Geodesique*, **69**: 92-108.
- Soycan, A. ve Soycan, M. (2002). Yol Projelerinde Sayısal Arazi Modellerinin Kullanılması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği öğretiminde 30.yıl Sempozyumu, Konya, 495-504
- Taktak, F. (2005). AfyonKarahisar’da GPS Gözlemleri Ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Yerel Jeoid Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon
- Tepeköylü, S. ve Üstün, A. (2008). Türkiye’deki GPS-Nivelman Verileriyle Global Jeopotansiyel Modellerin Değerlendirilmesi, *Harita Dergisi*, **139**: 49-65.
- Teunissen, P. J. G., Kleusberg, A. (2000). “GPS for Geodesy”, Springer-Verlag.
- Tercan, A. E., Saraç, C. (1998). Maden Yataklarının Değerlendirilmesinde Jeostatistiksel Yöntemler, Maden Mühendisleri Odası Yayınları, Ankara, 21-26
- Topaloğlu, V. (2007). Yapay Sinir Ağları İle Dalga Yüksekliği Tahmini, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 17
- Torge, W. (1980). Geodesy, Walter De Gruyter, Berlin-Newyork.
- Turgut, B., İnal, C. ve Yiğit, C.Ö. (2002). EGM96 Jeopotansiyel Modeli TG99 Türkiye Jeoidi ve GPS/Nivelman ile Elde Edilen Jeoit Ondülasyonlarının Karşılaştırılması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu, Ekim, Konya, Bildiriler Kitabı, 52-63.

- Turgut, B. (2005). Fiziksel Jeodezi Ders Notları, Selçuk Üniversitesi, Konya
- Üstüntaş, T. (2006). Sayısal Arazi Modellerinde Bazı Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, *Selçuk Üniversitesi Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu Teknik Online Dergisi*, **5**: 41-48
- Üstün, A. (2001). GPS Nivelmanı Yardımıyla Ortometrik Yüksekliklerin Elde Edilmesine Yönelik Jeoit Belirleme Yöntemleri, *YTÜ Dergisi*, **1**: 62-82
- Üstün, A. (2006). Gravite Alanı Belirleme Amaçlı Uydu Misyonları: CHAMP, GRACE, GOCE ve İlk Sonuçlar, *Harita Dergisi*, **136**: 16-30.
- Uyar, H. (2005). Jeovar3: Jeostatistiksel Variogram Analizleri ve Kriging Teknikleri Bilgisayar Yazılımı, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 4-11
- Wang, J. G., and Liu, G. R. (2002). A Point Interpolation Meshless Method Based on Radial Basis Functions, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **54**: 1623-1648
- Webster, R. and Oliver, M.A. (1990). Statistical methods in soil and land resource survey.
- Weibel, R. and Heller, M. (1991). Digital Terrain Modeling. In: Maguire, D.J., Goodchild, M.F. and Rhind, D.W. (eds.). *Geographical Information Systems: Principles and Applications*, London: Longman, 269-297
- Yanalak, M. (1997). Sayısal Arazi Modellerinden Hacim Hesaplarında En Uygun Enterpolasyon Yönteminin Araştırılması, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 3-54
- Yanalak, M. (2002). Sayısal Arazi Modellerinde Yükseklik Enterpolasyonu, *Harita Dergisi*, **128**: 44-58
- Yang, C. S, Kao, S. P., Lee, F. B., Hung, P. S. (2004). Twelve Different Interpolation Methods: A Case Study of Surfer 8.0, Proceedings of The XXth ISPRS Congress, İstanbul, 778-785
- Yaprak, S. (2007). Kriging Yönteminin Geoit Yüzeyi Modellemesinde Kullanılabilirliğinin Araştırılması ve Varolan Yöntemlerle Karşılaştırılması, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 31-35
- Yener, H. (1993). Sayısal Arazi Modelleri, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 7-23

Yılmaz, N. (2011). Türkiye için verilen farklı jeoidlerin karşılaştırılması, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon

Yiğit, C.Ö. (2003). Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliklere Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Zhan-Ji, Y. (1998). Precise Determination of Local Geoid and Its Geophysical Interpretation, Doktora Tezi, Hong Kong Polytechnical University, Hong Kong.

### **İnternet Kaynakları**

1) <https://encrypted-tbn0.gstatic.com>,07.02.2019

2) <http://www.gfz-potsdam.de/grace>,07.02.2019

3) [http://www.esa.int/esaLP/ESAYEK1VMOC\\_LPgoce\\_0.html](http://www.esa.int/esaLP/ESAYEK1VMOC_LPgoce_0.html), 08.02.2019

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Mehmet SOLMAZ  
Doğum Yeri ve Tarihi : Silvan 18.11.1986  
Yabancı Dili : İngilizce  
İletişim (Telefon/e-posta) : 0532 688 3042 / mehmetsoImaz@dsi.gov.tr

### Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Silvan Lisesi, (2001-2004)  
Lisans : Karadeniz Teknik Üniversitesi, Harita Mühendisliği Bölümü, (2010-2015)  
Yüksek Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Anabilim Dalı, (2016-2019)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl :Erzincan Üniversitesi 2006-2010  
DSİ İhsu Projesi 16.Bölge Müdürlüğü 2010-Halen